SỞ GD&ĐT VĨNH PHÚC **ĐỀ KTCL ÔN THI ĐẠI HỌC LẦN 1 NĂM HỌC 2013-2014**

Môn: TOÁN; Khối D

Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian phát đề

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị là (C).

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

b) Gọi (d) là đường thẳng qua $A(1;0)$ và có hệ số góc k .Tìm tất cả các giá trị thực của k để (d) cắt đồ thị (C) tại 3 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 11$.

Câu 2 (1,0 điểm). Giải phương trình: $1 + \sin\frac{x}{2}\sin x - \cos\frac{x}{2}\sin^2 x = 2\cos^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right)$.

Câu 3 (1,0 điểm). Giải phương trình: $\frac{2}{\sqrt{x+1} + \sqrt{3-x}} = 1 + \sqrt{3 + 2x - x^2}$.

Câu 4 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình : $\begin{cases} x^2 + y^2 = 2 \\ (x+y)(1+xy)^4 = 32 \end{cases}$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

Câu 5 (1,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Gọi M, N, P, K lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng BC, CD, SD, SB. Tính thể tích của khối chóp $S.ABMN$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng MK và AP theo a.

Câu 6 (1,0 điểm). Cho x, y là hai số thực dương thay đổi thoả mãn điều kiện $4(x+y) - 5 = 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức : $P = \frac{4}{x} + \frac{1}{4y}$.

II. PHẦN RIÊNG (3,0 điểm). *Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần A hoặc phần B)*

A. Theo chương trình Chuẩn

Câu 7.a (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(0;2); B(-2;-2)$; $C(4;-2)$. Gọi P là hình chiếu vuông góc của B trên AC; M, N lần lượt là trung điểm của AB và BC. Viết phương trình đường tròn đi qua ba điểm M, N, P.

Câu 8.a (1,0 điểm). Giải phương trình: $\log_4(x+1)^2 + 2 = 2\log_2\sqrt{3-x} + \log_8(3+x)^3$.

Câu 9.a (1,0 điểm). Một thùng đựng 12 hộp sữa. Trong 12 hộp đó có 5 hộp sữa cam , 7 hộp sữa dâu. Lấy ngẫu nhiên 3 hộp sữa trong thùng, tính xác suất để trong 3 hộp sữa được lấy ra có ít nhất 2 hộp sữa cam.

B. Theo chương trình Nâng cao

Câu 7.b (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy cho tam giác ABC có đỉnh $B(-12;1)$ và trọng tâm $G\left(\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right)$. Đường phân giác trong kẻ từ đỉnh A có phương trình $x + 2y - 5 = 0$. Viết phương trình đường thẳng BC.

Câu 8.b (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho đường tròn (C) có phương trình: $x^2 + y^2 - 6x + 2y - 6 = 0$ và điểm $A(3;3)$. Lập phương trình đường thẳng (d) đi qua A và cắt (C) tại hai điểm sao cho khoảng cách giữa hai điểm đó bằng độ dài cạnh của hình vuông nội tiếp đường tròn (C).

Câu 9.b (1,0 điểm). Cho n là số nguyên dương thỏa mãn: $\frac{2}{C_n^2} + \frac{14}{3C_n^3} = \frac{1}{n}$. Tìm hệ số của x^9 trong khai triển nhị thức Niu-tơn $\left(1 - \sqrt{3}x\right)^{2n}$.

----------Hết----------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:……Số báo danh:……

SỞ GD&ĐT VĨNH PHÚC **ĐÁP ÁN KTCL ÔN THI ĐH LẦN 1 NĂM HỌC 2013-2014**

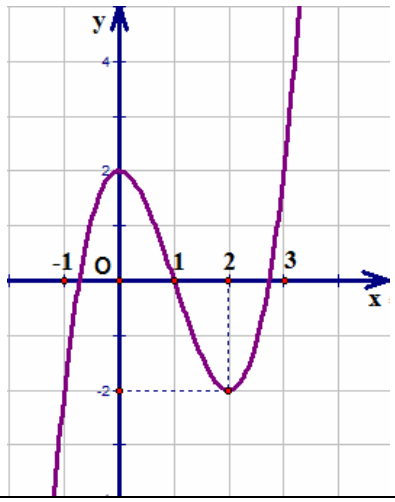
Môn: TOÁN; Khối D

(Đáp án có 05 trang)

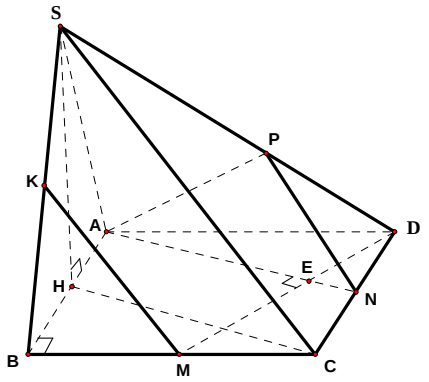
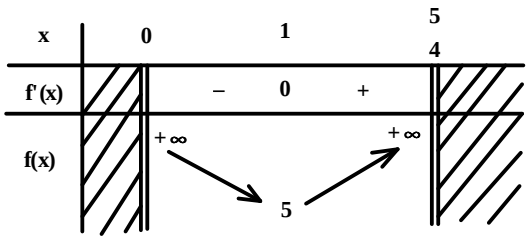
I. LƯU Ý CHUNG:

- Hướng dẫn chấm chỉ trình bày một cách giải với những ý cơ bản phải có. Khi chấm bài học sinh làm theo cách khác nếu đúng và đủ ý thì vẫn cho điểm tối đa.
- Điểm toàn bài tính đến 0,25 và không làm tròn.
- Với bài hình học không gian nếu thí sinh không vẽ hình hoặc vẽ hình sai thì không cho điểm tương ứng với phần đó.

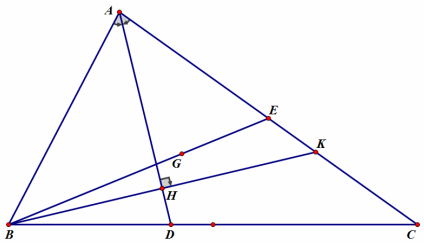
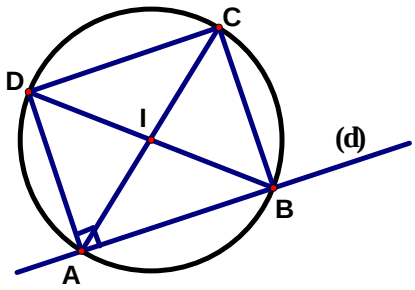
II. ĐÁP ÁN:

Câu	Ý	Nội dung trình bày	Điểm
1	**a**	**1,0 điểm**	
		• TXĐ: R • Sự biến thiên: -Chiều biến thiên: $y' = 3x^2 - 6x = 3x(x-2) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$	0,25
		- Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng : $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$ - Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$. - Cực trị : Hàm số đạt cực đại tại $x=0 \Rightarrow y_{CĐ} = 2$ Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2 \Rightarrow y_{CT} = -2$. - Giới hạn : $\lim\limits_{x\to-\infty} y = -\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} y = +\infty$	0,25
		- Bảng biến thiên: $\begin{array}{c\|ccccccc} x & -\infty & & 0 & & 2 & & +\infty \\ \hline y' & & + & 0 & - & 0 & + & \\ \hline y & & & 2 & & & & +\infty \\ & -\infty & \nearrow & & \searrow & -2 & \nearrow & \end{array}$	0,25
		• Đồ thị: đồ thị nhận *I(1; 0)* làm tâm đối xứng . Đồ thị đi qua các điểm : $(1;0);(0;2);(2;-2);(1-\sqrt{3};0);(1+\sqrt{3};0)$.  	0,25
	b	**1,0 điểm**	
		- Đường thẳng (d) có phương trình : $y = k(x-1)$ - Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (d): $k(x-1) = x^3 - 3x^2 + 2 \quad (1)$	0,25

		- Để (d) cắt (C) tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ (1) có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow k(x-1)=(x-1)(x^2-2x-2)$ có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow (x-1)(x^2-2x-2-k)=0$ có 3 nghiệm phân biệt	0,25
		$\Leftrightarrow g(x)=x^2-2x-2-k=0$ (2) có 2 nghiệm phân biệt khác 1. $\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta'=1+2+k>0\\ g(1)=-3-k\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow k>-3$	0,25
		- Giả sử 3 nghiệm phân biệt của (1) là $x_1=1$; x_2; x_3 với x_2 ; x_3 là nghiệm của (2). Áp dụng định lý *Vi-ét* có: $x_2+x_3=2; x_2x_3=-(k+2)$ $\Rightarrow x_2^2+x_3^2=(x_2+x_3)^2-2x_2x_3=4-2(-2-k)=8+2k$ Vậy $x_1^2+x_2^2+x_3^2=11 \Leftrightarrow 1+8+2k=11 \Leftrightarrow k=1$ (thỏa mãn).	0,25
2		**1,0 điểm**	
		Ta có: $1+\sin\frac{x}{2}\sin x-\cos\frac{x}{2}\sin^2 x=2\cos^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{x}{2}\right)$ (1) $(1)\Leftrightarrow 1+\sin\frac{x}{2}\sin x-\cos\frac{x}{2}\sin^2 x=1+\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=1+\sin x$	0,25
		$\Leftrightarrow \sin x\left(\sin\frac{x}{2}-\cos\frac{x}{2}\sin x-1\right)=0 \Leftrightarrow \sin x\left(\sin\frac{x}{2}-\cos\frac{x}{2}.2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}-1\right)=0$	0,25
		$\Leftrightarrow \sin x\left(\sin\frac{x}{2}-1\right)\left(2\sin^2\frac{x}{2}+2\sin\frac{x}{2}+1\right)=0$	0,25
		$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x=0\\ \sin\frac{x}{2}=1\\ 2\sin^2\frac{x}{2}+2\sin\frac{x}{2}+1=0(VN)\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=k\pi\\ \frac{x}{2}=\frac{\pi}{2}+k2\pi\end{array}\right. (k\in Z)$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=k\pi\\ x=\pi+k4\pi\end{array}\right. \Leftrightarrow x=k\pi,(k\in Z)$. Vậy phương trình có nghiệm $x=k\pi(k\in Z)$	0,25
3		**1,0 điểm**	
		Đk: $-1\le x\le 3$	0.25
		Đặt $t=\sqrt{x+1}+\sqrt{3-x}$,$(2\le t\le 2\sqrt{2})$ $\Rightarrow \sqrt{3+2x-x^2}=\frac{t^2-4}{2}$	0.25
		Phương trình đã cho trở thành : $t^3-2t-4=0 \Leftrightarrow (t-2)(t^2+2t+2)=0 \Leftrightarrow t=2$ Với $t=2 \Leftrightarrow \sqrt{x+1}+\sqrt{3-x}=2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-1\\ x=3\end{array}\right.$	0.25
		Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm $x=-1$ và $x=3$.	0.25
4		**1,0 điểm**	
		Phương trình: $\begin{cases}x^2+y^2=2\ (1)\\ (x+y)(1+xy)^4=32\ (2)\end{cases}$ Ta có $(2)\Leftrightarrow (x+y)(2+2xy)^4=2^9$ (3)	0.25
		Thay $x^2+y^2=2$ vào (3) ta có : $(x+y)(x^2+y^2+2xy)^4=2^9 \Leftrightarrow (x+y)(x+y)^8=2^9 \Leftrightarrow (x+y)^9=2^9 \Leftrightarrow x+y=2$	0.25

		Khi đó ta có hệ phương trình $\begin{cases} x+y=2 \\ x^2+y^2=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=2 \\ (x+y)^2-2xy=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=2 \\ xy=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$	0.25
		Kết luận : Hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x;y)=(1;1)$.	0.25
5		**1,0 điểm**	
			
		Gọi H là trung điểm của AB . Ta có $AH \perp (ABCD)$, $SH=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ $S_{ABMN}=S_{ABCD}-S_{ADN}-S_{MNC}=\dfrac{5a^2}{8}$ (đvdt).	0.25
		$V_{S.ABMN}=\dfrac{1}{3}.SH.S_{ABMN}=\dfrac{5\sqrt{3}a^3}{48}$ (đvdt)	0.25
		Ta có $KM \parallel (APN)$ (Vì $KM \parallel SC \parallel NP, NP \subset (APN)$) Gọi $E=AN \cap MD$ thì $ME \perp (SHC)$ mà $(SHC) \parallel (APN)$ nên $ME \perp (APN)$ $\Rightarrow d(KM,AP)=d(KM,(APN))=d(M,(APN))=ME$	0.25
		Tam giác EDN đồng dạng với tam giác $CDM \Rightarrow ED=\dfrac{1}{\sqrt{5}}a$, do đó $ME=\dfrac{3\sqrt{5}a}{10}$ Vậy $d(KM,AP)=ME=\dfrac{3\sqrt{5}a}{10}$.	0.25
6		**1,0 điểm**	
		Ta có: $4(x+y)-5=0 \Leftrightarrow 4y=5-4x$. Do $y>0$ nên $0<x<\dfrac{5}{4}$. $\Rightarrow P=\dfrac{4}{x}+\dfrac{1}{4y}=\dfrac{20-15x}{x(5-4x)}$.	0.25
		Xét hàm số $f(x)=\dfrac{20-15x}{5x-4x^2}$ với $x \in (0;\dfrac{5}{4})$; $f'(x)=\dfrac{-60x^2+160x-100}{(5-4x^2)^2}$; $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=\dfrac{5}{3}(l) \end{array}\right.$; $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=+\infty$; $\lim\limits_{x\to \frac{5}{4}^-} f(x)=+\infty$;	0.25
		Bảng biến thiên 	0.25

		Từ bảng biến thiên ta có $\min\limits_{(0;\frac{5}{4})} f(x)=5$ đạt được tại $x=1$. Vậy P có giá trị nhỏ nhất bằng 5 đạt được khi $x=1$ và $y=\frac{1}{4}$.	0.25
7.a		**1,0 điểm**	
		- Ta có : $\overrightarrow{AC}=(4;-4)$; $M(-1;0)$; $N(1;-2)$	0.25
		- Đường thẳng AC có phương trình : $x+y-2=0$ $\Rightarrow$ đường thẳng BP có phương trình: $x-y=0 \Rightarrow P(1;1)$	0.25
		Giả sử đường tròn qua $P;M;N$ có phương trình $x^2+y^2+2ax+2by+c=0\ (a^2+b^2-c>0)$ Khi đó ta có hệ phương trình $\begin{cases}2a+2b+c+2=0\\-2a+c+1=0\\2a-4b+c+5=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=-\frac{1}{2}\\b=\frac{1}{2}\\c=-2\end{cases}$ (thỏa mãn)	0.25
		Vậy đường tròn cần tìm có phương trình: $x^2+y^2-x+y-2=0$	0.25
8.a		**1,0 điểm**	
		$\log_4(x+1)^2+2=2\log_2\sqrt{3-x}+\log_8(3+x)^3$ (1) Điều kiện : $\begin{cases}-3<x<3\\x\neq-1\end{cases}$	0.25
		(1) $\Leftrightarrow \log_2\lvert x+1\rvert+2=\log_2(3-x)+\log_2(3+x)$ $\Leftrightarrow \log_2 4\lvert x+1\rvert=\log_2(9-x^2)$	0.25
		$\Leftrightarrow 4\lvert x+1\rvert=9-x^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x^2+4x-5=0\\x^2-4x-13=0\end{array}\right.$	0.25
		$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1\\x=-5\\x=2+\sqrt{17}\\x=2-\sqrt{17}\end{array}\right.$. Kết hợp với điều kiện $\Rightarrow$(1) có hai nghiệm $x=1$ hoặc $x=2-\sqrt{17}$	0.25
9.a		**1,0 điểm**	
		- Số cách lấy 3 hộp sữa một cách tuỳ ý trong 12 hộp sữa là: $C_{12}^3=220$	0.25
		- Số cách lấy được 2 sữa cam và 1 sữa dâu là : $C_5^2.C_7^1=70$. - Số cách lấy được 3 sữa cam là : $C_5^3=10$	0.25
		$\Rightarrow$ Số cách lấy 3 hộp sữa sao cho có ít nhất 2 hộp sữa cam là: $C_5^2.7+C_5^3=80$.	0.25
		- Xác suất lấy được ít nhất 2 hộp sữa cam là: $\frac{80}{220}=\frac{4}{11}$ Vậy xác suất cần tìm là $\frac{4}{11}$.	0.25
7.b		**1,0 điểm**	

		 - Gọi E là trung điểm $AC \Rightarrow \overrightarrow{BE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BG} \Rightarrow \begin{cases} x_E = \frac{13}{2} \\ y_E = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow E\left(\frac{13}{2};\frac{1}{2}\right)$ Gọi K là điểm đối xứng của B qua AD thì $K \in AC$, - Phương trình BK : $2x - y + 25 = 0$	0.25
		- Gọi H là trung điểm BK thì $H \in AD$ - Tọa độ $H(x;y)$: $\begin{cases} 2x - y + 25 = 0 \\ x + 2y - 5 = 0 \end{cases} \Rightarrow H(-9;7) \Rightarrow K(-6;13)$	0.25
		- Phương trình của AC (phương trình của EK): $x + y - 7 = 0$ - Ta có: $AC \cap AD = A \Rightarrow A(9;-2) \Rightarrow C(4;3)$	0.25
		- Có $B(-12;1)$, $C(4;3) \Rightarrow (BC): \frac{x-4}{-12-4} = \frac{y-3}{1-3} \Leftrightarrow (BC): x - 8y + 20 = 0$ Kết luận: Phương trình cạnh $(BC): x - 8y + 20 = 0$	0.25
8.b		**1,0 điểm**	
		 Đường tròn (C) có tâm $I(3;-1)$, bán kính $R = 4$. Ta có $A(3;3) \in (C)$ Phương trình đường thẳng (d) có dạng: $a(x-3) + b(y-3) = 0, (a^2 + b^2 \neq 0)$ $\Leftrightarrow ax + by - 3a - 3b = 0$	0.25
		Giả sử (d) cắt (C) tại hai điểm A, B. Ta có $AB = IA\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$ và $d(I,d) = \frac{1}{2}AB = 2\sqrt{2}$	0.25
		$\Leftrightarrow \frac{\lvert 3a - b - 3a - 3b \rvert}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow 2\lvert b \rvert = \sqrt{2}.\sqrt{a^2 + b^2} \Leftrightarrow b = \pm a$	0.25
		Chọn $a = 1 \Rightarrow b = \pm 1$. Vậy phương trình đường thẳng (d) cần lập là: $x + y - 6 = 0$ hoặc $x - y = 0$	0,25
9.b		**1,0 điểm**	
		Đk: $n \geq 3, n \in N$ Ta có: $\frac{2}{C_n^2} + \frac{14}{3C_n^3} = \frac{1}{n} \Leftrightarrow \frac{2(2!)(n-2)!}{n!} + \frac{14(3!)(n-3)!}{n!(3)} = \frac{1}{n}$	0.25
		$\Leftrightarrow n^2 - 7n - 18 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = 9(t/m) \\ n = -2(l) \end{array}\right.$	0.25

		Từ đó: $(1-\sqrt{3}x)^{2n}=(1-\sqrt{3}x)^{18}=\sum_{k=0}^{18}C_{18}^{k}(-x\sqrt{3})^{k}=\sum_{k=0}^{18}C_{18}^{k}(-\sqrt{3})^{k}x^{k}$	0.25
		Vậy hệ số : $a_9=C_{18}^{9}(-\sqrt{3})^{9}=-3938220\sqrt{3}$.	0.25

---------- Hết ----------