TRƯỜNG THPT CHUYÊN QUỐC HỌC – HUẾ
Tổ Toán

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC LẦN 1
Môn: TOÁN; khối D – Năm học: 2013 - 2014
Thời gian: *180 phút (không kể thời gian phát đề)*

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 *điểm*)

Câu 1 (2,0 *điểm*). Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (*C*) của hàm số đã cho.

b) Tìm $m\in\mathbb{R}$ để đường thẳng $y=x+m$ cắt đồ thị (*C*) tại hai điểm phân biệt *A*, *B* sao cho tam giác *OAB* vuông tại *O* (với *O* là gốc tọa độ).

Câu 2 (1,0 *điểm*). Giải phương trình: $(\tan x+1)\sin^2 x+\cos 2x=0$ $(x\in\mathbb{R})$.

Câu 3 (1,0 *điểm*). Giải hệ phương trình: $\begin{cases}\sqrt{x^2-2y+2}+y=2x\\ x^3+2x^2=(x^2+3x-y)y\end{cases}$ $(x;y\in\mathbb{R})$.

Câu 4 (1,0 *điểm*). Giải phương trình: $\log_{27}x^3+\log_3(x+4)=\dfrac{1}{4}\log_{\sqrt{3}}(x-2)^2$ $(x\in\mathbb{R})$.

Câu 5 (1,0 *điểm*). Cho hình lăng trụ tam giác *ABC.A'B'C'* có đáy *ABC* là tam giác vuông cân tại *B*; *AB* = *a*. Hình chiếu vuông góc của điểm *A'* lên mặt phẳng (*ABC*) là điểm *H* thuộc cạnh *AC* sao cho *HC* = 2*HA*. Mặt bên (*ABB'A'*) hợp với mặt đáy (*ABC*) một góc bằng 60^o. Tính theo *a* thể tích của khối lăng trụ *ABC.A'B'C'* và khoảng cách giữa hai đường thẳng *AB* và *CC'*.

Câu 6 (1,0 *điểm*). Cho x và y là hai số thực dương thay đổi sao cho $x+y=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P=\frac{x}{\sqrt{y^2+1}}+\frac{y}{\sqrt{x^2+1}}.$$

II. PHẦN RIÊNG (3,0 *điểm*): *Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần* A *hoặc phần* B*)*

A. Theo chương trình Chuẩn

Câu 7a (1,0 *điểm*). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oxy*, viết phương trình đường tròn đi qua ba điểm $A(-3;-1)$, $B(-1;3)$ và $C(-2;2)$.

Câu 8a (1,0 *điểm*). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oxy*, cho hình vuông *ABCD*. Gọi *M*, *N* lần lượt là trung điểm của các cạnh *AB* và *CD*. Biết rằng $M\left(-\dfrac{1}{2};2\right)$ và đường thẳng *BN* có phương trình $2x+9y-34=0$. Tìm tọa độ các điểm *A* và *B* biết rằng điểm *B* có hoành độ âm.

Câu 9a (1,0 *điểm*). Tìm số hạng không chứa *x* trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $\left(3x^3-\dfrac{1}{x^2}\right)^n$ với $x\neq 0$, biết rằng *n* là số nguyên dương và $2P_n-(4n+5).P_{n-2}=3A_n^{n-2}$.

A. Theo chương trình Nâng cao

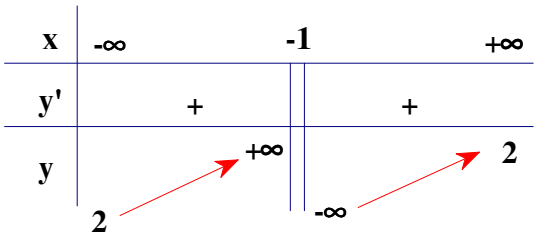
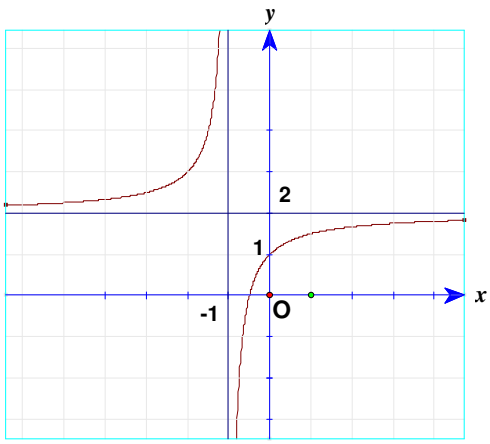
Câu 7b (1,0 *điểm*). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oxy*, viết phương trình chính tắc của elip (*E*) biết rằng elip (*E*) có hai tiêu điểm F_1 và F_2 với $F_1\left(-\sqrt{3};0\right)$ và có một điểm *M* thuộc elip (*E*) sao cho tam giác F_1MF_2 có diện tích bằng 1 và vuông tại *M*.

Câu 8b (1,0 *điểm*). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oxy*, cho hình thoi *ABCD* có *AC* = 2*BD*. Biết đường thẳng *AC* có phương trình $2x-y-1=0$; đỉnh $A(3;5)$ và điểm *B* thuộc đường thẳng $d: x+y-1=0$. Tìm tọa độ các đỉnh *B*, *C*, *D* của hình thoi *ABCD*.

Câu 9b (1,0 *điểm*). Cần chọn ngẫu nhiên 5 học sinh trong một lớp học có 15 nam và 10 nữ để tham gia đồng diễn. Tính xác suất sao cho 5 học sinh được chọn có cả nam lẫn nữ và số học sinh nữ ít hơn số học sinh nam.

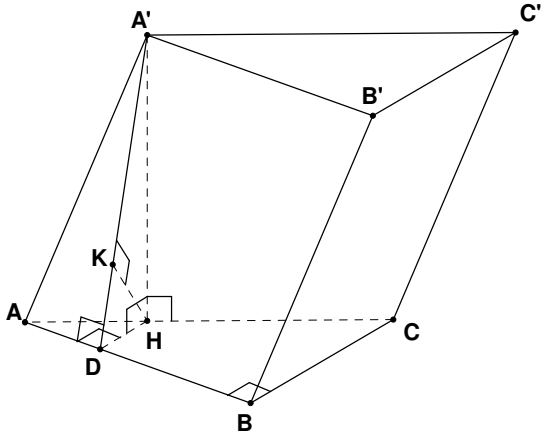
----------HẾT----------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.
Họ và tên thí sinh:……..Số báo danh:……

Câu	Đáp án	Điểm
1a	• Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$ • Sự biến thiên: - Chiều biến thiên: $y'=\dfrac{1}{(x+1)^2}>0,\forall x\neq -1$. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.	0,25
	- Giới hạn và tiệm cận: $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty} y=2$; tiệm cận ngang: $y=2$. $\lim\limits_{x\to(-1)^-} y=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to(-1)^+} y=-\infty$; tiệm cận đứng: $x=-1$.	0,25
	- Bảng biến thiên:  	0,25
	• Đồ thị:  	0,25
1b	Phương trình hoành độ giao điểm: $\dfrac{2x+1}{x+1}=x+m$ $\Leftrightarrow 2x+1=(x+1)(x+m)$ (do $x=-1$ không là nghiệm của phương trình) $\Leftrightarrow x^2+(m-1)x+m-1=0$ (1)	0,25
	Đường thẳng $y=x+m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B khi và chỉ khi (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m^2-6m+5>0\Leftrightarrow m>5$ hoặc $m<1$. (*) Ba điểm O, A, B không thẳng hàng $\Leftrightarrow m\neq 0$. (**)	0,25
	Gọi $A(x_1;y_1)$ và $B(x_2;y_2)$, trong đó $x_1;x_2$ là hai nghiệm của (1) và $y_1=x_1+m;y_2=x_2+m$. Tam giác OAB vuông tại $O\Leftrightarrow \overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}=0\Leftrightarrow 2x_1x_2+m(x_1+x_2)+m^2=0$ $\Leftrightarrow 2(m-1)+m(1-m)+m^2=0$	0,25
	$\Leftrightarrow 3m-2=0\Leftrightarrow m=\dfrac{2}{3}$ (thỏa (*) và (**)) Vậy với $m=\dfrac{2}{3}$ thì đường thẳng $y=x+m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB vuông tại O.	0,25

www.DeThiThuDaiHoc.com

www.MATHVN.com

2	Điều kiện: $\cos x \neq 0$. Phương trình đã cho tương đương với: $\left(\frac{\sin x}{\cos x}+1\right)\sin^2 x+\left(\cos^2 x-\sin^2 x\right)=0$	**0,25**
	$\Leftrightarrow (\cos x+\sin x)\sin^2 x+(\cos x-\sin x)(\cos x+\sin x)\cos x=0$ $\Leftrightarrow (\cos x+\sin x)\left(\sin^2 x+\cos^2 x-\sin x\cos x\right)=0$ $\Leftrightarrow (\cos x+\sin x)(2-\sin 2x)=0$ (1)	**0,25**
	Vì phương trình $2-\sin 2x=0$ vô nghiệm nên:	**0,25**
	$(1)\Leftrightarrow \cos x+\sin x=0\Leftrightarrow \tan x=-1\Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{4}+k\pi$ $(k\in\mathbb{Z})$ (thỏa mãn điều kiện). **Chú ý:** *Nếu thí sinh không ghi $k\in\mathbb{Z}$ thì không trừ điểm.*	**0,25**
3	$\begin{cases}\sqrt{x^2-2y+2}+y=2x & (1)\\ x^3+2x^2+y^2=\left(x^2+3x\right)y & (2)\end{cases}$ Điều kiện: $x^2-2y+2\geq 0$. (*Nếu thí sinh không đặt điều kiện thì không trừ điểm*) $(2)\Leftrightarrow (x-y)\left(x^2+2x-y\right)=0\Leftrightarrow x=y$ hoặc $x^2+2x-y=0$.	**0,25**
	Từ (1) suy ra $2x-y\geq 0$ nên $x^2+2x-y=0\Leftrightarrow \begin{cases}x^2=0\\ 2x-y=0\end{cases}\Leftrightarrow x=y=0$ (không thỏa (1))	**0,25**
	Thay $y=x$ vào (1), ta được: $(1)\Leftrightarrow \sqrt{x^2-2x+2}=x\Leftrightarrow \begin{cases}x\geq 0\\ x^2-2x+2=x^2\end{cases}\Leftrightarrow x=1$.	**0,25**
	Với $x=1$, ta được $y=1$ (thỏa điều kiện) Vậy hệ phương trình có một nghiệm $(x;y)=(1;1)$	**0,25**
4	Điều kiện: $0<x\neq 2$ Phương trình đã cho tương đương với: $\log_3 x+\log_3(x+4)=\log_3|x-2|$	**0,25**
	$\Leftrightarrow \log_3\left[x(x+4)\right]=\log_3|x-2|$ $\Leftrightarrow x(x+4)=|x-2|$ (1)	**0,25**
	Vì $x(x+4)>0$ nên $(1)\Leftrightarrow \begin{bmatrix}x-2=x^2+4x\\ x-2=-x^2-4x\end{bmatrix}\Leftrightarrow \begin{bmatrix}x^2+3x+2=0\\ x^2+5x-2=0\end{bmatrix}\Leftrightarrow x=-1\vee x=-2\vee x=\frac{-5\pm\sqrt{33}}{2}$	**0,25**
	Đối chiếu với điều kiện, ta được $x=\frac{-5+\sqrt{33}}{2}$ là nghiệm của phương trình đã cho.	**0,25**
5	 Gọi D là hình chiếu vuông góc của H lên cạnh AB. Ta có: $\left.\begin{matrix}AB\perp DH\\ AB\perp A'H\end{matrix}\right\}\Rightarrow AB\perp (A'HD)$. Suy ra góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(ABB'A')$ là góc $\widehat{A'DH}$.	**0,25**

www.DeThiThuDaiHoc.com

www.MATHVN.com

	Ta có: $A'H = DH.\tan 60^o = \frac{a\sqrt{3}}{3}$; $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}BA.BC = \frac{a^2}{2}$. Do đó: $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC}.A'H = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.	**0,25**
	$d\left(CC', AB\right) = d\left(CC', (ABB'A')\right) = d\left(C, (ABB'A')\right) = 3d\left(H, (ABB'A')\right)$. Gọi K là hình chiếu vuông góc của H lên cạnh $A'D$. Ta có: $AB \perp \left(A'HD\right) \Rightarrow AB \perp KH$. Mặt khác $HK \perp A'D$ nên $HK \perp \left(A'AD\right)$, do đó: $d\left(H, (ABB'A')\right) = HK$.	**0,25**
	Ta có: $HK = HD.\sin 60^o = \frac{a\sqrt{3}}{6} \Rightarrow d(CC', AB) = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. **Chú ý:** *Thí sinh có thể dùng phương pháp tọa độ trong không gian để giải bài này.*	**0,25**
6	$x + y = 1 \Leftrightarrow y = 1 - x$, thay vào P ta được: $P = \frac{x}{\sqrt{(1-x)^2+1}} + \frac{1-x}{\sqrt{x^2+1}} = f\left(x\right)$ với $0 < x < 1$. $f'\left(x\right) = \frac{1}{\sqrt{(1-x)^2+1}} + \frac{x(1-x)}{\sqrt{\left[(1-x)^2+1\right]^3}} - \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} - \frac{x(1-x)}{\sqrt{\left(x^2+1\right)^3}}$.	**0,25**
	Ta có $f'\left(\frac{1}{2}\right) = 0$. Với $\frac{1}{2} < x < 1$, ta có $0 < (1-x)^2 + 1 < x^2 + 1$ nên $\frac{1}{\sqrt{(1-x)^2+1}} - \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} > 0$ và $\frac{x(1-x)}{\sqrt{\left[(1-x)^2+1\right]^3}} - \frac{x(1-x)}{\sqrt{\left(x^2+1\right)^3}} > 0$, do đó $f'\left(x\right) > 0$. Tương tự, với $0 < x < \frac{1}{2}$, ta có $f'\left(x\right) < 0$. Vậy $x = \frac{1}{2}$ là nghiệm duy nhất của $f'\left(x\right) = 0$ trên khoảng $\left(0;1\right)$.	**0,25**
	Bảng biến thiên: x: 0	$\frac{1}{2}$	1 $f'(x)$:	-	0	+ $f(x)$: ↘	$\frac{2}{\sqrt{5}}$	↗	**0,25**
	Vậy $\min P = \frac{2}{\sqrt{5}}$ khi $x = y = \frac{1}{2}$.	**0,25**
7a	Phương trình đường tròn (C) đi qua ba điểm A, B, C có dạng: $(C): x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$ với $a^2 + b^2 - c > 0$.	**0,25**
	Vì A, B, C thuộc (C) nên ta có hệ phương trình: $\begin{cases} 6a + 2b - c = 10 \\ 2a - 6b - c = 10 \\ 4a - 4b - c = 8 \end{cases}$	**0,25**
	Giải hệ trên, ta được: $a = -2; b = 1; c = -20$.	**0,25**

www.DeThiThuDaiHoc.com

	Vậy $(C): x^2+y^2-4x+2y-20=0$ www.MATHVN.com	**0,25**
8a	Ta có vectơ pháp tuyến của đường thẳng BN là $\vec{n}=(2;9)$. Gọi $\vec{n_1}=(a;b)$ với $a^2+b^2>0$ là vectơ pháp tuyến của đường thẳng AB. Ta có $\cos(AB,BN)=\frac{BM}{BN}=\frac{1}{\sqrt{5}}$. Mặt khác $\cos(AB,BN)=\frac{\left\|\vec{n}.\vec{n_1}\right\|}{\left\|\vec{n}\right\|.\left\|\vec{n_1}\right\|}=\frac{\left\|2a+9b\right\|}{\sqrt{a^2+b^2}.\sqrt{85}}$.	**0,25**
	Từ đó ta có phương trình: $\frac{\left\|2a+9b\right\|}{\sqrt{a^2+b^2}.\sqrt{85}}=\frac{1}{\sqrt{5}}\Leftrightarrow 13a^2-36ab-64b^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=4b\\a=-\frac{16}{13}b\end{array}\right.$	**0,25**
	Với $a=4b$ chọn $a=4;b=1$, ta được $AB: 4x+y=0$. Tọa độ của B là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}4x+y=0\\2x+9y-34=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-1\\y=4\end{cases}$ (thỏa mãn $x_B<0$). $B(-1;4)\Rightarrow A(0;0)$.	**0,25**
	Với $a=-\frac{16}{13}b$ chọn $a=16;b=-13$, ta được $AB: 16x-13y+34=0$. Tọa độ của B là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}16x-13y+34=0\\2x+9y-34=0\end{cases}\Leftrightarrow x=\frac{4}{5}$ và $y=\frac{18}{5}$ (loại).	**0,25**
9a	Điều kiện: $n\geq 3; n\in\mathbb{N}$. $2P_n-(4n+5)P_{n-2}=3A_n^{n-2}\Leftrightarrow 2.n!-(4n+5).(n-2)!=3.\frac{n!}{2!}$	**0,25**
	$\Leftrightarrow 2n(n-1)-(4n+5)=\frac{3n(n-1)}{2}\Leftrightarrow n^2-9n-10=0$ $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}n=10\\n=-1\ (\text{loại})\end{array}\right.$	**0,25**
	Khi đó $\left(3x^3-\frac{1}{x^2}\right)^n=\left(3x^3-\frac{1}{x^2}\right)^{10}$. Số hạng tổng quát: $T_{k+1}=C_{10}^k\left(3x^3\right)^{10-k}.\left(\frac{-1}{x^2}\right)^k=C_{10}^k.3^{10-k}(-1)^k\frac{x^{30-3k}}{x^{2k}}$.	**0,25**
	T_{k+1} không chứa x khi $30-3k-2k=0\Leftrightarrow 5k=30\Leftrightarrow k=6$. Vậy số hạng không chứa x của khai triển là: $C_{10}^6.3^4.(-1)^6=17010$.	**0,25**
7b	Phương trình chính tắc của $(E): \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ với $a>b>0$. $F_1(-\sqrt{3};0)\Rightarrow c=\sqrt{3}\Rightarrow a^2-b^2=3$ (1)	**0,25**
	Gọi $M(x_M;y_M)$. Ta có: $S_{F_1MF_2}=1\Leftrightarrow\frac{1}{2}\left\|y_M\right\|.F_1F_2=1\Leftrightarrow\frac{1}{2}\left\|y_M\right\|.2\sqrt{3}=1\Leftrightarrow\left\|y_M\right\|=\frac{1}{\sqrt{3}}\Rightarrow y_M^2=\frac{1}{3}$. $\widehat{F_1MF_2}=90^o\Leftrightarrow\overrightarrow{MF_1}.\overrightarrow{MF_2}=0\Leftrightarrow x_M^2+y_M^2=3$, suy ra $x_M^2=\frac{8}{3}$.	**0,25**
	$M\in(E)\Leftrightarrow\frac{8}{3a^2}+\frac{1}{3b^2}=1$ (2).	**0,25**

www.DeThiThuDaiHoc.com

www.MATHVN.com

	Giải hệ (1) và (2), ta được: $a^2=4; b^2=1$. Vậy $(E): \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{1}=1$.	**0,25**
8b	Gọi $I(t;2t-1)$ là giao điểm của hai đường chéo AC và BD và $B(t';1-t')$. Ta có $\overrightarrow{AI}=(3-t;6-2t), \overrightarrow{BI}=(t-t';2t+t'-2)$ $\begin{cases} AI=2BI \\ AB\perp BI \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (3-t)^2+(6-2t)^2=4\left[(t-t')^2+(2t+t'-2)^2\right] \quad (1) \\ t-t'+2(2t+t'-2)=0 \quad (2) \end{cases}$	**0,25**
	$(2)\Leftrightarrow t'=4-5t$, thay vào (1), ta được: $(1)\Leftrightarrow 175t^2-210t+35=0\Leftrightarrow t=1$ hoặc $t=\frac{1}{5}$.	**0,25**
	Với $t=1$, ta được $t'=-1$ và $I(1;1)$. Khi đó $B(-1;2), D(3;0), C(-1;-3)$.	**0,25**
	Với $t=\frac{1}{5}$, ta được $t'=3$ và $I\left(\frac{1}{5};-\frac{3}{5}\right)$. Khi đó $B(3;-2), D\left(-\frac{13}{5};\frac{4}{5}\right), C\left(-\frac{13}{5};-\frac{31}{5}\right)$.	**0,25**
9b	Số cách chọn 5 học sinh từ 25 học sinh là: C_{25}^5.	**0,25**
	Số cách chọn 5 học sinh gồm 1 nữ và 4 nam từ 25 học sinh là: $C_{10}^1.C_{15}^4$.	**0,25**
	Số cách chọn 5 học sinh gồm 2 nữ và 3 nam từ 25 học sinh là: $C_{10}^2.C_{15}^3$.	**0,25**
	Vậy xác suất 5 học sinh được chọn có cả nam lẫn nữ và số học sinh nữ ít hơn số học sinh nam là: $P=\frac{C_{10}^1.C_{15}^4+C_{10}^2.C_{15}^3}{C_{25}^5}=\frac{325}{506}$.	**0,25**

HẾT

www.DeThiThuDaiHoc.com