

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7 điểm)

Câu 1 (2 điểm). Cho hàm số $y = 2x^3 - 3(2m+1)x^2 + 6m(m+1)x + 1$ có đồ thị (1).

- a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m = 0$.
b) Tìm m để hàm số (1) đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$

Câu 2 (1 điểm). Giải phương trình sau: $\cos 2x - \tan^2 x = \frac{\cos^2 x + \cos^3 x - 1}{\cos^2 x}$

Câu 3 (1 điểm). Giải phương trình sau: $\sqrt{7 - x^2} + x\sqrt{x+5} = \sqrt{3 - 2x - x^2}$ ($x \in \mathbb{R}$)

Câu 4 (1 điểm). Tìm m để hệ phương trình sau có 3 cặp nghiệm thực phân biệt:

$$\begin{cases} 3(x+1)^2 + y = m \\ \sqrt{xy} = 1 - x \end{cases}$$

Câu 5 (1 điểm). Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, SA vuông góc với đáy, G là trọng tâm tam giác SAC , mặt phẳng (ABG) cắt SC tại M , cắt SD tại N . Tính thể tích của khối đa diện $MNABCD$ biết $SA=AB=a$ và góc hợp bởi đường thẳng AN và $mp(ABCD)$ bằng 30° .

Câu 6 (1 điểm) Cho x, y, z thỏa mãn là các số thực: $x^2 - xy + y^2 = 1$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{x^4 + y^4 + 1}{x^2 + y^2 + 1}$$

II. PHẦN RIÊNG (3 điểm): Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (Phần A hoặc phần B).

A. Theo chương trình chuẩn

Câu 7a (1 điểm). Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC với $AB = \sqrt{5}$, $C(-1; -1)$, đường thẳng AB có phương trình: $x + 2y - 3 = 0$ và trọng tâm tam giác ABC thuộc đường thẳng $d: x + y - 2 = 0$. Tìm tọa độ đỉnh A và B.

Câu 8a (1 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0$ và đường thẳng d có phương trình: $x + y - 2 = 0$. Chứng minh rằng d luôn cắt (C) tại hai điểm phân biệt A và B. Tìm tọa độ điểm M trên đường tròn (C) sao cho diện tích tam giác MAB lớn nhất.

Câu 9a (1 điểm). Cho khai triển: $(1 + x + x^2)^{12} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{24}x^{24}$. Tính a_4 .

B. Theo chương nâng cao

Câu 7b (1 điểm). Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC biết $B(2; -1)$, đường cao và phân giác trong qua đỉnh A và C lần lượt có phương trình: $3x - 4y + 27 = 0$ và $x + 2y - 5 = 0$. Viết phương trình các cạnh của tam giác ABC.

Câu 8b (1 điểm). Trong mặt phẳng Oxy, viết phương trình chính tắc của Elíp (E), biết rằng tâm sai của (E) bằng $\frac{\sqrt{5}}{3}$ và hình chữ nhật cơ sở có diện tích bằng 24.

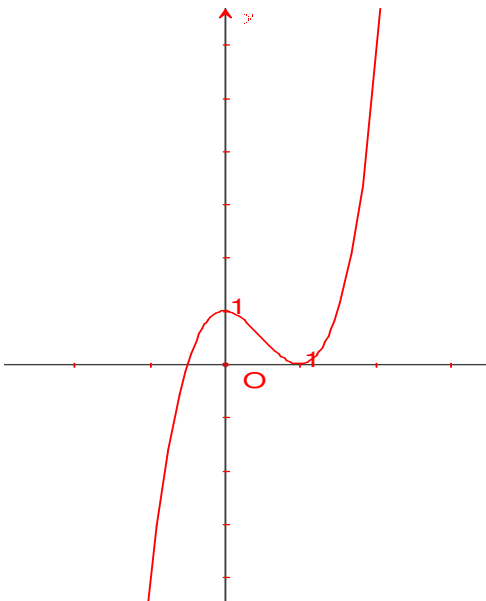
Câu 9b (1 điểm). Một hộp đựng 15 viên bi, trong đó có 7 viên bi xanh và 8 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi (không kể thứ tự ra khỏi hộp). Tính xác suất để trong 3 viên bi lấy ra có ít nhất 1 viên bi đỏ.

.....Hết.....

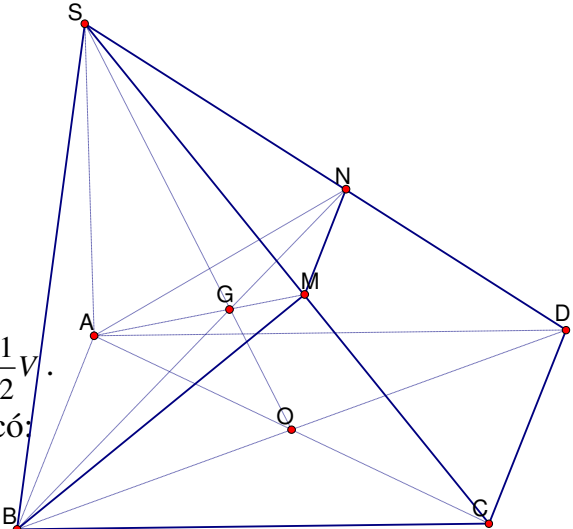
Chú ý: Giáo viên coi thi không giải thích gì thêm.

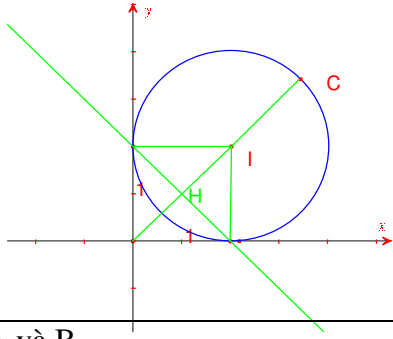
Họ và tên thí sinh:.....Số bao danh:.....

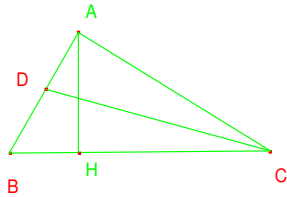
HƯỚNG DẪN CHẤM VÀ CHO ĐIỂM
Môn: Toán (Thi Thử ĐH lần 1 - Năm học 2013 - 2014)

Câu	Nội dung cơ bản	Điểm															
Câu 1 2 đ	Cho hàm số $y = 2x^3 - 3(2m+1)x^2 + 6m(m+1)x + 1$ có đồ thị (C_m) . a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số khi $m = 0$. b) Tìm m để hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$																
a (1 đ)	Với $m = 0$ ta có: $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$ *TXĐ: $\mathbb{R}$ * Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$ *Sự biến thiên: Ta có $y' = 6x^2 - 6x = 6x(x-1) = 0 \Leftrightarrow x = 0$; $x = 1$ <table border="1"><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>+</td><td>0</td><td>- 0</td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td>$-\infty$</td><td>1</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	y'	+	0	- 0	+	y	$-\infty$	1	0	$+\infty$	0.5
x	$-\infty$	0	1	$+\infty$													
y'	+	0	- 0	+													
y	$-\infty$	1	0	$+\infty$													
	* kết luận đồng biến, nghịch biến và cực trị. * Chỉ ra toạ độ điểm uốn $U(1/2; 1/2)$, Hs có thể bỏ qua bước này	0.25															
	* Vẽ đồ thị: 	0,25															
b (1 đ)	$y = 2x^3 - 3(2m+1)x^2 + 6m(m+1)x + 1 \Rightarrow y' = 6x^2 - 6(2m+1)x + 6m(m+1)$ y' có $\Delta = (2m+1)^2 - 4(m^2 + m) = 1 > 0$	0.5															
	$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ x = m + 1 \end{cases}$	0.25															

	Hàm số đồng biến trên $(2;+\infty) \Leftrightarrow y' > 0 \quad \forall x > 2 \Leftrightarrow m+1 \leq 2 \Leftrightarrow m \leq 1$ KL: $m \leq 1$	0.25
Câu 2 1 đ	Giải phương trình sau: $\cos 2x - \tan^2 x = \frac{\cos^2 x + \cos^3 x - 1}{\cos^2 x}$	
	ĐK $\cos x \neq 0$, pt được đưa về $\cos 2x - \tan^2 x = 1 + \cos x - (1 + \tan^2 x) \Leftrightarrow 2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$	0.5
	Giải tiếp được $\cos x = 1$ và $\cos x = 0,5$ rồi đổi chiều đk để đưa ra ĐS: $x = k2\pi, x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi$; hay $x = k\frac{2\pi}{3}$.	0.5
Câu 3 1 đ	Giải phương trình sau: $\sqrt{7-x^2} + x\sqrt{x+5} = \sqrt{3-2x-x^2} \quad (x \in \mathbb{R})$	
	$PT \Leftrightarrow \begin{cases} 3-2x-x^2 \geq 0 \\ 7-x^2+x\sqrt{x+5} = 3-2x-x^2 \end{cases}$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 3-2x-x^2 \geq 0 \\ x\sqrt{x+5} = -2(x+2) \end{cases}$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} -3 \leq x \leq 1 \\ x \neq 0 \\ \sqrt{x+5} = -2 \cdot \frac{x+2}{x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 \leq x < 0 \\ (x+1)(x^2-16) = 0 \end{cases}$	0.25
	$\Leftrightarrow x = -1$ Vậy phương trình đã cho có một nghiệm $x = -1$.	0.25
Câu 4 1 đ	Tìm m để hệ phương trình sau có 3 cặp nghiệm thực phân biệt: $\begin{cases} 3(x+1)^2 + y = m, (1) \\ \sqrt{xy} = 1-x, (2) \end{cases}$	
	$(2) \Leftrightarrow \begin{cases} 1-x \geq 0 \\ xy = (1-x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ y = \frac{1}{x} - 2 + x \end{cases} \quad (\text{do } x = 0 \text{ không là nghiệm})$	0,25
	Thế vào (1) ta có: $3(x+1)^2 + \frac{1}{x} - 2 + x = m, (3)$ Xét hàm số $f(x) = 3(x+1)^2 + \frac{1}{x} - 2 + x$ trên $(-\infty; 1]$, lập bảng biến thiên. Lập luận được mỗi giá trị x trên $(-\infty; 1]$ thì có duy nhất 1 giá trị y , nên (3) có 3 nghiệm phân biệt	0,5
	KL: $\begin{cases} \frac{20}{3} < m \leq 12 \\ -\frac{15}{4} < m < -4 \end{cases}$	0,25

Câu 5 1 đ	Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng a. mặt bên SAB là tam giác vuông cân đỉnh S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SD.	
	+ Trong $mp(SAC)$ kẻ AG cắt SC tại M, trong $mp(SBD)$ kẻ BG cắt SD tại N. + Vì G là trọng tâm tam giác ABC nên dễ có $\frac{SG}{SO} = \frac{2}{3}$ suy ra G cũng là trọng tâm tam giác SBD. Từ đó suy ra M, N lần lượt là trung điểm của SC, SD. + Dễ có: $V_{S.ABD} = V_{S.BCD} = \frac{1}{2}V_{S.ABCD} = \frac{1}{2}V$. Theo công thức tỷ số thể tích ta có:  $\frac{V_{S.ABN}}{V_{S.ABD}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SB}{SB} \cdot \frac{SN}{SD} = 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{S.ABN} = \frac{1}{4}V$ $\frac{V_{S.BMN}}{V_{S.BCD}} = \frac{SB}{SB} \cdot \frac{SM}{SC} \cdot \frac{SN}{SD} = 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{S.BMN} = \frac{1}{8}V$ Từ đó suy ra: $V_{S.ABMN} = V_{S.ABN} + V_{S.BMN} = \frac{3}{8}V.$ + Ta có: $V = \frac{1}{3}SA \cdot dt(ABCD)$; mà theo giả thiết $SA \perp (ABCD)$ nên góc hợp bởi AN với $mp(ABCD)$ chính là góc $\widehat{NAD}$, lại có N là trung điểm của SC nên tam giác NAD cân tại N, suy ra $\widehat{NAD} = \widehat{NDA} = 30^\circ$. Suy ra: $AD = \frac{SA}{\tan 30^\circ} = a\sqrt{3}.$ Suy ra: $V = \frac{1}{3}SA \cdot dt(ABCD) = \frac{1}{3}a \cdot a \cdot a\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}a^3$. Suy ra: thể tích cần tìm là: $V_{MNABCD} = V_{S.ABCD} - V_{S.ABMN} = V - \frac{3}{8}V = \frac{5}{8}V = \frac{5\sqrt{3}a^3}{24}$.	0,5 0,5
Câu 6 1 đ	Cho x, y, z thỏa mãn là các số thực: $x^2 - xy + y^2 = 1$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{x^4 + y^4 + 1}{x^2 + y^2 + 1}$	
	Từ giả thiết suy ra:	0,25

	$1 = x^2 - xy + y^2 \geq 2xy - xy = xy$ $1 = (x + y)^2 - 3xy \geq -3xy$ Từ đó ta có $-\frac{1}{3} \leq xy \leq 1$.	
	Mặt khác $x^2 - xy + y^2 = 1 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 1 + xy$ nên $x^4 + y^4 = -x^2 y^2 + 2xy + 1$.đặt $t=xy$ Vậy bài toán trở thành tìm GTLN,GTNN của $P = f(t) = \frac{-t^2 + 2t + 2}{t + 2}; -\frac{1}{3} \leq t \leq 1$	0,25
	Tính $f'(t) = 0 \Leftrightarrow -1 + \frac{6}{(t+2)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \sqrt{6} - 2 \\ t = -\sqrt{6} - 2(l) \end{cases}$	0,25
	Do hàm số liên tục trên $[-\frac{1}{3}; 1]$ nên so sánh giá trị của $f(-\frac{1}{3}), f(\sqrt{6} - 2), f(1)$ cho ra kết quả: $\text{Max} P = f(\sqrt{6} - 2) = 6 - 2\sqrt{6}, \text{min} P = f(-\frac{1}{3}) = \frac{11}{15}$	0,25
Câu 7a (1đ)	Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC với $AB = \sqrt{5}$, $C(-1;-1)$, đường thẳng AB có phương trình: $x + 2y - 3 = 0$ và trọng tâm tam giác ABC thuộc đường thẳng d: $x + y - 2 = 0$. Tìm toạ độ đỉnh A và B.	
	* Giả sử A(3-2a ; a); B(3 - 2b; b) * Tính trọng tâm tam giác G. Vì G thuộc d nên ta có: * Mặt khác $AB = \sqrt{5}$. * Từ đó giải hệ ta được: $A\left(6; -\frac{3}{2}\right); B\left(4; -\frac{1}{2}\right)$ hoặc $B\left(6; -\frac{3}{2}\right); A\left(4; -\frac{1}{2}\right)$	0,25 0,25 0,5
Câu 8a (1đ)	Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0$ và đường thẳng d có phương trình: $x + y - 2 = 0$. Chứng minh rằng d luôn cắt (C) tại hai điểm phân biệt A và B. Tìm toạ độ điểm M trên đường tròn (C) sao cho diện tích tam giác MAB lớn nhất.	
	* Chỉ ra (C) có tâm I(2;2), R = 2. * Tọa độ giao điểm d và (C) là nghiệm hệ: $\begin{cases} x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0 \\ x + y - 2 = 0 \end{cases}$ Giải hệ tìm được A(0;2); B(2;0) 	0,25
	Hay d luôn cắt (C) tại hai điểm phân biệt A và B	0,25

	* Ta có $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot CH$ (H là hình chiếu C trên AB), $S_{\Delta ABC} \max \Leftrightarrow CH \max$ Để thấy $\begin{cases} C = \Delta \cap (C) \\ x_c > 2 \end{cases}$ (Δ) có pt: $y = x$ Giải hệ tìm được $C(2 + \sqrt{2}; 2 + \sqrt{2})$	0,25
		0,25
Câu 9a (1đ)	Cho khai triển: $(1 + x + x^2)^{12} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{24}x^{24}$. Tính a_4 .	
	* Xét số hạng tổng quát của khai triển: $C_{12}^n (x + x^2)^n$. * khai triển $(x + x^2)^n$ có số hạng tổng quát: $C_n^k x^{n-k} \cdot x^{2k}$ $\Rightarrow$ số hạng tổng quát của khai triển đã cho có dạng: $C_{12}^n \cdot C_n^k x^{n-k} \cdot x^{2k}$ ($0 \leq k \leq n \leq 12$). * Số hạng chứa x^4 khi $n + k = 4$, với đk trên ta tìm được $(k, n) \in \{(0; 4); (1; 3); (2; 2)\}$. Thay vào ta được: $a_4 = 1221$	0,25
		0,25
		0,25
Câu 7b (1đ)	Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC biết B(2;-1), đường cao và phân giác trong qua đỉnh A và C lần lượt có phương trình: $3x - 4y + 27 = 0$ và $x + 2y - 5 = 0$. Viết phương trình các cạnh của tam giác ABC.	
	* Phương trình cạnh BC: $4x + 3y - 5 = 0$ * Tọa độ C là nghiệm hệ: $\begin{cases} 4x + 3y - 5 = 0 \\ x + 2y - 5 = 0 \end{cases} \Rightarrow C(-1; 3)$ * Gọi B' là điểm đối xứng của B qua CD $\Rightarrow B' \in AC$ * Tìm được B' $\Rightarrow$ phương trình AC: $y = 3$. * Tìm được A(-5; 3) * Viết được pt AB: $4x + 7y - 1 = 0$. KL:	0,5
		0,25
		0,25
Câu 8b (1đ)	Trong mặt phẳng Oxy, viết phương trình chính tắc của Elíp (E), biết rằng tâm sai của (E) bằng $\frac{\sqrt{5}}{3}$ và hình chữ nhật cơ sở có diện tích bằng 24	
	Giả sử ptct (E): $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, (a > b > 0)$ Từ giả thiết ta có $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} = \frac{\sqrt{5}}{3} \Leftrightarrow 2a = 3b, (1)$	0,5
	Mặt khác hình chữ nhật cơ sở có chiều dài bằng 2a, chiều rộng 2b nên ta có: $2a \cdot 2b = 24 \Leftrightarrow a \cdot b = 6, (2)$	0,25
	Giải hệ (1) và (2) tìm được $a = 3, b = 2$. KL: $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$	0,25
Câu 9b (1đ)	Một hộp đựng 15 viên bi, trong đó có 7 viên bi xanh và 8 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi (không kể thứ tự ra khỏi hộp). Tính xác suất để trong 3 viên bi lấy ra có ít nhất 1 viên bi đỏ.	

	* Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{15}^3 = 455$ * Xét A là biến cố "cả 3 viên được chọn màu xanh": $\Rightarrow n(A) = C_7^3 = 35$	0,25
	* Xác suất của biến cố A: $P(A) = \frac{35}{455} = \frac{1}{13}$	0,25
	* Xét B là biến cố "có ít nhất 1 bi đỏ được chọn" $P(B) = 1 - P(A) = \frac{12}{13}$ KL:	0,5

Chú ý:

- Trên đây chỉ là đáp án vắn tắt và hướng dẫn cho điểm. Học sinh phải lập luận chặt chẽ mới cho điểm tối đa.

- Học sinh giải cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa theo thang điểm.