

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7 điểm)

Câu I : (2 điểm)

Cho hàm số $y = \frac{3x-2m}{mx+1}$ (C) (m là tham số)

1. Khảo sát vẽ đồ thị hàm số (C) khi $m=1$.

2. Chứng minh rằng $\forall m \neq 0$, đồ thị (C) luôn cắt đường thẳng $d: y = 3x-3m$ tại hai điểm phân biệt A, B. Xác định m để đường thẳng d cắt các trục OX, OY lần lượt tại C, D sao cho diện tích ΔOAB bằng 2 lần diện tích ΔOCD .

Câu II: (2 điểm)

1. Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} 2y^3 + 2x\sqrt{1-x} = 3\sqrt{1-x} - y \\ 2x^2 + 2xy\sqrt{1+x} = y+1 \end{cases}$$

2. Giải phương trình : $\cot x + \cos 2x + \sin x = \sin 2x + \cos x \cdot \cot x$

Câu III (1 điểm): Tính giới hạn : $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1.2x+1} \cdot \sqrt[3]{2.3x+1} \cdot \sqrt[4]{3.4x+1} - 1}{x}$

Câu IV: (1 điểm):

Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang vuông tại A ($AD \perp BC$), $AB=BC=a, AD=2a$. Gọi M là trung điểm của AD, N là trung điểm của CM. Hai mặt phẳng (SNA) và (SNB) cùng vuông góc với mặt

phẳng đáy và khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD bằng $\frac{2a}{\sqrt{11}}$. Tính thể tích khối chóp S.ABCD và

khoảng cách từ SA đến đường thẳng CD theo a.

Câu V: (1 điểm): Cho a, b, c là các số thực thỏa mãn $abc = 2\sqrt{2}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$S = \frac{a^6 + b^6}{a^4 + b^4 + a^2b^2} + \frac{b^6 + c^6}{b^4 + c^4 + b^2c^2} + \frac{c^6 + a^6}{c^4 + a^4 + c^2a^2}$$

II. Phần Riêng (Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần).

1. Theo chương trình chuẩn

Câu VIa: (2 điểm)

1. Trong mặt phẳng tọa độ OXY, cho hình thoi ABCD có phương trình cạnh BD là $x-y=0$. Đường thẳng AB đi qua điểm $P(1; \sqrt{3})$, đường thẳng CD đi qua $Q(-2; -2\sqrt{3})$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình thoi, biết độ dài $AB=AC$ và điểm B có hoành độ lớn hơn 1.

2. Cho biểu thức $P(x) = \left(x^3 - \frac{2}{x^2}\right)^n$ ($n \in \mathbb{N}^*$). Sau khi khai triển và rút gọn, tìm số hạng chứa x^6 , biết rằng n là số tự nhiên thỏa mãn: $1.2^{n-1}C_n^1 + 2.2^{n-2}C_n^2 + 3.2^{n-3}C_n^3 + \dots + nC_n^n = 12.3^{n-1}$.

Câu VIIa (1 điểm): Giải bất phương trình $2^{x^2+x} - 4.2^{x^2-x} - 2^{2x} + 4 > 0$.

2. Theo chương trình nâng cao

Câu VIb: (2 điểm):

1. Trong mặt phẳng tọa độ OXY cho Elip (E): $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ và đường thẳng d: $3x+4y-12=0$. Chứng minh rằng đường thẳng d cắt elip (E) tại hai điểm A, B phân biệt. Tìm điểm $C \in (E)$ sao cho tam giác ABC có diện tích bằng 6.

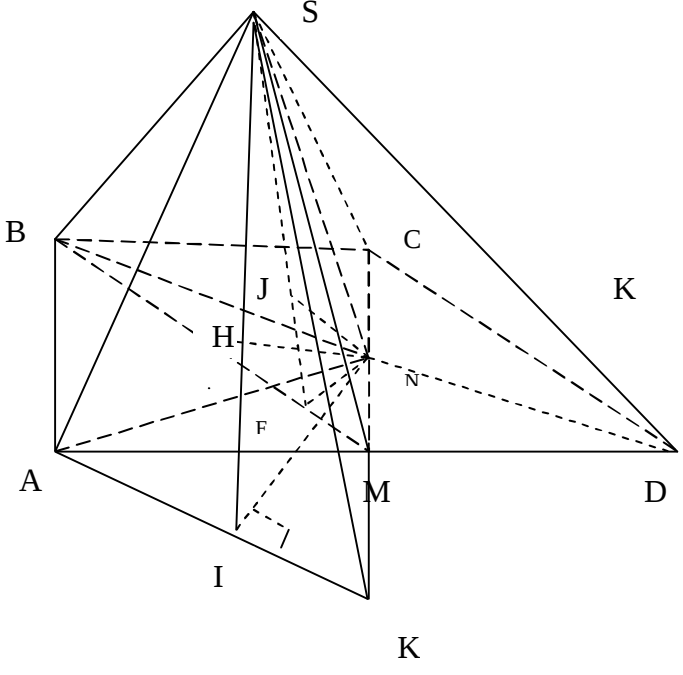
2. Có ba lô hàng. Người ta lấy một cách ngẫu nhiên từ mỗi lô hàng một sản phẩm. Biết rằng xác suất để được sản phẩm có chất lượng tốt ở từng lô hàng lần lượt là 0,5 ; 0,6 ; 0,7. Tính xác suất để trong 3 sản phẩm lấy ra có ít nhất một sản phẩm có chất lượng tốt.

Câu VIIb (1) Giải bất phương trình sau
$$\frac{(x^5 + 2x^3 - \sqrt{8-x} + 6) \left[\log_{\frac{1}{3}}(x+5) + 2 \right]}{x^2 - 4x + 3} > 0.$$

-----Hết-----

	Đồ thị. . hàm số không có cực trị: - $x=0 \rightarrow y=-2$ $y=0 \rightarrow x=2/3$ 0.25 - Đồ thị	0.25

I.2 (1đ)	Xét phương trình hoành độ giao điểm của (C) và d : $\frac{3x-2m}{mx+1} = 3x-3m$ $\Leftrightarrow (3x-2m) = (3x-3m)(mx+1)$ $\Leftrightarrow 3x^2 - 3mx - 1 = 0$ (1) (C) cắt d tại hai điểm phân biệt khi phương trình (1) có hai nghiệm khác -1/m. Xét $\Delta = 9m^2 + 12 > 0$ Thay $x = -1/m$ vào phương trình (1) ta được $\frac{3}{m^2} + 2 = 0$ (vô lí) Vậy (C) luôn cắt d tại hai điểm phân biệt A ,B	0.25
	Giả sử $A(x_A; 3x_A-3m)$; $B(x_B; 3x_B-3m)$ với x_B, x_A là hai nghiệm của (1). $d \cap Ox = C(m;0)$; $d \cap Oy = D(0;-3m)$ khoảng cách từ O đến d là $OH = \frac{ 3m }{\sqrt{10}}$	0.25
	* $AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (3x_A - 3x_B)^2} = \sqrt{10(x_A - x_B)^2} = \sqrt{10[(x_A + x_B)^2 - 4x_A x_B]}$ Mà $x_A + x_B = m$; $x_A x_B = -1/3$ + Vậy $AB = \sqrt{10m^2 + \frac{40}{3}}$. $CD = \sqrt{10m^2}$	0.25
	Từ gt ta có $OH.AB = 2OH.CD$ giải pt ẩn m ta tìm được $m = \pm \frac{2}{3}$.	0.25
II.1 (1đ)	ĐK : $-1 \leq x \leq 1$, đặt $a = \sqrt{1-x}$ ($a \geq 0$) $\Rightarrow x = 1 - a^2$ Ta được $2y^3 + y = a^3 + a$ Lập luận chỉ ra $y = \sqrt{1-x}$	0.25
	Thay vào pt còn lại ta được $\sqrt{1-x} = 2x^2 - 1 + 2x\sqrt{1-x^2}$ Đặt $x = \cos t$, $t \in [0; \pi]$ giải pt ta được	0.25
	$\begin{cases} x = \cos \frac{3\pi}{10} \\ y = \sqrt{2} \sin \frac{3\pi}{20} \end{cases}$	0.5
II.2 (1đ)	ĐK $\sin x \neq 0 \Rightarrow x \neq k\pi$. ($k \in \mathbb{Z}$). Với đk trên pt đã cho trở thành : $\sin x + \cos x \cdot \cos 2x + \sin^2 x = \sin 2x \cdot \cos x + \cos^2 x$	0.25
	$\Leftrightarrow \cos 2x(\cos x - \sin x - 1) = 0$. $\Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = 0 \\ \cos x - \sin x = 1. \end{cases}$	0.25

	$+ \cos 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi.$ $+ \cos x - \sin x = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}$ Dổi chiếu đk phương trình có nghiệm g trình là.	0.25
	Vậy pt có nghiệm là : $x = \frac{\pi}{4} + k\pi. \quad x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$	0.25
III (1đ)	Ta CM được $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[n]{ax+1}-1}{x} = \frac{a}{n} \quad (a \neq 0, n \in \mathbb{N}^*)$	0.25
	$L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{2x+1}-1)^3 \sqrt[3]{2.3x+1} \cdot \sqrt[4]{3.4x+1}}{x} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt[3]{2.3x+1}-1)^4 \sqrt{3.4x+1}}{x} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[4]{3.4x+1}-1}{x}$	0.5
	$L = 1+2+3=6$	0.25
IV (1đ)		
	Do $BC=MD=a \Rightarrow$ tứ giác BCDM là hình bình hành $\Rightarrow BM \parallel (SCD)$ khi đó khoảng cách giữa CD và SB là khoảng cách giữa CD và mp(SBM) và bằng 2 lần khoảng cách từ N đến (SBM). Dựng $NF \perp MB$, $MN = \frac{a}{2}$, $\sin \angle MNF = \frac{NF}{NM} \Rightarrow NF = \frac{a}{2\sqrt{2}}$	0.25
	Dựng $NJ \perp SF \Rightarrow NJ \perp (SBM)$ và $NJ = \frac{a}{\sqrt{11}}$ Trong tam giác SNF có $\frac{1}{NJ^2} = \frac{1}{NS^2} + \frac{1}{NF^2} \Rightarrow NS = \frac{a}{\sqrt{3}}$ Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SN \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{\sqrt{3}} \cdot \frac{3a^2}{2} = \frac{a^3}{2\sqrt{3}}$ (đvtt).	0.25

	* dựng hhh ABMK $\Rightarrow AK//BM \Rightarrow CD//(SAK)$ Dựng NH $\perp SI$ ($H \in SI$) $\Rightarrow d(CD, SA) = d(CD, (SAK)) = \frac{4}{3} d(N, (SAK)) = \frac{4}{3} NH$ + AM.NK = NI.AK $\Rightarrow NI = \frac{AM.NK}{AK} = \frac{2a.a}{\sqrt{5}a} = \frac{2a}{\sqrt{5}}$ Trong $\triangle SNI$: $\frac{1}{NH^2} = \frac{1}{NS^2} + \frac{1}{NI^2} = \frac{3}{a^2} + \frac{5}{4a^2} = \frac{17}{4a^2}$ $NH = \frac{2a}{\sqrt{17}} \Rightarrow d(CD, SA) = \frac{8a}{3\sqrt{17}}$.	0.25
		0.25
V (1đ)	Xét $A = \frac{x^2 + y^2 - xy}{x^2 + y^2 + xy}$ với $x > 0, y > 0$ chia cả tử và mẫu cho y^2 và đặt $t = \frac{x}{y}$ với $t > 0$ Ta được $A = \frac{t^2 + t + 1}{t^2 - t + 1}$ với $t > 0$.	0.25
	Xét hàm số $f(t) = \frac{t^2 + t + 1}{t^2 - t + 1}$ trên $(0; +\infty)$ Lập BBT hàm $f(t)$ từ đó CM được $f(t) \geq \frac{1}{3}$ khi đó $A = \frac{x^2 + y^2 - xy}{x^2 + y^2 + xy} \geq \frac{1}{3}$ dấu « = » khi $x = y$	0.25
	áp dụng với $x = a^2, y = b^2$ khi đó $\frac{a^4 + b^4 - a^2b^2}{a^4 + b^4 + a^2b^2} \geq \frac{1}{3}$ tương tự $\frac{b^4 + c^4 - b^2c^2}{b^4 + c^4 + b^2c^2} \geq \frac{1}{3}; \frac{c^4 + a^4 - c^2a^2}{c^4 + a^4 + c^2a^2} \geq \frac{1}{3}$	0.25
	$S \geq \frac{1}{3}(a^2 + b^2) + \frac{1}{3}(b^2 + c^2) + \frac{1}{3}(c^2 + a^2) = \frac{2}{3}(a^2 + b^2 + c^2) \geq 3\sqrt[3]{a^2b^2c^2}$ với $abc = 2\sqrt{2}$ Vậy $S \geq 4$ dấu bằng xảy ra $a = b = c = \sqrt{2}$ $S_{\min} = 4$ khi $a = b = c = \sqrt{2}$	0.25

VI.1 (1đ)	Giải phương trình của AB: $a(x-1) + b(y-\sqrt{3}) = 0, (a^2 + b^2 \neq 0).$ Từ gt $\cos(AB, BD) = \frac{ a-b }{\sqrt{a^2+b^2}\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow a^2 + 4ab + b^2 = 0$ Chọn $b=1 \Rightarrow \begin{cases} a = -2 + \sqrt{3} \\ a = -2 - \sqrt{3} \end{cases}$	0.25
	TH1: $a = -2 - \sqrt{3}, b = 1 \Rightarrow$ pt AB: $(-2 - \sqrt{3})(x-1) + y - \sqrt{3} = 0.$ Tọa độ B là nghiệm của hệ $\begin{cases} (-2 - \sqrt{3})(x-1) + y - \sqrt{3} = 0 \\ x = y. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-2}{1+\sqrt{3}} = 1 - \sqrt{3} \\ y = \frac{-2}{1+\sqrt{3}} = 1 - \sqrt{3} \end{cases}$ (loại).	0.25
	TH2 : $a = -2 + \sqrt{3}, b = 1$ pt AB: $(-2 + \sqrt{3})(x-1) + y - \sqrt{3} = 0$ Tọa độ B là nghiệm của hệ $\begin{cases} (-2 + \sqrt{3})(x-1) + y - \sqrt{3} = 0 \\ x = y. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$ Vậy B(2 ;2).	
	* $\overrightarrow{PB}(1; 2 - \sqrt{3})$ Phương trình CD : $(2 - \sqrt{3})(x+2) - (y+2\sqrt{3}) = 0.$ Tọa độ D là nghiệm của hệ $\begin{cases} (2 - \sqrt{3})(x+2) - (y+2\sqrt{3}) = 0. \\ x = y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = -4 \end{cases}.$ Vậy D(-4 ; -4).	0.25
	• O(-1 ; -1) pt AC : $x+y+2=0$ Tọa độ A là nghiệm của hệ $\begin{cases} x+y+2=0 \\ (-2 + \sqrt{3})(x-1) + y - \sqrt{3} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 - \sqrt{3} \\ y = \sqrt{3} - 1 \end{cases}$	0.25

	Vậy $A(-1-\sqrt{3}; \sqrt{3}-1)$. Khi đó $C(\sqrt{3}-1; -1-\sqrt{3})$	
VI.2 (1đ)	Ta có $(2+x)^n = C_n^0 2^n + C_n^1 2^{n-1}x + C_n^2 2^{n-2}x^2 + C_n^3 2^{n-3}x^3 + \dots + C_n^n x^n$ Đạo hàm 2 vế ta được $n(2+x)^{n-1} = C_n^1 2^{n-1} + 2C_n^2 2^{n-2}x + 3C_n^3 2^{n-3}x^2 + \dots + nC_n^n x^{n-1}$ Cho $x=1$ ta được $1.2^{n-1}C_n^1 + 2.2^{n-2}C_n^2 + 3.2^{n-3}C_n^3 + \dots + nC_n^n = n.3^{n-1}$ Khi đó $n.3^{n-1} = 12.3^{n-1}$ hay $n=12$.	0.5
	xét $\left(x^3 - \frac{2}{x^2}\right)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k (x^3)^{n-k} \cdot \left(\frac{-2}{x^2}\right)^k = \sum_{k=0}^n C_n^k (-2)^k (x)^{3n-5k}$ $P(x)$ chứa x^6 khi $k=6$ Vậy số hạng chứa x^6 là $2^6 C_{12}^6 x^6$.	0.25
	Đặt $u=2^{x^2+x}$ ($u>0$), $v=2^{x^2-x}$ ($v>0$) Khi đó bpt trở thành $u - 4v - \frac{u}{v} + 4 > 0$.	0.25
VI.2 (1đ)	$\Leftrightarrow (u-4v)(1-\frac{1}{v}) > 0$	0.25
	TH1: $\begin{cases} 2^{x^2+x} > 4.2^{x^2-x} \\ 2^{x^2-x} > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x^2 - x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1$.	0.25
	TH2: $\begin{cases} 2^{x^2+x} < 4.2^{x^2-x} \\ 2^{x^2-x} < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x^2 - x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < 1$. Vậy phương trình có nghiệm là: $x \in (0;1) \cup (1;+\infty)$.	0.25
VI.1 (1đ)	Gọi A là biến cố “ Sản phẩm lấy ra từ lô thứ nhất là tốt” $\Rightarrow P(A)=0.5$ B là biến cố “ Sản phẩm lấy ra từ lô thứ nhất là tốt” $\Rightarrow P(B)=0.6$ C là biến cố “ Sản phẩm lấy ra từ lô thứ nhất là tốt” $\Rightarrow P(B)=0.7$	0.25
	Các biến cố A,B,C là độc lập	0.25
	X là biến cố “Trong các sản phẩm lấy ra có ít nhất một sản phẩm tốt” $\Rightarrow \bar{X}$ là biến cố “ cả 3 sản phẩm lấy ra chất lượng đều không tốt”	0.25
	Ta có $\bar{X} = \overline{A.B.C}$ $\Rightarrow P(X) = 1-P(\bar{X})=0.94$	0.25

	Xét hệ pt $\begin{cases} \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1 \\ 3x + 4y = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1 \\ 3x = 12 - 4y \end{cases}$	0.25
VI.2 (1đ)	Giải hệ ta có $\begin{cases} x = \frac{6 + \sqrt{41}}{4} \\ y = \frac{6 + \sqrt{41}}{3} \end{cases}$ và $\begin{cases} x = \frac{6 - \sqrt{41}}{4} \\ y = \frac{6 - \sqrt{41}}{3} \end{cases}$	0.25
	$A\left(\frac{6 + \sqrt{41}}{4}; \frac{6 - \sqrt{41}}{3}\right); B\left(\frac{6 - \sqrt{41}}{4}; \frac{6 + \sqrt{41}}{3}\right)$ $AB = \frac{5\sqrt{41}}{6}$	0.25
	Giả sử $M(x_0; y_0)$, đặt MH là khoảng cách từ M đến AB $MH = \frac{ 3x_0 + 4y_0 - 12 }{5}$ Vậy $MH \cdot AB = 12$ Giải hệ $\begin{cases} 3x_0 + 4y_0 - 12 \sqrt{41} = 72 \\ 9x_0^2 + 16y_0^2 = 154 \end{cases}$ giải hệ tìm tra x,y	0.25
VII (1đ)	ĐK: $-5 \leq x \leq 8; x \neq 1; x \neq 3$. -xét hàm số $f(x) = x^5 + 2x^3 - \sqrt{8-x} + 6$ với $-5 < x \leq 8$ Ta có $f'(x) = 5x^4 + 6x^2 + \frac{1}{2\sqrt{8-x}} > 0 \quad \forall x \in (-5; 8]$ nên hàm số ĐB trên $(-5; 8]$ Và $f(-1) = 0$.	0.25
	Xét hàm số $g(x) = \log_{\frac{1}{3}}(x+5) + 2$ NB trên $(-5; 8]$ và $g(4) = 0$.	0.25
	Lập bảng xét dấu:	0.25
	Vậy BPT có nghiệm là $(-1; 1) \cup (3; 4)$	0.25

(Các cách giải khác nếu đúng vẫn cho điểm tương ứng.)