

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7 điểm)

Câu 1. (2 điểm) Cho hàm số $y = \frac{2x+3}{x+1}$ (1)

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1).

b) Viết phương trình tiếp tuyến d của đồ thị hàm số (1), biết rằng d vuông góc với đường thẳng $y = x + 2$

Câu 2. (2 điểm)

a) Giải phương trình $2\cos 2x + \sin x = \sin 3x$.

b) Giải bất phương trình $\log_2(2x) \cdot \log_3(3x) > 1$

Câu 3. (1 điểm) Tính tích phân $\int_0^3 \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx$.

Câu 4. (1 điểm) Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = a\sqrt{2}$, $SA = SB = SC$. Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ và bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ theo a .

Câu 5. (1 điểm) Giải phương trình $4x^3 + x - (x+1)\sqrt{2x+1} = 0 \quad x \in \mathbb{R}$

PHẦN RIÊNG (3 điểm): Thí sinh chỉ làm một trong hai phần A hoặc B**A. Theo chương trình chuẩn**

Câu 6a. (2 điểm)

a) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho các đường tròn $(C) : x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$ và đường thẳng $d : 4x - 3y + m = 0$. Tìm m để d cắt (C) tại hai điểm A, B sao cho $\widehat{AIB} = 120^\circ$, với I là tâm của (C) .

b) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$d_1 : \begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}) \quad d_2 : \begin{cases} x = 1 + 2s \\ y = 2 + 2s \\ z = -s \end{cases} \quad (s \in \mathbb{R})$$

Chứng minh d_1 và d_2 cắt nhau. Viết phương trình mặt phẳng chứa hai đường thẳng d_1, d_2 .

Câu 7a. (1 điểm) Cho số phức z thỏa mãn $(1 - 2i)z - \frac{2-i}{1+i} = (3-i)z$ tìm tọa độ điểm biểu diễn của z trong mặt phẳng tọa độ Oxy .

B. Theo chương trình nâng cao

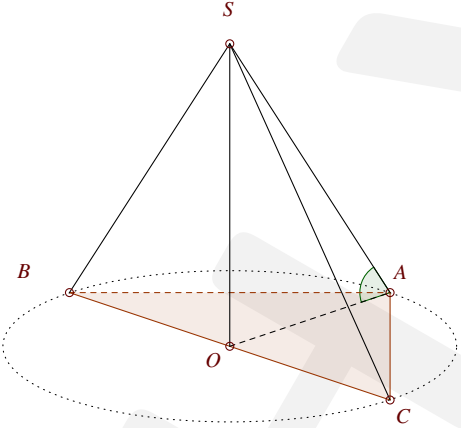
Câu 6b. (2 điểm)

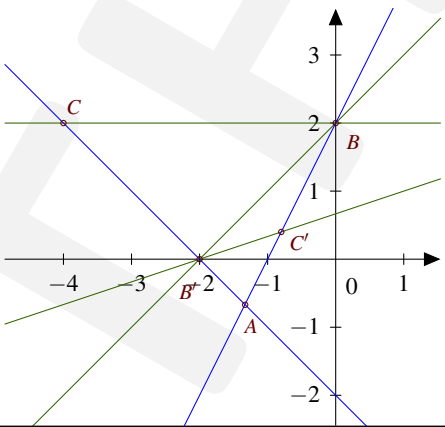
a) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC . Các đường thẳng $BC, BB', B'C'$ lần lượt có phương trình là $y - 2 = 0$, $x - y + 2 = 0$, $x - 3y + 2 = 0$ với B', C' tương ứng là chân các đường cao kẻ từ B, C của tam giác ABC . Viết phương trình các đường thẳng AB, AC .

b) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+1}{1}$ và mặt phẳng $(P) : 2x + y - 2z = 0$. Đường thẳng Δ nằm trong (P) vuông góc với d tại giao điểm của d và (P) . Viết phương trình đường thẳng Δ .

Câu 7b. (1 điểm) Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 1 + 2i = 0$. Tính $|z_1| + |z_2|$.

Câu	Lời giải	Điểm												
1.a 1 điểm	TXĐ $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$; đạo hàm $y' = \frac{-1}{(x+1)^2} < 0 \quad \forall x \in D$, Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -1); (-1; +\infty)$ $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = -\infty$; $x = -1$ là phương trình tiệm cận dọc $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2$; $y = 2$ là phương trình tiệm cận ngang <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>$-$</td><td>$-$</td></tr><tr><td>y</td><td>2</td><td>$+\infty$</td><td>2</td></tr></table>	x	$-\infty$	-1	$+\infty$	y'		$-$	$-$	y	2	$+\infty$	2	0,25 0,25 0,25 0,25
x	$-\infty$	-1	$+\infty$											
y'		$-$	$-$											
y	2	$+\infty$	2											
1.b 1 điểm	d vuông góc với đường thẳng $y = x + 2$ nên d có phương trình dạng $y = -x + m$ d là tiếp tuyến của $(C) \Leftrightarrow$ hệ pt $\begin{cases} \frac{2x-3}{x+1} = -x+m \\ \frac{-1}{(x+1)^2} = -1 \end{cases}$ có nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} 2x-3 = (x+1)(-x+m) \\ (x+1)^2 = 1 \end{cases}$ có nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ m=3 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x=-2 \\ m=-1 \end{cases}$ Vậy phương trình tiếp tuyến d là $y = -x + 3$ hoặc $y = -x - 1$.	0,25 0,25 0,25 0,25												
2.a 1 điểm	Phương trình $\Leftrightarrow \sin 3x - \sin x - 2 \cos 2x = 0$ $\Leftrightarrow 2 \cos 2x \sin x - 2 \cos 2x = 0 \Leftrightarrow 2 \cos 2x (\sin x - 1) x = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = 0 \\ \sin x = 1 \end{cases}$ Vậy phương trình có nghiệm $x = \frac{\pi}{4} = k\frac{\pi}{2}$ hoặc $x = \frac{\pi}{2} = k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$	0,25 0,25 0,25 0,25												
2.b	Điều kiện $x > 0$, Bất phương trình $\Leftrightarrow (1 + \log_2 x)(1 + \log_3 x) - 1 > 0$	0,25												

1 điểm	$\Leftrightarrow \log_2 x + \log_3 x + \log_2 x \cdot \log_3 x > 0 \Leftrightarrow \frac{\ln x}{\ln 2} + \frac{\ln x}{\ln 3} + \frac{\ln x \ln x}{\ln 2 \ln 3} > 0$ $\Leftrightarrow \frac{\ln x}{\ln 2 \cdot \ln 3} (\ln 3 + \ln 2 + \ln x) > 0 \Leftrightarrow \ln x (\ln x + \ln 6) > 0$ $\Leftrightarrow \ln x < -\ln 6 \text{ hoặc } 0 < \ln x \Leftrightarrow 0 < x < \frac{1}{6} \text{ hoặc } 1 < x$	0,25 0,25 0,25
3. 1 điểm	Đặt $u = \sqrt{x+1} \Rightarrow du = \frac{dx}{2\sqrt{x+1}}$ và $u^2 = x+1$; $x=0 \Rightarrow u=1$; $x=3 \Rightarrow u=2$ $I = 2 \int_1^2 (u^2 - 1) du$ $I = 2 \left(\frac{1}{3} u^3 - u \right) \Big _1^2$ $I = \frac{8}{3}$	0,25 0,25 0,25 0,25
4. 1 điểm	 Gọi O là trung điểm BC ta có $OA = OB = OC$ và $SA = SB = SC$ nên $SO \perp (ABC)$ do đó $\widehat{SAO} = (\widehat{SA}, (\widehat{ABC})) = 60^\circ$ Trong tam giác vuông cân ABC có $BC = AB\sqrt{2} = 2a \Rightarrow AO = a$, trong tam giác vuông SAO có $SO = AO \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$, nên $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SO = \frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$ Ta có SO là trục tam giác ABC cắt mặt trung trực của SA tại I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp. Trong tam giác SAO ta có I nằm trên trung trực SA. Gọi J là trung điểm SA ta có $\frac{SI}{SA} = \frac{SJ}{SO}$ vì $\triangle SIJ \sim \triangle SAO$ Bán kính mặt cầu ngoại tiếp là $R = IS = \frac{SJ \cdot SA}{SO} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$	0,25 0,25 0,25 0,25
5. 1 điểm	Điều kiện: $x \geq -\frac{1}{2}$. Phương trình $\Leftrightarrow 4x^3 + x = (x+1)\sqrt{2x+1}$ $\Leftrightarrow (2x)^3 + 2x = (2x+2)\sqrt{2x+1} \Leftrightarrow 2x[(2x)^2 + 1] = \sqrt{2x+1}[(\sqrt{2x+1})^2 + 1]$ (1) Xét hàm số $f(t) = t(t+1) = t^3 + t$ có $f'(t) = 3t^2 + 1 > 0, \forall t \in \mathbb{R} \Rightarrow f$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên (1) $\Leftrightarrow f(2x) = f(\sqrt{2x+1}) \Leftrightarrow 2x = \sqrt{2x+1}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 4x^2 = 2x+1 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{1+\sqrt{5}}{4}$	0,25 0,25 0,25 0,25
6a.a 1 điểm	Từ phương trình của (C) suy ra tâm $I(1;2)$ và bán kính $R=2$ d cắt (C) tại hai điểm A, B sao cho $\widehat{AIB} = 120^\circ \Rightarrow$ khoảng cách giữa I và d là $R \cos\left(\frac{1}{2}\widehat{AIB}\right) = 1$ $\Leftrightarrow \frac{ 4-6+m }{\sqrt{16+9}} = 1 \Leftrightarrow m-2 = 5$ Vậy $m=7$ hoặc $m=-3$ thì d cắt (C) tại hai điểm A, B sao cho $\widehat{AIB} = 120^\circ$	0,25 0,25 0,25 0,25
6a.b	d_1 qua điểm $A(0;0;1)$ và có vtcp $\vec{a} = (1;2;-1)$, d_2 qua điểm $B(1;2;0)$ và có vtcp $\vec{b} = (2;2;-1)$	0,25

1 điểm	$\vec{AB} = (1; 2; 1)$ và tích có hướng $[\vec{a}, \vec{b}] = (0; -1; -2)$ nên $[\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{AB} = 0$ suy ra d_1, d_2 cắt nhau. Mặt phẳng qua d_1, d_2 nên qua A và có vecto pháp tuyến $[\vec{a}, \vec{b}] = (0; -1; -2)$ Nên có phương trình: $0(x-0) - 1(y-0) - 2(z-1) = 0 \Leftrightarrow y + 2z - 2 = 0$	0,25 0,25 0,25
7a. 1 điểm	$(1-2i)z - \frac{2-i}{1+i} = (3-i)z \Leftrightarrow (1-2i)z - (3-i)z = \frac{2-i}{1+i}$ $\Leftrightarrow -(2+i)z = \frac{1-3i}{2}$ $\Leftrightarrow z = \frac{-1+3i}{2(2+i)} \Leftrightarrow z = \frac{1}{10} + \frac{7}{10}i$ Vậy tọa độ điểm biểu diễn của z trong mặt phẳng tọa độ Oxy là $M\left(\frac{1}{10}; \frac{7}{10}\right)$	0,25 0,25 0,25 0,25
6b.a 1 điểm	Tọa độ B thỏa $\begin{cases} x-y+2=0 \\ y-2=0 \end{cases} \Rightarrow B(0;2)$, Tọa độ B' thỏa $\begin{cases} x-y+2=0 \\ x-3y+2=0 \end{cases} \Rightarrow B'(-2;0)$. Nên $\vec{B'B} = (2;2)$. Mà $C \in BC \Rightarrow C(x_C;2)$ và $\vec{B'C} = (x_C+2;2)$. Vì $BB' \perp AC$ nên $\vec{B'B} \cdot \vec{B'C} = 0$ $\Leftrightarrow x_C = -4$ tức là $C(-4;2)$ do đó AC có phương trình $2(x+4) + 2(y-2) = 0 \Leftrightarrow x+y+2=0$ Đường tròn đường kính BC có tâm $I(-2;2)$ và bán kính $R = \frac{1}{2}BC = 2$ nên có phương trình $(I) : (x+2)^2 + (y+2)^2 = 4$. Mà $C' \in (I)$ nên tọa độ C' thỏa $\begin{cases} (x+2)^2 + (y+2)^2 = 4 \\ x-3y+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10y^2 - 4y = 0 \\ x+2 = 3y \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} y=0 \Rightarrow x=-2 \text{ tọa độ } B' \\ y=\frac{2}{5} \Rightarrow x=-\frac{4}{5} \text{ tọa độ } C' \end{cases}$ do đó AB có phương trình là $2x - y + 2 = 0$	0,25 0,25 0,25 0,25
		
6b.b 1 điểm	Giả sử d cắt (P) tại I . Ta có $I \in d \Rightarrow I(2-t; -1-t; -1+t)$ và $I \in (P) \Rightarrow 2(2-t) + (-1-t) - 2(-1+t) = 0 \Leftrightarrow t = 1$. Nên $I(1; -2; 0)$ (P) có vecto pháp tuyến $\vec{n} = (2; 1; -2)$, d có vecto chỉ phương $\vec{u} = (-1; -1; 1)$. Δ nằm trên (P) và vuông góc d tại I nên tích có hướng $[\vec{u}, \vec{n}] = (1; 0; 1)$ là vtcp của Δ Vậy Δ có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 1+t \\ y = -2 \\ z = t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$	0,25 0,25 0,25 0,25
7b. 1 điểm	$z^2 - 2z + 1 + 2i = 0 \Leftrightarrow (z-1)^2 = 1 - 2i + i^2$ $\Leftrightarrow (z-1)^2 = (1-i)^2 \Leftrightarrow [(z-1) - (1-i)][(z-1) + (1-i)] = 0$ $\Leftrightarrow (z-2+i)(z-i) = 0 \Leftrightarrow z = 2-i$ hoặc $z = i \Rightarrow z_1 = 2-i; \quad z_2 = i$ Vậy $ z_1 + z_2 = \sqrt{5} + 1$	0,25 0,25 0,25