

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = \frac{x+2}{2x+1}$ (C).

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

b) Đường thẳng (d_1) có phương trình $y = x$ cắt (C) tại hai điểm A và B. Đường thẳng (d_2) có phương trình $y = x + m$. Tìm tất cả các giá trị của m để (d_2) cắt (C) tại hai điểm phân biệt C, D sao cho bốn điểm A, B, C, D là bốn đỉnh của hình bình hành.

Câu 2 (1,0 điểm). Giải phương trình: $\frac{\cos^2 x (\cos x - 1)}{\sin x + \cos x} = 2(1 + \sin x)$.

Câu 3 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \sqrt{\frac{2x}{y}} + \sqrt{\frac{2y}{x}} = 3 \\ x - y + xy = 3 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R})$$

Câu 4 (1,0 điểm). Tìm các giá trị của tham số m để phương trình $3\sqrt{1-x^2} - 2\sqrt{x^3+2x^2+1} = m, (m \in \mathbb{R})$ có nghiệm duy nhất thuộc đoạn $[-1;1]$.

Câu 5 (1,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = 3a, (a > 0)$. SA tạo với mặt phẳng đáy (ABC) một góc bằng 60° . Tam giác ABC vuông tại B , $\widehat{ACB} = 30^\circ$, G là trọng tâm của tam giác ABC . Hai mặt phẳng (SGB) và (SGC) cùng vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$ theo a .

Câu 6 (1,0 điểm). Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn: $x^2 + y^2 + z^2 \leq 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{1}{1+xy} + \frac{1}{1+yz} + \frac{1}{1+zx}$.

II. PHẦN RIÊNG (3,0 điểm) Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần A hoặc phần B)**A. Theo chương trình Chuẩn**

Câu 7.a (1,0 điểm). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm $M(1; 2)$, $N(3; -4)$ và đường thẳng $(d): x + y - 3 = 0$. Viết phương trình đường tròn đi qua hai điểm M, N và tiếp xúc với (d) .

Câu 8.a (1,0 điểm). Tìm hệ số của x^4 trong khai triển biểu thức $\left(\frac{2}{x} - x^3\right)^n$, $x > 0$ biết n là số tự nhiên thỏa mãn hệ thức: $C_{n-4}^{n-6} + nA_n^2 = 454$.

Câu 9.a (1,0 điểm). Giải phương trình: $\frac{2 - \log_3 x}{\log_3 9x} - \frac{4}{1 - \log_3 x} = 1$.

B. Theo chương trình Nâng cao

Câu 7.b (1,0 điểm). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm $A(3; 2)$; các đường thẳng $(d_1): x + y - 3 = 0$ và đường thẳng $(d_2): x + y - 9 = 0$. Tìm tọa độ điểm B thuộc (d_1) và điểm C thuộc (d_2) sao cho tam giác ABC vuông cân tại A .

Câu 8.b (1,0 điểm). Cho tập hợp $X = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. Có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau đôi một từ X , sao cho một trong ba chữ số đầu tiên phải bằng 1.

Câu 9.b (1,0 điểm). Tìm giới hạn: $I = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt[3]{x+6}}{x^2 - 4}$.

-----Hết-----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh:.....

SỞ GD&ĐT VĨNH PHÚC

KTCL ÔN THI ĐẠI HỌC LẦN 1 NĂM HỌC 2013-2014

(Đáp án có 06 trang)

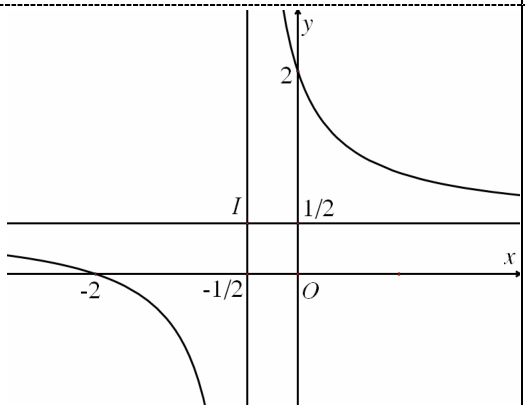
Môn: TOÁN; Khối B

HƯỚNG DẪN CHẤM

I. LƯU Ý CHUNG:

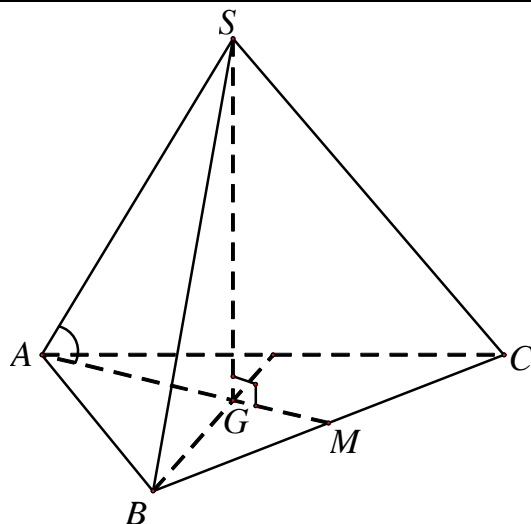
- Hướng dẫn chấm chỉ trình bày một cách giải với những ý cơ bản phải có. Khi chấm bài học sinh làm theo cách khác nếu đúng và đủ ý thì vẫn cho điểm tối đa.
- Điểm toàn bài tính đến 0,25 và không làm tròn.
- Với **Câu 5** nếu thí sinh không vẽ hình phần nào thì không cho điểm tương ứng với phần đó.

II. ĐÁP ÁN:

Câu	Ý	Nội dung trình bày	Điểm												
1	a	Khảo sát vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{2x+1}$ (C).	1,0												
		TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}\right\}$. Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \frac{1}{2}$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \frac{1}{2}$; $\lim_{x \rightarrow \left(-\frac{1}{2}\right)^+} = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow \left(-\frac{1}{2}\right)^-} = -\infty$. TCD: $x = -\frac{1}{2}$; TCN: $y = \frac{1}{2}$.	0.25												
		Ta có: $y' = \frac{-3}{(2x+1)^2} < 0$; $\forall x \neq -\frac{1}{2}$. Hàm số nghịch biến trên $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$ và $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.	0.25												
		BBT <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$-\frac{1}{2}$</td><td>$+\infty$</td></tr> <tr> <td>y'</td><td colspan="2">-</td><td>-</td></tr> <tr> <td>y</td><td>$\frac{1}{2}$</td><td>$+\infty$</td><td>$\frac{1}{2}$</td></tr> </table>	x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$	y'	-		-	y	$\frac{1}{2}$	$+\infty$	$\frac{1}{2}$	0.25
x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$												
y'	-		-												
y	$\frac{1}{2}$	$+\infty$	$\frac{1}{2}$												
		c) Đồ thị: Giao với Ox tại $(-2; 0)$ Giao với Oy tại $(0; 2)$. Đồ thị nhận giao điểm $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ của hai tiệm cận làm tâm đối xứng. 	0.25												
	b	Đường thẳng (d_1) có phương trình $y = x$ cắt (C) tại hai điểm A và B. Đường thẳng	1.0												

	(d_2) có phương trình $y = x + m$. Tìm tất cả các giá trị của m để (d_2) cắt (C) tại hai điểm phân biệt C, D sao cho bốn điểm A, B, C, D là bốn đỉnh của hình bình hành.	
	d_1 giao (C) tại 2 điểm $A(-1;-1), B(1;1)$ và $AB^2 = 8$.	0.25
	Phương trình hoành độ giao điểm của d_2 và (C) là $\frac{x+2}{2x+1} = x+m \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 + 2mx + m - 2 = 0 & (1) \\ x \neq -\frac{1}{2} \end{cases}$	0.25
	d_2 cắt (C) tại 2 điểm C, D khi và chỉ khi (1) có 2 nghiệm phân biệt khác $-\frac{1}{2}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = m^2 - 2m + 4 > 0 \\ \frac{1}{2} - m + m - 2 \neq 0 \end{cases} \quad \text{đúng } \forall m.$	0.25
	$C(x_1; x_1 + m); D(x_2; x_2 + m), (x_1, x_2 \text{ là nghiệm của (1)})$ Theo Viet ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -m \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{m-2}{2} \end{cases}$ A, B, C, D là bốn đỉnh một hình bình hành $\Leftrightarrow \begin{cases} AB \parallel CD \\ AB^2 = CD^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 4 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m^2 - 2m = 0 \end{cases} \Rightarrow m = 2. \quad \text{KL: } m = 2.$	0.25
2	Giải phương trình: $\frac{\cos^2 x (\cos x - 1)}{\sin x + \cos x} = 2(1 + \sin x).$	1.0
	Điều kiện: $\sin x + \cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \quad (*)$.	0.25
	Ta có: $PT \Leftrightarrow (1 - \sin^2 x)(\cos x - 1) = 2(1 + \sin x)(\sin x + \cos x)$ $\Leftrightarrow (1 + \sin x)(1 + \cos x)(1 + \sin x) = 0$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 + \sin x = 0 \\ 1 + \cos x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \\ x = \pi + k2\pi \end{cases}$	0.25
	Kết hợp với điều kiện $(*)$, suy ra phương trình đã cho có nghiệm là: $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi; x = \pi + k2\pi (k \in \mathbb{Z}).$	0.25
3	Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \sqrt{\frac{2x}{y}} + \sqrt{\frac{2y}{x}} = 3 \\ x - y + xy = 3 \end{cases}$	1.0
	Điều kiện: $xy > 0$	0.25

		Hệ phương trình cho tương đương với $\begin{cases} \frac{2x}{y} + \frac{2y}{x} = 5 \\ x - y + xy = 3 \end{cases}$																				
		$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 + 2y^2 - 5xy = 0 \\ x - y + xy = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x - 2y)(2x - y) = 0 \\ x - y + xy = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = 2y \\ x - y + xy = 3 \end{cases} \\ \begin{cases} y = 2x \\ x - y + xy = 3 \end{cases} \end{cases}$	0.25																			
		+ Với $\begin{cases} x = 2y \\ x - y + xy = 3 \end{cases} \Leftrightarrow (x; y) = (2; 1), (x; y) = \left(-3; -\frac{3}{2}\right)$	0.25																			
		+ Với $\begin{cases} y = 2x \\ x - y + xy = 3 \end{cases} \Leftrightarrow (x; y) = (-1; -2), (x; y) = \left(\frac{3}{2}; 3\right)$ Vậy hệ có nghiệm là : $(2; 1), \left(-3; -\frac{3}{2}\right), (-1; -2), \left(\frac{3}{2}; 3\right)$.	0.25																			
4		Tìm các giá trị của tham số m để phương trình $3\sqrt{1-x^2} - 2\sqrt{x^3 + 2x^2 + 1} = m$ ($m \in R$), có nghiệm duy nhất thuộc đoạn $[-1;1]$	1,0																			
		Đặt $f(x) = 3\sqrt{1-x^2} - 2\sqrt{x^3 + 2x^2 + 1}$, $f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $\left[-\frac{1}{2}; 1\right]$. $f'(x) = -\frac{3x}{\sqrt{1-x^2}} - \frac{3x^2 + 4x}{\sqrt{x^3 + 2x^2 + 1}} = -x \left(\frac{3}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{3x + 4}{\sqrt{x^3 + 2x^2 + 1}} \right)$	0.25																			
		Ta có: $\frac{3}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{3x + 4}{\sqrt{x^3 + 2x^2 + 1}} > 0, \forall x \in (-1;1)$ Vậy: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$.	0.25																			
		BBT: <table><tr><td>x</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td> </td><td>+</td><td>-</td><td> </td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td></td><td align="center" colspan="2">1</td><td></td></tr><tr><td></td><td align="center">$-2\sqrt{2}$</td><td align="center" colspan="2"></td><td align="center">-4</td></tr></table>	x	-1	0	1	$f'(x)$		+	-		$f(x)$		1				$-2\sqrt{2}$			-4	0.25
x	-1	0	1																			
$f'(x)$		+	-																			
$f(x)$		1																				
	$-2\sqrt{2}$			-4																		
		Dựa vào bảng biến thiên suy ra phương trình đã cho có 1 nghiệm duy nhất thuộc $[-1;1] \Leftrightarrow \begin{cases} -4 \leq m < -2\sqrt{2} \\ m = 1 \end{cases}$	0.25																			
5		Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = 3a$ ($a > 0$), SA tạo với mặt phẳng đáy (ABC) một góc bằng 60° . Tam giác ABC vuông tại B , $\widehat{ACB} = 30^\circ$, G là trọng tâm của tam giác ABC . Hai mặt phẳng (SGB) và (SGC) cùng vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$ theo a .	1,0																			



		Gọi M là trung điểm của BC. Ta có $(SBG) \cap (SCG) = SG$ (SGB) và (SGC) cùng vuông góc với mặt phẳng (ABC) suy ra $SG \perp (ABC)$, $\widehat{SAG} = 60^\circ$, SG là chiều cao của chóp $S.ABC$.	0.25
		$SG = SA \cdot \sin \widehat{SAG} = 3a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3a\sqrt{3}}{2}; AG = SA \cdot \cos \widehat{SAG} = \frac{3a}{2} \quad (1)$	0.25
		ΔABC vuông tại B có $C = 30^\circ$. Đặt $AB = x, (x > 0)$ suy ra $BC = x\sqrt{3}, BM = \frac{x\sqrt{3}}{2}$	
		$AM = \sqrt{AB^2 + BM^2} = \frac{x\sqrt{7}}{2}; AG = \frac{2}{3} AM = \frac{x\sqrt{7}}{3} \quad (2)$	0.25
		Từ (1) và (2) suy ra $\frac{x\sqrt{7}}{3} = \frac{3a}{2} \Leftrightarrow x = \frac{9a}{2\sqrt{7}}$	
		$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{1}{2} x^2 \sqrt{3} = \frac{81a^2 \sqrt{3}}{56}; V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SG \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{81a^2 \sqrt{3}}{56} = \frac{243a^3}{112} \text{ (đvtt)}$	0.25
6		Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn: $x^2 + y^2 + z^2 \leq 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{1}{1+xy} + \frac{1}{1+yz} + \frac{1}{1+zx}$	1,0
		Ta có $[(1+xy) + (1+yz) + (1+zx)] \left(\frac{1}{1+xy} + \frac{1}{1+yz} + \frac{1}{1+zx} \right) \geq 9$	0.25
		$\Leftrightarrow P \geq \frac{9}{3+xy+yz+zx} \geq \frac{9}{3+x^2+y^2+z^2}$	0.25
		$\Rightarrow P \geq \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$	0.25
		Vậy GTNN là $P_{\min} = \frac{3}{2}$ khi $x = y = z = 1$	0.25
7.a		Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm $M(1; 2)$, $N(3; -4)$ và đường thẳng $(d): x + y - 3 = 0$. Viết phương trình đường tròn đi qua M, N và tiếp xúc với (d).	1,0
		Gọi E là trung điểm MN ta có $E(2; -1)$. Gọi Δ là đường trung trực của MN. Suy ra Δ có phương trình $x - 2 - 3(y + 1) = 0 \Leftrightarrow x - 3y - 5 = 0$.	0.25
		Gọi I là tâm đường tròn đi qua M, N thì I nằm trên Δ.	

		Giả sử $I(3t+5;t)$. Ta có $IM = d(I, d) \Leftrightarrow (3t+4)^2 + (t-2)^2 = \frac{(4t+2)^2}{2}$	0.25
		$2t^2 + 12t + 18 = 0 \Leftrightarrow t = -3$. Từ đó suy ra $I(-4; -3)$, bán kính $R = IM = 5\sqrt{2}$.	0.25
		Phương trình đường tròn $(x+4)^2 + (y+3)^2 = 50$.	0.25
8.a		Tìm hệ số của x^4 trong khai triển biểu thức $\left(\frac{2}{x} - x^3\right)^n$; $x > 0$, biết n là số tự nhiên thỏa mãn hệ thức: $C_{n-4}^{n-6} + nA_n^2 = 454$.	1.0
		Từ hệ thức đã cho suy ra $n \geq 6$. $C_{n-4}^{n-6} + nA_n^2 = 454 \Leftrightarrow \frac{(n-4)!}{2!(n-6)!} + n \frac{n!}{(n-2)!} = 454$	0.25
		$2n^3 - n^2 - 9n - 888 = 0 \Leftrightarrow n = 8$.	0.25
		Với $n = 8$, $\left(\frac{2}{x} - x^3\right)^8 = \sum_{k=0}^8 C_8^k (2x^{-1})^k (-x^3)^{8-k} = \sum_{k=0}^8 C_8^k 2^k (-1)^{8-k} x^{24-4k}$	0.25
		Hệ số của x^4 tương ứng với $24 - 4k = 4 \Leftrightarrow k = 5$. Vậy hệ số của x^4 là $C_8^5 2^5 (-1)^{8-5} = -1792$.	0.25
9.a		Giải phương trình: $\frac{2 - \log_3 x}{\log_3 9x} - \frac{4}{1 - \log_3 x} = 1$.	1.0
		Điều kiện: $x > 0$; $x \neq \frac{1}{9}$; $x \neq 3$.	0.25
		Đặt $\log_3 x = t$ ($t \neq -2$; $t \neq 1$), ta được: $\frac{2-t}{2+t} - \frac{4}{1-t} = 1 \Leftrightarrow t^2 - 3t - 4 = 0$	0.25
		$\begin{cases} t = -1 \\ t = 4 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}, x = 81$	0.25
		Vậy tập nghiệm của phương trình là: $x = \frac{1}{3}, x = 81$	0.25
7.b		Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm $A(3; 2)$; các đường thẳng $(d_1): x + y - 3 = 0$ và đường thẳng $(d_2): x + y - 9 = 0$ Tìm tọa độ điểm B thuộc (d_1) và điểm C thuộc (d_2) sao cho tam giác ABC vuông cân tại A .	1.0
		Ta có: $B \in d_1 \Leftrightarrow B(a; 3-a)$, $C \in d_2 \Leftrightarrow C(b; 9-b) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (a-3; 1-a)$, $\overrightarrow{AC} = (b-3; 7-b)$, ΔABC vuông cân tại $A \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \\ AB^2 = AC^2 \end{cases}$	0.25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} 2ab - 10a - 4b + 16 = 0 & (1) \\ 2a^2 - 8a = 2b^2 - 20b + 48 & (2) \end{cases}$	0.25
		$(1) \Leftrightarrow b = \frac{5a-8}{a-2}$. (Do $a = 2$ không t/mãn hệ). Thế vào (2) tìm được $a = 0, a = 4$	0.25
		Với $a = 0$ ta có $b = 4$. Vậy $B(0; 3)$ và $C(4; 5)$. Với $a = 4$ ta có $b = 6$. Vậy $B(4; -1)$ và $C(6; 3)$.	0.25

8.b	Cho tập hợp $X = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. Có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau đôi một từ X , sao cho một trong ba chữ số đầu tiên phải bằng 1.	1,0
	Giả sử số có 5 chữ số khác nhau đôi một là: $\overline{abcde}$, ($a \neq 0$)	0.25
	Xem các số hình thức $\overline{abcde}$, kể cả $a = 0$. Có 3 cách chọn vị trí cho 1 (1 là a hoặc là b hoặc là c). Sau đó chọn trị khác nhau cho 4 vị trí còn lại từ $X \setminus \{1\}$: số cách chọn A_7^4 . Như thế có $3 \times (7 \times 6 \times 5 \times 4) = 2520$ số.	0.25
	Xem các số hình thức $\overline{0bcde}$ có 2. $A_6^3 = 240$ số	0.25
	Loại những số dạng $\overline{0bcde}$ ra, ta còn $2520 - 240 = 2280$ số thỏa mãn yêu cầu đề bài.	0.25
9.b	Tìm giới hạn: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt[3]{x+6}}{x^2 - 4}$.	1,0
	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt[3]{x+6}}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(\sqrt{x+2} - 2) - (\sqrt[3]{x+6} - 2)}{x^2 - 4}$	0.25
	$= \lim_{x \rightarrow 2} \left[\frac{x-2}{(x-2)(x+2)(\sqrt{x+2}+2)} - \frac{x-2}{(x-2)(x+2)(\sqrt[3]{(x+6)^2} + 2\sqrt[3]{x+6} + 4)} \right]$	0.25
	$= \lim_{x \rightarrow 2} \left[\frac{1}{(x+2)(\sqrt{x+2}+2)} - \frac{1}{(x+2)(\sqrt[3]{(x+6)^2} + 2\sqrt[3]{x+6} + 4)} \right]$	0.25
	$= \frac{1}{16} - \frac{1}{48} = \frac{1}{24}$.	0.25

----- Hết -----