ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC LẦN 2 - NĂM HỌC 2013-2014
Môn: TOÁN - Khối D
Thời gian làm bài: 180 phút (Không kể thời gian phát đề)

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH *(7,0 điểm)*

Câu 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ (1).

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1)

b) Chứng tỏ đường thẳng d có phương trình $y=2x+m$ luôn luôn cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt M , N, tìm m để đoạn MN có độ dài nhỏ nhất .

Câu 2 (1,0 điểm) Giải phương trình : $\cos 2x=\sqrt{3}\sin\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)$

Câu 3 (1,0 điểm) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}\dfrac{x^2}{(y+2)^2}+\dfrac{y^2}{(x+1)^2}=8\\ 8x+4y+3xy+8=0\end{cases}$

Câu 4 (1,0 điểm) Tính tích phân $\mathrm{I}=\displaystyle\int_0^{\ln 16}\dfrac{dx}{\sqrt[4]{e^x}+4}$

Câu 5 (1,0 điểm) Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a , mặt phẳng (SAD) vuông góc với mặt phẳng (ABCD) , tam giác SAD là tam giác đều . Gọi E là trung điểm cạnh SC, mặt phẳng (ABE) cắt SD tại F .Chứng minh SD vuông góc với (AEFB) và tính thể tích hình chóp S. ABEF.

Câu 6 (1,0 điểm) Tìm m để phương trình sau có đúng một nghiệm:

$$m\sqrt{2x^2+4x+7}=x+m+1$$

II. PHẦN RIÊNG (*3,0 điểm*) : *Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần A hoặc B)*

A. Theo chương trình Chuẩn

Câu 7.a (1,0 điểm). Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho hình chữ nhật ABCD có AB = 2 AD nội tiếp trong đường tròn (C) , tâm $\mathrm{I}(2,-2)$ .Lập phương trình đường tròn (C) và tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật ABCD biết rằng cạnh AD nằm trên đường thẳng : $x-3y+2=0$ và A có hoành độ âm .

Câu 8.a (1,0 điểm) Trong hệ trục Oxyz cho mặt cầu (S); $x^2+y^2+z^2-4x-4y-6z+13=0$ và hai điểm $\mathrm{A}(1;2;-1)$, $\mathrm{B}(0;2;1)$. Tìm điểm C trên trục Oz để cho mặt phẳng (ABC) tiếp xúc với mặt cầu (S) và viết phương trình mặt phẳng (ABC) với điểm C tìm được .

Câu 9.a (1,0 điểm) Trong khai triển của $\left(\dfrac{1}{3}+\dfrac{2x}{3}\right)^{11}$ thành đa thức $a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_{11}x^{11}$, hãy tìm k để hệ số a_k lớn nhất và tính giá trị đó ($0\le k\le 11$, k nguyên)

B. Theo chương trình Nâng cao

Câu 7.b (1,0 điểm) Lập phương trình chính tắc của elip trong mặt phẳng Oxy biết điểm $M\left(\sqrt{\dfrac{8}{3}};\sqrt{\dfrac{1}{3}}\right)$ thuộc elìp và tam giác F_1MF_2 vuông tại M , trong đó F_1,F_2 là hai tiêu điểm của elip.

Câu 8.b (1,0 điểm) Trong hệ trục Oxyz cho ba đường thẳng d_1,d_2,Δ có phương trình là :

$$d_1:\begin{cases}x=-4+2t\\ y=3+t\\ z=1\end{cases},\quad d_2:\begin{cases}x=3+2t'\\ y=-2\\ z=-3t'\end{cases},\quad \Delta:\dfrac{x+2}{3}=\dfrac{y-4}{-6}=\dfrac{z-1}{2}.$$

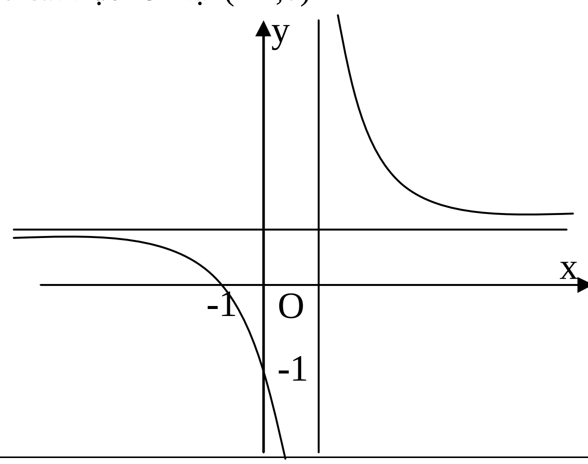
Chứng tỏ Δ là đường vuông góc chung của d_1,d_2 . Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm trên Δ và cắt hai đường thẳng d_1,d_2 theo hai dây cung có độ dài bằng nhau và bằng $\sqrt{15}$.

Câu 9.b (1,0 điểm) Giải phương trình : $\log_2^2(x+2)+4x\log_2(x+2)+4x-1=0$

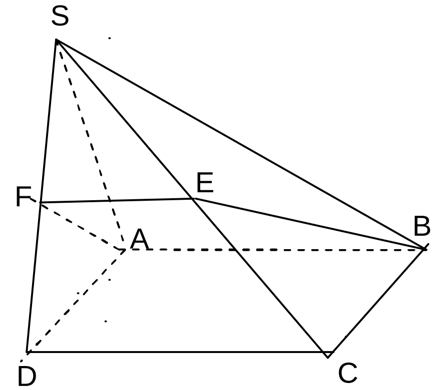
Trường THPT chuyên Lương Văn Chánh

KÌ THI THỬ ĐẠI HỌC NĂM HỌC 2013-2014
MÔN: TOÁN-KHỐI D (LẦN 2)

ĐÁP ÁN

Câu	Nội dung	Th/điểm
I	**PHẦN CHUNG (7 điểm)**	
Câu1 2điểm		
1/a 1 điểm	TXĐ : $D = R\setminus\{1\}$ Tiệm cận đứng : $x=1$, tiệm cận ngang $y=1$ $+\ y' = \dfrac{-2}{(x-1)^2} < 0\ , \forall x \neq 1$ Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$ +Bảng biến thiên $\begin{array}{c\|ccccc} x & -\infty & & 1 & & +\infty \\ \hline y' & & - & \| & - & \\ \hline y & 1 & \searrow & -\infty \ \| \ +\infty & \searrow & 1 \end{array}$ Đồ thị cắt trục Oy tại (0 ;–1) và cắt trục Ox tại (−1;0) 	0,25 0,25 0,25 0,25
1/b	Hoành độ giao điểm của (C) và d là nghiệm của phương trình : $\dfrac{x+1}{x-1} = 2x+m \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ 2x^2+(m-3)x-m-1=0 \quad (1) \end{cases}$ Do (1) có $\Delta = (m+1)^2+16>0$ và $2+(m-3)-m-1=-2\neq 0, \forall m$ nên phương trình luôn có hai nghiệm x_1, x_2 phân biệt. Suy ra : d luôn cắt đồ thị (C) tại hai điểm M, N phân biệt. Ta có $M(x_1;2x_1+m)$ và $N(x_2;2x_2+m)$ nên $MN^2 = \dfrac{5}{4}\left[(m+1)^2+16\right] \geq 20$ Vậy MN ngắn nhất bằng $2\sqrt{5}$ khi $m=-1$.	0,25 0,25 0,25 0,25
Câu 2 **(1,0 điểm)**	Giải phương trình : $\cos 2x = \sqrt{3}\sin\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)$ $\Leftrightarrow \cos^2 x - \sin^2 x = \sqrt{3}\sin\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)$ $\Leftrightarrow (\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x) = \sqrt{3}\sin\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)$	 0,25

	$\Leftrightarrow -2\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=\sqrt{3}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} \sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=0 & (a) \\ \sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{\sqrt{3}}{2} & (b) \end{array}\right.$ (a) $\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\pi$ $(b)\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+\frac{\pi}{4}=-\frac{\pi}{3}+k2\pi \\ x+\frac{\pi}{4}=\pi+\frac{\pi}{3}+k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\frac{7\pi}{12}+k2\pi \\ x=\frac{13\pi}{12}+k2\pi \end{array}\right.$ Vậy phương trình có nghiệm là $x=\frac{\pi}{4}+k\pi\ ; x=-\frac{7\pi}{12}+k2\pi\ ; x=\frac{13\pi}{12}+k2\pi$.	0,25 0,25 0,25
Câu 3 (1,0 điểm)	Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \frac{x^2}{(y+2)^2}+\frac{y^2}{(x+1)^2}=8 & (1) \\ 8x+4y+3xy+8=0 & (2) \end{cases}$ Điều kiện : $x\neq -1$ và $y\neq -2$ Ta có : $8x + 4y + 3xy + 8 = 0 \Leftrightarrow 8(x+1) + 4y(x+1) = xy$ $\Leftrightarrow 4(x+1)(y+2) = xy$ $\Leftrightarrow \frac{x}{y+2}.\frac{y}{x+1}=4$ Đặt $\frac{x}{y+2}=u;\frac{y}{x+1}=v$ Hệ trở thành : $\begin{cases} u^2+v^2=8 \\ uv=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u+v=4 \\ u.v=4 \end{cases}$ *hay* $\begin{cases} u+v=-4 \\ u.v=4 \end{cases}$ Ta được : (u = 2 , v = 2) hay (u = – 2 , v = – 2) +Với u = 2 , v = 2 ta được : $\begin{cases} \frac{x}{y+2}=2 \\ \frac{y}{x+1}=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2y+4 \\ y=2x+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\frac{8}{3} \\ y=-\frac{10}{3} \end{cases}$ + Với u = –2 , v = –2 ta được: $\begin{cases} \frac{x}{y+2}=-2 \\ \frac{y}{x+1}=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2y-4 \\ y=-2x-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=-2 \end{cases}$ (loại) Hệ phương trình trên có nghiệm : $\left(-\frac{8}{3};-\frac{10}{3}\right)$	0,25 0,25 0,25 0,25
Câu4 (1,0 điểm)	Tính tích phân $I=\int_0^{\ln 16}\frac{dx}{\sqrt[4]{e^x}+4}=\int_0^{\ln 16}\frac{dx}{e^{\frac{x}{4}}+4}$ Đặt : $u=e^{\frac{x}{4}}\Rightarrow du=\frac{1}{4}e^{\frac{x}{4}}dx\Rightarrow dx=\frac{4}{u}du$ Đổi cận : $\left[\begin{array}{l} x=0\Rightarrow u=1 \\ x=\ln 16\Rightarrow u=2 \end{array}\right.$	0,25 0,25

<table>
<tr><td></td><td>$I=\int_1^2\frac{4du}{u(u+4)}=\int_1^2\left(\frac{1}{u}-\frac{1}{u+4}\right)du=\left(\ln|u|-\ln|u+4|\right)\Big|_1^2=\ln\left|\frac{u}{u+4}\right|\Bigg|_1^2=\ln\frac{5}{3}$</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>Câu 5
(1,0 điểm)</td><td>AB // DC nên (ABE) $\cap$(SCD) = EF
//AB // DC .
Suy ra F là trung điểm SD .
Nên : AE $\perp$SD (vì ΔSAD đều)
AB $\perp$AD, (SAD) $\perp$(ABCD) theo AD
nên AB $\perp$(SAD)
suy ra : AB$\perp$SD.
Vậy : SD$\perp$(ABEF)

</td><td>0,25

0,25</td></tr>
<tr><td></td><td>Ta có S.ABEF có có đường cao SF và đáy là hình thang vuông tại A, F
AF = $\frac{a\sqrt{3}}{2}$, SF = $\frac{1}{2}$a , FE = $\frac{1}{2}$DC = $\frac{1}{2}$a.
$V_{S.ABEF}=\frac{1}{6}$SF.AF.(AB + EF) = $\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$</td><td>0,25

0,25</td></tr>
<tr><td>Câu 6
(1,0 điểm)</td><td>$m\sqrt{2x^2+4x+7}=x+m+1\Leftrightarrow m\sqrt{2(x+1)^2+5}=x+m+1$
$\Leftrightarrow m(\sqrt{2(x+1)^2+5}-1)=x+1\Leftrightarrow m=\frac{x+1}{\sqrt{2(x+1)^2+5}-1}$
(vì $\sqrt{2(x+1)^2+5}-1\neq 0$)
Đặt $f(x)=\frac{x+1}{\sqrt{2(x+1)^2+5}-1}$,$\forall x\in R$
$f'(x)=\frac{5-\sqrt{2(x+1)^2+5}}{\left(\sqrt{2(x+1)^2+5}-1\right)^2\sqrt{2(x+1)^2+5}}$
$f'(x)=0\Leftrightarrow x=1-\sqrt{10}, x=1+\sqrt{10}$
$\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\frac{\sqrt{2}}{2}$
+ BBT
$$\begin{array}{c|ccccccc} x & -\infty & & 1-\sqrt{10} & & 1+\sqrt{10} & & +\infty \\ \hline f'(x) & & - & 0 & + & 0 & - & \\ \hline f(x) & -\frac{\sqrt{2}}{2} & \searrow & -\frac{\sqrt{10}}{4} & \nearrow & \frac{\sqrt{10}}{4} & \searrow & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{array}$$
Phương trình có đúng một nghiệm khi $-\frac{\sqrt{2}}{2}\le m\le\frac{\sqrt{2}}{2}$, $m=\pm\frac{\sqrt{10}}{4}$</td><td>0,25

0,25

0,25

0,25</td></tr>
<tr><td>II</td><td>PHẦN RIÊNG (3,0 điểm)</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>A. Theo chương trình Chuẩn</td><td></td></tr>
<tr><td>Câu 7.a
(1,0 điểm).</td><td>Khoảng cách d(I,AD) = $\sqrt{10}$, $AB=2\sqrt{10}$, $AB=2AD\Rightarrow AD=\sqrt{10}$
Đường chéo BD = $\sqrt{AB^2+AD^2}=5\sqrt{2}$</td><td>0,25</td></tr>
</table>

	Bán kính của (C) $R=\frac{BD}{2}=\frac{5\sqrt{2}}{2}$ Phương trình của (C) là : $(x-2)^2+(y+2)^2=\frac{25}{2}$ Tọa độ A , D là nghiệm hệ : $\begin{cases}(x-2)^2+(y+2)^2=\frac{25}{2}\\ x-3y+2=0\end{cases}$ $A(-\frac{1}{2},\frac{1}{2})$, $D(\frac{5}{2},\frac{3}{2})$ ($x_A<0$) B , C đối xứng với D , A qua I nên $B(\frac{3}{2},-\frac{11}{2})$, $C(\frac{9}{2},-\frac{9}{2})$	0,25 0,25 0,25
Câu 8.a (1,0 điểm).	Điểm $C(0;0;m)$ trên Oz . $\overrightarrow{AB}=(-1;0;2)$, $\overrightarrow{AC}=(-1;-2;m+1)$ Mặt phẳng (ABC) có vtpt $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(4;m-1;2)$ (ABC) qua $A(1;2;-1)$, có vtpt $\vec{n}=(4;m-1;2)$: $4x+(m-1)y+2z-2m=0$ Mặt cầu (S) có tâm $I(2;2;3)$, bán kính $R=2$ (ABC) tiếp xúc (S) $d(ABC;I)=R\Leftrightarrow\frac{12}{\sqrt{20+(m-1)^2}}=2$ $\Leftrightarrow\sqrt{20+(m-1)^2}=6\Leftrightarrow m=5$ hay $m=-3$ Ta được $C(0;0;5)$ hay $C(0;0;-3)$ Mặt phẳng (ABC) có phương trình : $4x+4y+2z-10=0$ hay $4x-4y+2z+6=0$	0,25 0,25 0,25 0,25
Câu 9.a (1,0 điểm).	Ta có $\left(\frac{1}{3}+\frac{2x}{3}\right)^{11}=\frac{1}{3^{11}}(1+2x)^{11}=\sum_{k=0}^{11}\frac{2^k}{3^{11}}C_{11}^k x^k$ Mặt khác : $\left(\frac{1}{3}+\frac{2x}{3}\right)^{11}=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_{11}x^{11}=\sum_{k=0}^{11}a_kx^k$ Nên $a_k=\frac{2^k}{3^{11}}C_{11}^k$ Ta có a_k lớn nhất $\Rightarrow\begin{cases}a_k>a_{k-1}\\ a_k>a_{k+1}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\frac{2^k}{k!(11-k)!}>\frac{2^{k-1}}{(k-1)!(12-k)!}\\ \frac{2^k}{k!(11-k)!}>\frac{2^{k+1}}{(k+1)!(10-k)!}\end{cases}$ $\Leftrightarrow\begin{cases}2(12-k)>k\\ k+1>2(11-k)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}k>7\\ k<8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}k=8,9,10,11\\ k=0,1,2,3,4,5,6,7\end{cases}$ (vì $k\in N$) Mặt khác $a_k=a_{k+1}\Leftrightarrow k=7$ nên : $a_0<a_1<...<a_6<a_7=a_8>a_9>...>a_{11}$ Hệ số a_k lớn nhất khi $k=7$, $k=8$ và $a_7=a_8=\frac{2^7}{3^{11}}C_{11}^7=0,2384460362$	0,25 0,25 0,25 0,25
	B. Theo chương trình Nâng cao	
Câu 7.b (1,0 điểm)	Tam giác F_1MF_2 vuông cho $OM=c\Leftrightarrow c^2=3$ (c là nửa tiêu cự) Phương trình chính tắc của (E) : $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ $(a>b)$ $M\left(\sqrt{\frac{8}{3}};\sqrt{\frac{1}{3}}\right)\in(E)\Rightarrow\frac{8}{3a^2}+\frac{1}{3b^2}=1$ (1)	0;25 0,25

	Mà $c^2=3\Leftrightarrow a^2-b^2=3\Rightarrow b^2=a^2-3$ (2) (1) và (2) cho phương trình $3a^4-18a^2+24=0\Rightarrow a^2=2,a^2=4$ Chọn $a^2=4\Rightarrow b^2=1$ Phương trình chính tắc của (E) là : $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{1}=1$	0,25 0,25
Câu 8.b (1,0 điểm)	d_1,d_2,Δ có các vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_1}=(2;1;0),\overrightarrow{u_2}=(2;0;-3),\vec{v}=(3;-6;2)$ Có : $\overrightarrow{u_1}.\vec{v}=0$,$\overrightarrow{u_2}.\vec{v}=0$ nên Δ vuông góc với cả hai đường d_1,d_2 Δ cắt d_1 tại $A(-2;4;1)$ và cắt d_2 tại $B(1;-2;3)$ Vậy Δ là đường vuông góc chung của d_1,d_2. Mặt cầu (S) có tâm I trên Δ cắt d_1,d_2 theo hai dây cung có độ dài bằng nhau nên I là trung điểm của đoạn AB suy ra $I\left(-\frac{1}{2};1;2\right)$ Do đó $IA=\frac{AB}{2}=\frac{7}{2}$ Bán kính của (S) $R=\sqrt{IA^2+AA'^2}=4$ (AA là nửa dây cung) Phương trình mặt cầu (S) : $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=16$	0,25 0,25 0,25 0,25
Câu 9.b (1,0 điểm)	$\log_2^2(x+2)+4x\log_2(x+2)+4x-1=0$ (điều kiện : x > − 2) $\Leftrightarrow\left(\log_2(x+2)+2x\right)^2-(2x-1)^2=0$ $\Leftrightarrow\left(\log_2(x+2)+1\right)\left(\log_2(x+2)+4x-1\right)=0$ $\Leftrightarrow\log_2(x+2)=-1$ hay $\log_2(x+2)=-4x+1$ Với $\log_2(x+2)=-1\Leftrightarrow x=-\frac{3}{2}$ (nhận). Với $\log_2(x+2)=-4x+1$ (*) Vế phải: hàm đồng biến ; Vế trái : hàm nghịch biến trên khoảng $(-2;+\infty)$ Nên (*) chỉ có duy nhất nghiệm x = 0 . Vậy phương trình có hai nghiệm là $x=0\,;x=-\frac{3}{2}$.	0,25 0,25 0,25 0,25

Nguồn từ http://luongvanchanh.edu.vn/