

Lý thuyết số

jb7185

14/1/2013

Tóm tắt nội dung

Tóm tắt nội dung Lý thuyết số là một ngành của toán học lý thuyết nghiên cứu về tính chất của số nói chung và số nguyên nói riêng, cũng như những lớp rộng hơn các bài toán mà phát triển từ những nghiên cứu của nó. Lý thuyết số có thể chia thành một vài lĩnh vực dựa theo phương pháp giải và các dạng bài toán được xem xét. (Xem Danh sách các chủ đề của lý thuyết số). Cụm từ "số học" cũng được sử dụng để nói đến lý thuyết số. Đây là cụm từ không còn được sử dụng rộng rãi nữa. Tuy nhiên, nó vẫn còn hiện diện trong tên của một số lĩnh vực toán học (hàm số học, số học đường cong elliptic, lý thuyết căn bản của số học). Việc sử dụng cụm từ số học ở đây không nên nhầm lẫn với số học sơ cấp.

1 Một số lát lĩnh vực

1.1 Lý thuyết số sơ cấp

Trong lý thuyết số sơ cấp, các số nguyên được nghiên cứu mà không cần các kĩ thuật từ các lĩnh vực khác của toán học. Nó nghiên cứu các vấn đề về chia hết, cách sử dụng thuật toán Euclide để tìm ước chung lớn nhất, phân tích số nguyên thành thừa số nguyên tố, việc nghiên cứu các số hoàn thiện và đồng dư. Rất nhiều vấn đề trong lý thuyết số có thể phát biểu dưới ngôn ngữ sơ cấp, nhưng chúng cần những nghiên cứu sâu sắc và những tiếp cận mới bên ngoài lĩnh vực lý thuyết số để giải quyết. Một số ví dụ: + Giả thuyết Goldbach nói về việc biểu diễn các số chẵn thành tổng của hai số nguyên tố (Đã được chứng minh). + Giả thuyết Catalan (bây giờ là định lý Mihăilescu) nói về các lũy thừa nguyên liên tiếp. + Giả thuyết số nguyên tố sinh đôi nói rằng có vô hạn số nguyên tố sinh đôi

1.2 Lý thuyết số giải tích

Lý thuyết giải tích số sử dụng công cụ giải tích và giải tích phức để giải quyết các vấn đề về số nguyên. Định lý số nguyên tố và giả thuyết Riemann là các ví dụ. Bài toán Waring (biểu diễn một số nguyên cho trước thành tổng các bình phương, lập phương, v.v...), giả thuyết số nguyên tố sinh đôi và giả thuyết Goldbach cũng đang bị tấn công bởi các phương pháp giải tích. Chứng minh về

tính siêu việt của các hằng số toán học cũng được xếp vào lĩnh vực lý thuyết giải tích số. Trong khi những phát biểu về các số siêu việt dường như đã bị loại bỏ khỏi việc nghiên cứu về các số nguyên, chúng thực sự nghiên cứu giá trị của các đa thức với hệ số nguyên tại. Chúng cũng liên quan mật thiết với lĩnh vực xấp xỉ Diophantine, lĩnh vực nghiên cứu một số thực cho trước có thể xấp xỉ bởi một số hữu tỉ tốt tới mức nào.

2 Lịch sử

Lý thuyết số thời kì Vedic Các nhà toán học Ấn Độ đã quan tâm đến việc tìm nghiệm nguyên của phương trình Diophantine từ thời kì Vedic. Những ứng dụng sớm nhất vào hình học của phương trình Diophantine có thể tìm thấy trong kinh Sulba, được viết vào khoảng giữa thế kỉ thứ 8 và thế kỉ thứ 6 trước Công nguyên. Baudhayana (năm 800 TCN) tìm thấy hai tập nghiệm nguyên dương của một hệ các phương trình Diophantine, và cũng sử dụng hệ phương trình Diophantine với tới bốn ẩn. Apastamba (năm 600) sử dụng hệ phương trình Diophantine với tới năm ẩn. Lý thuyết số của người Jaina Những người Jain là những người đầu tiên không chấp nhận ý tưởng các vô hạn đều như nhau. Họ nhận ra năm loại vô hạn khác nhau: vô hạn theo một hoặc hai hướng (một chiều), vô hạn theo diện tích (hai chiều), vô hạn mọi nơi (ba chiều), và vô hạn liên tục (vô số chiều). Số đếm được cao nhất N của người Jain tương ứng với khái niệm hiện đại aleph-không (cardinal number của tập vô hạn các số nguyên $1, 2, \dots$), the smallest cardinal transfinite number. Người Jain cũng định nghĩa toàn bộ hệ thống các cardinal number, trong đó là nhỏ nhất. Trong công trình của người Jain về lý thuyết tập hợp, họ phân biệt hai loại transfinite number cơ bản. Ở cả lĩnh vực vật lý và bản thể học (ontology), sự khác nhau được tạo ra giữa *asmkhyata* và *ananata*, giữa vô hạn bị chặn ngắt và vô hạn bị chặn lỏng.