

Câu I (2,0 điểm) Cho hàm số $y = \frac{-2x+4}{x-1}$ (1)

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1).
2. Tìm hai điểm A, B thuộc đồ thị (C) sao cho tiếp tuyến của đồ thị (C) tại các điểm đó song song với nhau, đồng thời ba điểm O, A, B tạo thành tam giác vuông tại O.

Câu II (2,0 điểm)

- 1) Tìm nghiệm $x \in (0; \pi)$ của phương trình $5 \cos x + \sin x - 3 = \sqrt{2} \sin(2x + \frac{\pi}{4})$

- 2) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^3 - y^3 - 6y^2 + 3(x - 5y) = 14 \\ \sqrt{3-x} + \sqrt{y+4} = x^3 + y^2 - 5 \end{cases} (x, y \in \mathbb{R}).$

Câu III (1,0 điểm) Tính tích phân $I = \int_0^1 (2x-1) \ln(x+1) dx$

Câu IV (1,0 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = a, BC = a\sqrt{3}$. Hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với đáy. Điểm I thuộc đoạn SC sao cho $SC = 3IC$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AI và SB biết AI vuông góc với SC .

Câu V (1,0 điểm) Cho 2 số thực $a, b \in (0; 1)$ thỏa mãn $(a^3 + b^3)(a+b) - ab(a-1)(b-1) = 0$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức sau:

$$F = \frac{1}{\sqrt{1+a^2}} + \frac{1}{\sqrt{1+b^2}} + ab - (a+b)^2.$$

Câu VI (1,0 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho ΔABC có đỉnh $A(-3;4)$, đường phân giác trong của góc A có phương trình $x+y-1=0$ và tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC là $I(1;7)$. Viết phương trình cạnh BC, biết diện tích ΔABC gấp 4 lần diện tích ΔIBC .

Câu VII (1,0 điểm) Cho khai triển $(1-3x)^{2014} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{2014}x^{2014}$. Tính tổng:

$$S = a_0 + 2a_1 + 3a_2 + \dots + 2015a_{2014}.$$

Câu VIII (1,0 điểm) Giải hệ phương trình $\begin{cases} \log_2 \sqrt{x+y} = 3 \log_8 (\sqrt{x-y} + 2) \\ 2x + \sqrt{x^2 - y^2} = 13 \end{cases}.$

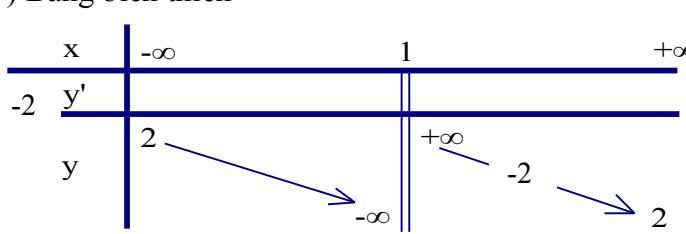
.....Hết.....

Họ và tên thí sinh:.....Số báo danh:.....

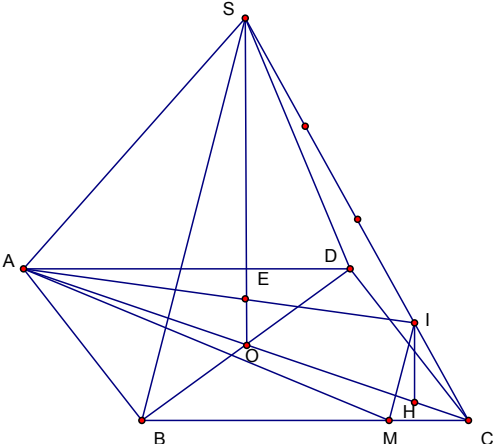
Chữ kí của giám thị 1:.....Chữ kí của giám thị 2:.....

Trường THPT Đoàn Thượng sẽ tổ chức thi thử đại học lần 2 vào ngày 16/2/2014

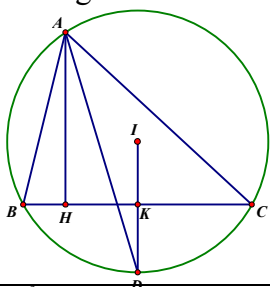
ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
I	1	Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{-2x+4}{x-1}$	$\sum 1,0$
		a) Tập xác định : $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ b) Sự biến thiên: * Tiệm cận : +) Vì $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-2x+4}{x-1} = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-2x+4}{x-1} = +\infty$ nên đường thẳng $x=1$ là tiệm cận đứng. +) Vì $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x+4}{x-1} = -2$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x+4}{x-1} = -2$ nên đường thẳng $y = -2$ là tiệm cận ngang.	0,25
		*Chiều biến thiên: +) Ta có : $y' = \frac{-2}{(x-1)^2} < 0, \forall x \neq 1$	0,25
		+) Bảng biến thiên  + Hàm số luôn nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.	0,25
		c) Đồ thị *Vẽ đồ thị: Cắt Ox tại A(2;0) cắt Oy tại B(0;-4) * Nhận xét: Đồ thị hàm số nhận điểm $I(1;-2)$ làm tâm đối xứng.	0,25
I	2		$\sum 1,0$
		Gọi $A\left(a; \frac{-2a+4}{a-1}\right)$ và $B\left(b; \frac{-2b+4}{b-1}\right)$ (Với $a, b \neq 1; a \neq b$) thuộc đồ thị (C). Khi đó hệ số góc của các đường tiếp tuyến tại A và B lần lượt là: $k_1 = -\frac{2}{(a-1)^2} \text{ và } k_2 = -\frac{2}{(b-1)^2}$ Do các đường tiếp tuyến song song nên: $-\frac{2}{(a-1)^2} = -\frac{2}{(b-1)^2} \Leftrightarrow a+b=2$	0,25
		Mặt khác, ta có: $\overrightarrow{OA} = \left(a; \frac{-2a+4}{a-1}\right)$; $\overrightarrow{OB} = \left(b; \frac{-2b+4}{b-1}\right)$. Do OAB là tam giác vuông tại O nên $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 0 \Leftrightarrow ab + \frac{(-2a+4)(-2b+4)}{(a-1)(b-1)} = 0$	0,25

		Ta có hệ $\begin{cases} a+b=2 \\ ab+\frac{4ab-8(a+b)+16}{ab-(a+b)+1}=0 \end{cases}$. Giải hệ ta được $\begin{cases} a=-1 \\ b=3 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a=3 \\ b=-1 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a=2 \\ b=0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a=0 \\ b=2 \end{cases}$	0,25
		Vậy hai điểm cần tìm có tọa độ là $(-1;1)$ và $(3;3)$ hoặc $(2;0)$ và $(0;-4)$	0,25
Câu II	1	Tìm nghiệm $x \in (0; \pi)$ của phương trình : $5\cos x + \sin x - 3 = \sqrt{2} \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right).$	$\Sigma = 1$
		$5\cos x + \sin x - 3 = \sqrt{2} \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \Leftrightarrow 5\cos x + \sin x - 3 = \sin 2x + \cos 2x$	0,25
		$\Leftrightarrow 2\cos^2 x - 5\cos x + 2 + \sin 2x - \sin x = 0$ $\Leftrightarrow (2\cos x - 1)(\cos x - 2) + \sin x(2\cos x - 1) = 0$ $\Leftrightarrow (2\cos x - 1)(\cos x + \sin x - 2) = 0.$	0,25
		+/- $\cos x + \sin x = 2$ vô nghiệm. +/- $\cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}.$	0,25
		Đổi chiều điều kiện $x \in (0; \pi)$ suy ra pt có nghiệm duy nhất là : $\frac{\pi}{3}$	0,25
	2	Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^3 - y^3 - 6y^2 + 3(x - 5y) = 14 \\ \sqrt{3-x} + \sqrt{y+4} = x^3 + y^2 - 5 \end{cases} (x, y \in \mathbb{R}).$	$\Sigma 1,0$
		Đkxđ $x \leq 3, y \geq -4$ Từ (1) ta có $x^3 + 3x = (y+2)^3 + 3(y+2) \Leftrightarrow (x-y-2)\left[x^2 + x(y+2) + (y+2)^2 + 3\right] = 0$ $\Leftrightarrow x = y+2 \Leftrightarrow y = x-2 \quad (3)$	0,25
		Thế (3) vào (2) ta được $\sqrt{x+2} + \sqrt{3-x} = x^3 + x^2 - 4x - 1 \Leftrightarrow x^3 + x^2 - 4x - 4 + 2 - \sqrt{x+2} + 1 - \sqrt{3-x} =$ $\Leftrightarrow (x-2)(x+2)(x+1) - \frac{x-2}{2+\sqrt{x+2}} + \frac{x-2}{1+\sqrt{3-x}} = 0$ $\Leftrightarrow (x-2)\left((x+2)(x+1) - \frac{1}{2+\sqrt{x+2}} + \frac{1}{1+\sqrt{3-x}}\right) = 0$	0,25

	$\Leftrightarrow (x-2)\left((x+2)(x+1)+\frac{1}{3}-\frac{1}{2+\sqrt{x+2}}+\frac{1}{1+\sqrt{3-x}}-\frac{1}{3}\right)=0$ $\Leftrightarrow (x-2)\left((x+2)(x+1)+\frac{x+1}{3(2+\sqrt{x+2})(\sqrt{x+2}+1)}+\frac{x+1}{3(1+\sqrt{3-x})(2+\sqrt{3-x})}\right)=$ $\Leftrightarrow (x-2)(x+1)\left((x+2)+\frac{1}{3(2+\sqrt{x+2})(\sqrt{x+2}+1)}+\frac{1}{3(1+\sqrt{3-x})(2+\sqrt{3-x})}\right)=$	0,25
	$(x-2)(x+1)=0 \Leftrightarrow x=2, x=-1; x=2 \Rightarrow y=0, x=-1 \Rightarrow y=-3$ Thử lại ta thấy thỏa mãn hệ phương trình. Vậy hệ phương trình đã cho có tập nghiệm là $S = \{(-1; -3); (2; 0)\}$.	0,25
Câu III	Tính tích phân $I = \int_0^1 (2x-1)\ln(x+1)dx$	$\sum 1,0$
	Đặt $\begin{cases} u = \ln(x+1) \\ dv = 2x-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x+1}dx \\ v = x^2-x \end{cases} \Rightarrow I = (x^2-x)\ln(x+1)\Big _0^1 - \int_0^1 \frac{x^2-x}{x+1}dx$	0,25
	$I = -\int_0^1 \left(x-2+\frac{2}{x+1}\right)dx$	0,25
	$I = \left(-\frac{x^2}{2}+2x-2\ln(x+1)\right)\Big _0^1$	0,25
	$I = \frac{3}{2}-2\ln 2$	0,25
IV		$\sum 1,0$
	 Ta có $S_{ABCD} = a.a\sqrt{3} = \sqrt{3}a^2$. Gọi O là giao điểm hai đường chéo AC, BD, theo giả thiết ta có $SO \perp (ABCD)$. $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + 3a^2} = 2a \Rightarrow OC = a$. Lại có $AI \perp SC \Rightarrow \Delta SOC \text{ \& } \Delta AIC$ đồng dạng	0,25

		$\Rightarrow \frac{CI}{CO} = \frac{CA}{CS} \Leftrightarrow CI.CS = CO.CA \Leftrightarrow SC = a\sqrt{6}$	
		Từ đó $SO = \sqrt{SC^2 - OC^2} = a\sqrt{5} \Rightarrow V_{SABC} = \frac{1}{3}SO.S_{ABCD} = a^3 \frac{\sqrt{15}}{3}$	0,25
		Qua I kẻ đường thẳng song song với SB cắt BC tại M, suy ra $SB \parallel (AIM)$, do đó $d(SB, AI) = d(SB, (AIM)) = d(B, (AIM))$. Mà $\frac{CI}{CS} = \frac{CM}{CB} \Rightarrow BM = 2CM$ suy ra $d(B, (AIM)) = 2d(C, (AIM))$ Hạ $IH \perp (ABCD)$, dễ thấy $IH = \frac{SO}{3}, S_{AMC} = \frac{S_{ABCD}}{6} \Rightarrow V_{IAMC} = \frac{1}{18}V_{SABCD} = a^3 \frac{\sqrt{15}}{54}$	0,25
		Ta có $IM = \frac{SB}{3} = \frac{SC}{3} = a\sqrt{\frac{2}{3}}; AM = \sqrt{AB^2 + BM^2} = a\sqrt{\frac{7}{3}}$ $AI = \sqrt{AC^2 - CI^2} = a\sqrt{\frac{10}{3}}$ Suy ra $\cos \angle MAI = \frac{3\sqrt{70}}{28} \Rightarrow \sin \angle MAI = \frac{\sqrt{154}}{28} \Rightarrow S_{AMI} = \frac{1}{2}AM.AI \sin \angle MAI = a^2 \frac{\sqrt{11}}{1}$ $\Rightarrow d(B, (AIM)) = 2d(C, (AIM)) = 2 \cdot \frac{3V_{IAMC}}{S_{\Delta AIM}} = \frac{4a}{\sqrt{33}}.$	0,25
			$\Sigma 1,0$
Câu V		gt $\Leftrightarrow \frac{(a^3 + b^3)(a+b)}{ab} = (1-a)(1-b) (*)$. vì $\frac{(a^3 + b^3)(a+b)}{ab} = \left(\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{a}\right)(a+b) \geq 2\sqrt{ab}.2\sqrt{ab} = 4ab$ và $(1-a)(1-b) = 1 - (a+b) + ab \leq 1 - 2\sqrt{ab} + ab$, khi đó từ (*) suy ra $4ab \leq 1 - 2\sqrt{ab} + ab$, đặt $t = ab$ (đk $t > 0$) ta được: $4t \leq 1 - 2\sqrt{t} + t \Leftrightarrow 2\sqrt{t} \leq 1 - 3t \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < t \leq \frac{1}{3} \\ 4t \leq (1-3t)^2 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < t \leq \frac{1}{9}$	0,25
		Ta có: $\frac{1}{1+a^2} + \frac{1}{1+b^2} \leq \frac{2}{1+ab} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{1+a^2} - \frac{1}{1+ab}\right) + \left(\frac{1}{1+b^2} - \frac{1}{1+ab}\right) \leq 0$ $\Leftrightarrow \frac{(a-b)^2 \cdot (ab-1)}{(1+ab)(1+a^2)(1+b^2)} \leq 0$ luôn đúng với mọi $a, b \in (0; 1)$, dấu "=" xảy ra khi $a = b$	0,25
		vì $\frac{1}{\sqrt{1+a^2}} + \frac{1}{\sqrt{1+b^2}} \leq \sqrt{2\left(\frac{1}{1+a^2} + \frac{1}{1+b^2}\right)} \leq \sqrt{2 \cdot \frac{2}{1+ab}} = \frac{2}{\sqrt{1+ab}}$ và $ab - a^2 - b^2 = ab - (a-b)^2 \leq ab$ nên $F \leq \frac{2}{\sqrt{1+ab}} + ab = \frac{2}{\sqrt{1+t}} + t$	0,25

		xét $f(t) = \frac{2}{\sqrt{1+t}} + t$ với $0 < t \leq \frac{1}{9}$ có $f'(t) = 1 - \frac{1}{(1+t)\sqrt{1+t}} > 0$ với mọi $0 < t \leq \frac{1}{9}$	
		$\Rightarrow f(t) \leq f\left(\frac{1}{9}\right) = \frac{6}{\sqrt{10}} + \frac{1}{9}$, dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} a=b \\ t=ab=\frac{1}{9} \Leftrightarrow a=b=\frac{1}{3} \end{cases}$ Vậy $\text{Max} F = \frac{6}{\sqrt{10}} + \frac{1}{9}$ đạt được tại $a=b=\frac{1}{3}$	0,25
VI	1		1,00
		+ Ta có $IA = 5$. Phương trình đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ có dạng $(C): (x-1)^2 + (y-7)^2 = 25$ + Gọi D là giao điểm thứ hai của đường phân giác trong góc A với đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$. Tọa độ của D là nghiệm của hệ $\begin{cases} x+y-1=0 \\ (x-1)^2 + (y-7)^2 = 25 \end{cases} \Rightarrow D(-2;3)$ 	0,25
		+ Vì AD là phân giác trong của góc A nên D là điểm chính giữa cung nhỏ BC. Do đó $ID \perp BC$ hay đường thẳng BC nhận véc tơ $\overrightarrow{DI} = (3;4)$ làm vec tơ pháp tuyến. + Phương trình cạnh BC có dạng $3x+4y+c=0$	0,25
		+ Do $S_{\triangle ABC} = 4S_{\triangle IBC}$ nên $AH = 4IK$ + Mà $AH = d_{(A;BC)} = \frac{ 7+c }{5}$ và $IK = d_{(I;BC)} = \frac{ 31+c }{5}$ nên $ 7+c = 4 31+c \Rightarrow \begin{cases} c = -\frac{114}{3} \\ c = -\frac{131}{5} \end{cases}$	0,25
		Vậy phương trình cạnh BC là : $9x+12y-114=0$ hoặc $15x+20y-131=0$	0,25
Câu VII.		Tính tổng: $S = a_0 + 2a_1 + 3a_2 + \dots + 2015a_{2014}$.	$\sum 1,0$
		Nhân hai vế với x ta được $x(1-3x)^{2014} = a_0x + a_1x^2 + a_2x^3 + \dots + a_{2014}x^{2015}$.	0,25
		Lấy đạo hàm hai vế $(1-3x)^{2014} - 6042x(1-3x)^{2013} = a_0 + 2a_1x + 3a_2x^2 + \dots + 2015a_{2014}x^{2014} (*)$.	0,25
		Thay $x=1$ vào (*) ta được: $S = a_0 + 2a_1 + 3a_2 + \dots + 2015a_{2014} = (-2)^{2014} - 6042(-2)^{2013}$.	0,25
		Tính toán ra được $S = 3022.2^{2014}$	0,25

Câu VIII		Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \log_2 \sqrt{x+y} = 3 \log_8 (\sqrt{x-y} + 2) \\ 2x + \sqrt{x^2 - y^2} = 13 \end{cases}$	$\sum 1,0$
		Điều kiện: $x+y > 0, x-y \geq 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x+y} = 2 + \sqrt{x-y} \\ 2x + \sqrt{x^2 - y^2} = 13 \end{cases}$	0,25
		Đặt: $\begin{cases} u = \sqrt{x+y}, u \geq 0 \\ v = \sqrt{x-y}, v \geq 0 \end{cases}$ ta có hệ: $\begin{cases} u = 2 + v \\ u^2 + v^2 + uv = 13 \end{cases}$	0,25
		$\begin{cases} u = 2 + v \\ (2+v)^2 + v^2 + (2+v)v = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = 2 + v \\ 3v^2 + 6v - 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v = 1, u = 3 \\ v = -3, u = -1 \end{cases}$	0,25
		Kết hợp đk ta được $v = 1, u = 3 \Rightarrow x = 5, y = 4$	0,25đ