

**ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC LẦN 2 - NĂM HỌC 2013-2014****Môn: TOÁN (Khối A, A1 và B)****Thời gian làm bài: 180 phút (Không kể thời gian phát đề)****I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7 điểm)**

**Câu 1. (2 điểm)** Cho hàm số  $y = \frac{x-3}{1-x}$ .

- a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.  
b) Một đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $A(1; -2)$  và có hệ số góc  $m$ , tìm  $m$  để  $d$  cắt (C) tại hai điểm  $M, N$  phân biệt thỏa  $\overline{AM} = -2\overline{AN}$ .

**Câu 2. (1 điểm)** Giải phương trình  $\frac{1-2\sin x}{1+2\sin x} = \frac{1-\sin x}{\sqrt{3}\cos x}$ .

**Câu 3. (1 điểm)** Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} \sqrt{x^2 - x - 4y} = y - 2 \\ \sqrt{x+y} + \sqrt{x-y} - \sqrt{x^2 - y^2} = 1 \end{cases}, x, y \in \mathbb{R}.$$

**Câu 4. (1 điểm)** Tính  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{\sqrt{1+3\sin x} + \sqrt[4]{1+3\sin x}} dx$ .

**Câu 5. (1 điểm)** Cho hình chóp SABCD có ABCD là hình thoi cạnh  $a$ , tâm O,  $\angle BAD = 60^\circ$ , hai mp(SBD) và mp(SAC) cùng vuông góc với mp(ABC), mp(SAB) tạo với mp(ABC) một góc  $\varphi = \arctan \frac{2}{\sqrt{3}}$ . Tính thể tích của khối chóp SABCD và bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện SBDC.

**Câu 6. (1 điểm)** Cho  $x, y, z$  là ba số thực dương thỏa  $\frac{2}{3x+2y+z+1} + \frac{2}{3x+2z+y+1} = (x+y)(x+z)$ .

Tìm giá trị lớn nhất của  $P = \frac{2(x+3)^2 + y^2 + z^2 - 16}{2x^2 + y^2 + z^2}$ .

**II. PHẦN RIÊNG (3 điểm)**

**Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần riêng (phần A hoặc phần B)**

**A. Theo chương trình Chuẩn**

**Câu 7a. (1 điểm)** Trong mặt phẳng Oxy, cho hình bình hành ABCD có  $A(-1; 3)$ , điểm C thuộc đường thẳng  $\Delta: x + y - 6 = 0$ , phương trình đường thẳng BD:  $x - 2y + 2 = 0$ ,  $\tan \angle BAC = \frac{1}{2}$ . Tìm tọa độ ba đỉnh B, C, D.

**Câu 8a. (1 điểm)** Trong không gian Oxyz, cho hai đường thẳng  $a: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{1}$  và  $b: \frac{x+1}{4} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{2}$ . Viết phương trình mặt phẳng ( $\alpha$ ) song song với  $a, b$  và cắt ba trục tọa độ lần lượt tại A, B, C sao cho tứ diện OABC có thể tích bằng 6.

**Câu 9a. (1 điểm)** Giải phương trình sau trên tập số phức:  $(z+i+1)^2 + 3(z+i+1)(\bar{z}-2) + 2(\bar{z}-2)^2 = 0$ .

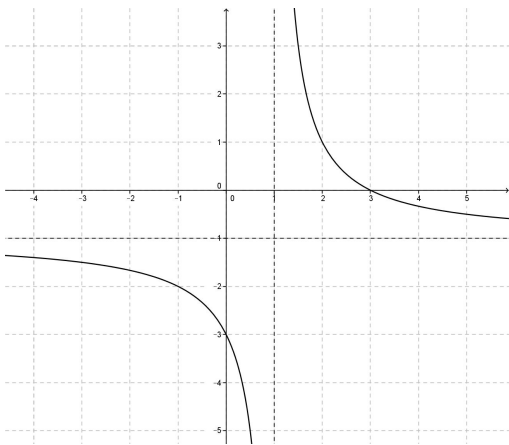
**B. Theo chương trình Nâng cao**

**Câu 7b. (1 điểm)** Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn (C):  $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 5$ , điểm  $A(0, 2)$  và đường thẳng  $\Delta: 2x - y + 6 = 0$ . Viết phương trình đường tròn (C') tiếp xúc với (C) tại A và tiếp xúc với  $\Delta$ .

**Câu 8b. (1 điểm)** Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng  $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$  và mặt phẳng ( $\alpha$ ):  $y + z + 4 = 0$ . Viết phương trình mặt phẳng ( $\beta$ ) biết rằng ( $\beta$ ) vuông góc với ( $\alpha$ ), song song với  $\Delta$  và  $d(\Delta, \beta) = 2d(O, \beta)$ .

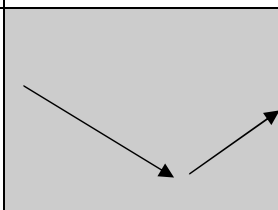
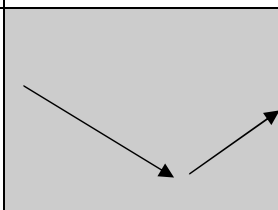
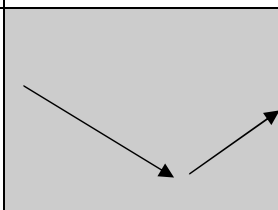
**Câu 9b. (1 điểm)** . Giải phương trình  $8^x - (x^3 + 3x^2 - 6)4^x + 2(x^3 + 3x^2 - 6)^3 = 0$ .

**ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC LẦN 2 – NĂM HỌC 2013-2014**  
**Môn Toán – Khối A, A1 và B**

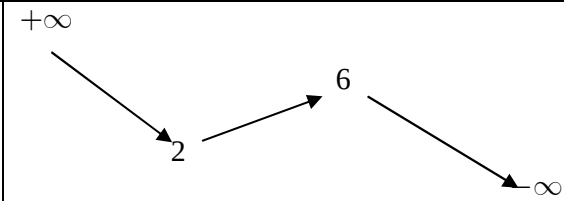
| Câu                                                                                                                                                     | Nội dung                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | Điểm chi tiết |           |           |           |      |  |  |  |     |      |           |      |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|-----------|-----------|-----------|------|--|--|--|-----|------|-----------|------|
| Câu 1a                                                                                                                                                  | <div><div><div>▪ Tập xác định: <math>D = \mathbb{R} \setminus \{1\}</math></div><div><div><math>y' = \frac{-2}{(x-1)^2} &lt; 0, \forall x \neq 1</math></div><div>Hàm số nghịch biến trong các khoảng <math>(-\infty, 1)</math> và <math>(1; +\infty)</math></div></div></div></div> <div>0.25</div>                                                                                   |               |           |           |           |      |  |  |  |     |      |           |      |
|                                                                                                                                                         | <div><div><div>▪ Giới hạn và tiệm cận</div><div>Tiệm cận đứng: <math>x = 1</math> (vì <math>\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty, \lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty</math>)</div><div>Tiệm cận ngang: <math>y = -1</math> (vì <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} y = -1</math>).</div></div></div> <div>0.25</div>                                 |               |           |           |           |      |  |  |  |     |      |           |      |
|                                                                                                                                                         | <div><div><div>▪ Bảng biến thiên</div><div><table><tr><td><math>x</math></td><td><math>-\infty</math></td><td><math>1</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>y'</math></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td><math>y</math></td><td><math>-1</math></td><td><math>+\infty</math></td><td><math>-1</math></td></tr></table></div></div></div> <div>0.25</div> | $x$           | $-\infty$ | $1$       | $+\infty$ | $y'$ |  |  |  | $y$ | $-1$ | $+\infty$ | $-1$ |
|                                                                                                                                                         | $x$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | $-\infty$     | $1$       | $+\infty$ |           |      |  |  |  |     |      |           |      |
| $y'$                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |               |           |           |           |      |  |  |  |     |      |           |      |
| $y$                                                                                                                                                     | $-1$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | $+\infty$     | $-1$      |           |           |      |  |  |  |     |      |           |      |
| <div><div><div>▪ Đồ thị</div><div></div></div></div> <div>0.25</div> |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |               |           |           |           |      |  |  |  |     |      |           |      |
| Câu 1b                                                                                                                                                  | <div><div><div>Phương trình của đường thẳng <math>d : y + 2 = m(x - 1) \Leftrightarrow y = mx - m - 2</math></div><div>Phương trình hoành độ giao điểm giữa <math>d</math> và <math>(C)</math>:</div><div><math display="block">mx - m - 2 = \frac{x - 3}{1 - x} \Leftrightarrow mx^2 - (2m + 1)x + m - 1 = 0. \tag{1}</math></div></div></div> <div>0.25</div>                        |               |           |           |           |      |  |  |  |     |      |           |      |
|                                                                                                                                                         | <div><div><div>Để <math>d</math> cắt <math>(C)</math> tại hai điểm phân biệt <math>M, N \Leftrightarrow (1)</math> có hai nghiệm phân biệt</div><div><math display="block">\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta &gt; 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m &gt; -\frac{1}{8}. \end{cases} \tag{2}</math></div></div></div> <div>0.25</div>             |               |           |           |           |      |  |  |  |     |      |           |      |
|                                                                                                                                                         | <div><div><div>Giả sử <math>M(x_1, y_1), N(x_2, y_2)</math>, khi đó <math>x_1, x_2</math> là nghiệm của (1) nên</div><div><math display="block">\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{2m + 1}{m} \\ x_1 x_2 = \frac{m - 1}{m}. \end{cases} \tag{3}</math></div></div></div> <div></div>                                                                                                      |               |           |           |           |      |  |  |  |     |      |           |      |
|                                                                                                                                                         | <div><div><div>Ta có <math>\overrightarrow{AM} = (x_1 - 1, y_1 + 2), \overrightarrow{AN} = (x_2 - 1, y_2 + 2)</math>.</div><div>Để <math>\overrightarrow{AM} = -2\overrightarrow{AN} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = -2\overrightarrow{AM} \Leftrightarrow x_1 - 1 = -2(x_2 - 1) \Leftrightarrow x_1 = 3 - 2x_2. \tag{4}</math></div></div></div> <div>0.25</div>                |               |           |           |           |      |  |  |  |     |      |           |      |

|       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |      |
|-------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
|       | <p>Thế <math>x_1 = 3 - 2x_2</math> vào (3) ta được <math display="block">\begin{cases} 3 - x_2 = 2 + \frac{1}{m} \\ 3x_2 - 2x_2^2 = 1 - \frac{1}{m} \end{cases}</math>. Giải hệ này ta được <math>m = 1</math>, thỏa (2).</p> <p>Vậy khi <math>m = 1</math> thì thỏa đề bài.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 0.25 |
| Câu 2 | <p>Điều kiện: <math display="block">\begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \sin x \neq -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x \neq -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x \neq \frac{7\pi}{6} + k2\pi. \end{cases}</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 0.25 |
|       | <p>Phương trình đã cho tương đương với</p> $\sqrt{3} \cos x (1 - 2 \sin x) = (1 - \sin x)(1 + 2 \sin x) \Leftrightarrow \sqrt{3} (\cos x - \sin 2x) = \sin x + \cos 2x$ $\Leftrightarrow \sqrt{3} \cos x - \sin x = \cos 2x + \sqrt{3} \sin 2x \Leftrightarrow \cos \left( x + \frac{\pi}{6} \right) = \cos \left( 2x - \frac{\pi}{3} \right)$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{6} = 2x - \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{6} = -2x + \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{18} + k \frac{2\pi}{3}. \end{cases}$ | 0.5  |
|       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |      |
|       | <p>Kết hợp với điều kiện, ta có nghiệm của phương trình là <math>x = \frac{\pi}{18} + k \frac{2\pi}{3}</math>.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 0.25 |
| Câu 3 | $\begin{cases} \sqrt{x^2 - x - 4y} = y - 2 \\ \sqrt{x + y} + \sqrt{x - y} - \sqrt{x^2 - y^2} = 1 \end{cases} \quad \begin{matrix} (1) \\ (2) \end{matrix}$ <p>Điều kiện <math display="block">\begin{cases} x \geq \pm y \\ x^2 - x - 4y \geq 0 \end{cases} \quad (3)</math> <p>Ta có (1) <math>\Leftrightarrow \begin{cases} y \geq 2 \\ x^2 - x - 4y = (y - 2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \geq 2 \\ x^2 - y^2 - x - 4 = 0. \end{cases} \quad (1')</math></p> </p>                                                                                                                     | 0.25 |
|       | <p>Đặt <math>u = \sqrt{x + y}</math>, <math>v = \sqrt{x - y}</math> (<math>u, v \geq 0</math>).</p> <p>Thế vào (1') và (2), ta được</p> $\begin{cases} 2u^2v^2 - (u^2 + v^2) - 8 = 0 \\ u + v - uv = 1. \end{cases} \quad \begin{matrix} (3) \\ (4) \end{matrix}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 0.25 |
|       | <p>Lại đặt <math>S = u + v</math>, <math>P = uv</math> (<math>S^2 - 4P \geq 0</math>, <math>S \geq 0</math>, <math>P \geq 0</math>), thế vào (3) và (4), ta được</p> $\begin{cases} 2P^2 - S^2 + 2P - 8 = 0 \\ S - P = 1 \end{cases}$ <p>Giải hệ này ta được <math>\begin{cases} S = 4, P = 3 \\ S = -2, P = -3 \end{cases}</math> (loại), suy ra</p>                                                                                                                                                                                                                                                      | 0.25 |
|       | $\begin{cases} u = 3, v = 1 \\ u = 1, v = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 9 \\ x - y = 1 \\ x + y = 1 \\ x - y = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5, y = 4 \\ x = 5, y = -4. \end{cases}$ <p>So sánh các điều kiện trên, ta thấy hệ có nghiệm duy nhất <math>(x, y) = (5, 4)</math>.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                | 0.25 |



|         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |      |           |                           |                   |               |           |         |     |     |     |     |     |        |                                                                                     |  |  |                           |                   |      |
|---------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|-----------|---------------------------|-------------------|---------------|-----------|---------|-----|-----|-----|-----|-----|--------|-------------------------------------------------------------------------------------|--|--|---------------------------|-------------------|------|
|         | <p>và áp dụng các bất đẳng thức</p> $(x+y)(x+z) \leq \frac{(2x+y+z)^2}{4},$ $\frac{2}{3x+2y+z+1} + \frac{2}{3x+2z+y+1} \geq \frac{8}{3(2x+y+z)+2},$ <p>ta có</p> $\frac{8}{3(2x+y+z)+2} \leq \frac{(2x+y+z)^2}{4}. \tag{2}$ <p>Đặt <math>u = 2x+y+z</math> (<math>u &gt; 0</math>), ta có</p> $(2) \Leftrightarrow \frac{8}{3u+2} \leq \frac{u^2}{4} \Leftrightarrow 3u^3+2u^2-32 \geq 0$ $\Leftrightarrow (u-2)(3u^2+8u+16) \geq 0$ $\Leftrightarrow u \geq 2 \Leftrightarrow y+z \geq 2-2x.$ <p>Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi <math>y = z</math>.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |      |           |                           |                   |               |           |         |     |     |     |     |     |        |                                                                                     |  |  |                           |                   |      |
|         | <p>Ta có <math>P = \frac{2(x+3)^2+y^2+z^2-16}{2x^2+y^2+z^2} = 1 + \frac{12x+2}{2x^2+y^2+z^2}.</math></p> <p>Lại do <math>2x^2+y^2+z^2 \geq 2x^2 + \frac{(y+z)^2}{2} \geq 2x^2 + 2(1-x)^2 = 2(2x^2-2x+1) &gt; 0</math> và</p> $12x+2 > 0 \text{ nên } P \leq 1 + \frac{6x+1}{2x^2-2x+1}.$ <p>Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi <math>y = z</math>.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 0.25 |           |                           |                   |               |           |         |     |     |     |     |     |        |                                                                                     |  |  |                           |                   |      |
|         | <p>Đặt <math>f(x) = 1 + \frac{6x+1}{2x^2-2x+1}, (x &gt; 0).</math></p> <p>Ta có <math>f'(x) = \frac{-4(3x^2+x-2)}{(2x^2-2x+1)}, f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1 \vee x = \frac{2}{3}.</math></p> <p>Bảng biến thiên</p> <table><tr><td><math>x</math></td><td><math>-\infty</math></td><td><math>-1</math></td><td><math>0</math></td><td><math>\frac{2}{3}</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>f'(x)</math></td><td><math>-</math></td><td><math>0</math></td><td><math>+</math></td><td><math>0</math></td><td><math>-</math></td></tr><tr><td><math>f(x)</math></td><td colspan="3"></td><td><math>10</math><br/><math>\nearrow</math><br/><math>2</math></td><td><math>\searrow</math><br/><math>1</math></td></tr></table> <p>Suy ra <math>f(x) \leq 10</math>, với mọi <math>x &gt; 0</math>.</p> | $x$  | $-\infty$ | $-1$                      | $0$               | $\frac{2}{3}$ | $+\infty$ | $f'(x)$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $f(x)$ |  |  |  | $10$<br>$\nearrow$<br>$2$ | $\searrow$<br>$1$ | 0.25 |
| $x$     | $-\infty$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | $-1$ | $0$       | $\frac{2}{3}$             | $+\infty$         |               |           |         |     |     |     |     |     |        |                                                                                     |  |  |                           |                   |      |
| $f'(x)$ | $-$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | $0$  | $+$       | $0$                       | $-$               |               |           |         |     |     |     |     |     |        |                                                                                     |  |  |                           |                   |      |
| $f(x)$  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |      |           | $10$<br>$\nearrow$<br>$2$ | $\searrow$<br>$1$ |               |           |         |     |     |     |     |     |        |                                                                                     |  |  |                           |                   |      |
|         | <p>Từ các kết quả trên, ta có <math>P \leq 10</math>.</p> $P = 10 \text{ khi và chỉ khi } \begin{cases} (1) \\ y = z \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ y = z = \frac{1}{3}. \end{cases} \\ x = \frac{2}{3} \end{cases}$ <p>Vậy GTLN của <math>P</math> là 10.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 0.25 |           |                           |                   |               |           |         |     |     |     |     |     |        |                                                                                     |  |  |                           |                   |      |
| Câu 7a  | <p>Gọi I là trung điểm của AC, suy ra I thuộc BD nên <math>I(2y-2, y)</math>, khi đó <math>C(4y-3, 2y-3)</math>. Do C thuộc <math>\Delta</math> nên <math>x_c+y_c-6=0 \Leftrightarrow 6y-12=0 \Leftrightarrow y=2</math>, suy ra <math>I(2, 2), C(5, 1)</math>.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 0.25 |           |                           |                   |               |           |         |     |     |     |     |     |        |                                                                                     |  |  |                           |                   |      |
|         | <p>Ta có <math>\overline{AC} = (6, -2)</math> và B thuộc BD nên <math>B(2b-2, b)</math>, suy ra <math>\overline{AB} = (2b-1, b-3)</math>.</p> <p>Do đó <math>\cos \angle BAC = \cos(\overline{AB}, \overline{AC}) = \frac{b}{\sqrt{2}\sqrt{b^2-2b+2}}.</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 0.25 |           |                           |                   |               |           |         |     |     |     |     |     |        |                                                                                     |  |  |                           |                   |      |

|               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |      |
|---------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
|               | <p>Do <math>\tan \angle BAC = \frac{1}{2}</math> nên <math>\cos \angle BAC = \frac{2}{\sqrt{5}}</math>, suy ra</p> $\frac{b}{\sqrt{2}\sqrt{b^2 - 2b + 2}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow \begin{cases} b \geq 0 \\ 3b^2 - 16b + 16 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 4 \\ b = \frac{4}{3} \end{cases}.$ | 0.25 |
|               | Khi đó ta được $B_1(6, 4)$ , $D_1(-2, 0)$ và $B_2(\frac{2}{3}, \frac{4}{3})$ , $D_2(\frac{10}{3}, \frac{8}{3})$ .                                                                                                                                                                                                             | 0.25 |
| <b>Câu 8a</b> | Các đường thẳng $a$ và $b$ lần lượt có các véc tơ chỉ phương là $\vec{a} = (1, 1, 1)$ , $\vec{b} = (4, 1, 2)$ .                                                                                                                                                                                                               | 0.25 |
|               | Do $(\alpha)$ song song với $a$ và $b$ nên $(\alpha)$ có pháp véc tơ là $\vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}] = (1, 2, -3)$ và do đó phương trình của $(\alpha)$ có dạng $x + 2y - 3z + m = 0$ .                                                                                                                                      | 0.25 |
|               | Mặt phẳng $(\alpha)$ cắt ba trục tọa độ tại $A(-m, 0, 0)$ , $B(0, -\frac{m}{2}, 0)$ , $C(0, 0, \frac{m}{3})$ .                                                                                                                                                                                                                | 0.25 |
|               | Khi đó, $V_{OABC} = \frac{1}{6} OA \cdot OB \cdot OC = \frac{ m ^3}{36}$ .                                                                                                                                                                                                                                                    |      |
|               | Theo giả thiết, $V_{OABC} = 6 \Leftrightarrow \frac{ m ^3}{36} = 6 \Leftrightarrow m = \pm 6$ . Thử lại, ta thấy $a$ và $b$ đều song song với $(\alpha)$ . Vậy phương trình của $(\alpha)$ là $x + 2y - 3z \pm 6 = 0$ .                                                                                                       | 0.25 |
| <b>Câu 9a</b> | Do $\bar{z} = 2$ không là nghiệm nên phương trình đã cho tương đương với                                                                                                                                                                                                                                                      | 0.25 |
|               | $\left( \frac{z+i+1}{\bar{z}-2} \right)^2 + 3 \frac{z+i+1}{\bar{z}-2} + 2 = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{z+i+1}{\bar{z}-2} = -2 & (a) \\ \frac{z+i+1}{\bar{z}-2} = -1 & (b) \end{cases}$                                                                                                                           | 0.25 |
|               | Đặt $z = x + yi$ , $x, y \in \mathbb{R}$ ,                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 0.25 |
|               | $(a) \Leftrightarrow z + i + 1 = -2(\bar{z} - 2) \Leftrightarrow (x+1) + (y+1)i = (-2x+4) + 2yi$<br>$\Leftrightarrow \begin{cases} x+1 = -2x+4 \\ y+1 = 2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}.$                                                                                             |      |
|               | $(b) \Leftrightarrow z + i + 1 = -(\bar{z} - 2) \Leftrightarrow (x+1) + (y+1)i = (-x+2) + yi$<br>$\Leftrightarrow \begin{cases} x+1 = -x+2 \\ y+1 = y \end{cases}$ (vô nghiệm).<br>Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $z = 1 + i$ .                                                                                          | 0.25 |
| <b>Câu 7b</b> | Ta có $(C)$ có tâm $I(-2, 1)$ , $R = \sqrt{5}$ .<br>Đường thẳng $IA$ qua $I(-2, 1)$ và nhận $\vec{IA} = (2, 1)$ làm véc tơ chỉ phương nên có phương trình $x + 2 - 2(y - 1) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 4 = 0$ .<br>Do $(C')$ tiếp xúc với $(C)$ tại $A$ nên tâm $K$ của $(C')$ thuộc $IA$ , suy ra $K(2y - 4, y)$ .         | 0.25 |
|               | Do $(C')$ tiếp xúc với $\Delta$ nên $(C')$ có bán kính $R' = d(K, \Delta) = \frac{ 3y - 2 }{\sqrt{5}}$ .<br>Do $(C')$ qua $A$ nên $R' = KA = \sqrt{(2y - 4)^2 + (y - 2)^2}$ .<br>Từ đó ta có $\frac{ 3y - 2 }{\sqrt{5}} = \sqrt{(2y - 4)^2 + (y - 2)^2}$                                                                      | 0.25 |

|                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |           |           |      |           |           |         |  |     |     |     |        |           |  |  |  |      |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|-----------|------|-----------|-----------|---------|--|-----|-----|-----|--------|-----------|--|--|--|------|
|                                                                                                               | $\Leftrightarrow  3y-2 =5 y-2  \Leftrightarrow \begin{cases} y=4 \\ y=\frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} K(4,4) \\ K(-1,\frac{3}{2}). \end{cases}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 0.25      |           |      |           |           |         |  |     |     |     |        |           |  |  |  |      |
|                                                                                                               | Với $K(-1,\frac{3}{2})$ , ta có $R'=\frac{\sqrt{5}}{2}$ , với $K(4,4)$ , ta có $R'=2\sqrt{5}$ . Vậy phương trình của $(C')$ là $(x+1)^2+(y-\frac{3}{2})^2=\frac{5}{4}$ hoặc $(x-4)^2+(y-4)^2=20$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 0.25      |           |      |           |           |         |  |     |     |     |        |           |  |  |  |      |
| Câu 8b                                                                                                        | Ta có $\Delta$ đi qua $A(1,1,0)$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{a}=(2,1,2)$ , $(\alpha)$ có pháp véc tơ $\vec{n}=(0,1,1)$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 0.25      |           |      |           |           |         |  |     |     |     |        |           |  |  |  |      |
|                                                                                                               | Do $(\beta)$ vuông góc với $(\alpha)$ và song song với $\Delta$ nên $(\beta)$ có pháp véc tơ $\vec{p}=[\vec{n},\vec{a}]= (1,2,-2)$ và do đó phương trình của $(\beta)$ có dạng $x+2y-2z+m=0$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 0.25      |           |      |           |           |         |  |     |     |     |        |           |  |  |  |      |
|                                                                                                               | Theo giả thiết, ta có $d(\Delta,\beta)=2d(O,\beta) \Leftrightarrow d(A,\beta)=2d(O,\beta)$<br>$\Leftrightarrow \frac{ m+3 }{3}=2\frac{ m }{3} \Leftrightarrow 2m=\pm(m+3) \Leftrightarrow \begin{cases} m=3 \\ m=-1 \end{cases}.$                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 0.25      |           |      |           |           |         |  |     |     |     |        |           |  |  |  |      |
|                                                                                                               | Thử lại điều kiện $\Delta$ song song với $(\beta)$ , ta thấy thỏa. Vậy phương trình của $(\beta)$ là $x+2y-2z+3=0$ hoặc $x+2y-2z-1=0$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 0.25      |           |      |           |           |         |  |     |     |     |        |           |  |  |  |      |
| Câu 9b                                                                                                        | Phương trình đã cho tương đương với<br>$\left(\frac{2^x}{x^3+3x^2-6}\right)^3-\left(\frac{2^x}{x^3+3x^2-6}\right)^2+2=0.$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 0.25      |           |      |           |           |         |  |     |     |     |        |           |  |  |  |      |
|                                                                                                               | $\Leftrightarrow \frac{2^x}{x^3+3x^2-6}=-1 \Leftrightarrow 2^x=-x^3-3x^2+6. \quad (1)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 0.25      |           |      |           |           |         |  |     |     |     |        |           |  |  |  |      |
|                                                                                                               | Đặt $g(x)=2^x$ , $f(x)=-x^3-3x^2+6$ , ta có $f'(x)=-3x^2-6x$<br><table><tr><td><math>x</math></td><td><math>-\infty</math></td><td><math>-2</math></td><td><math>0</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>f'(x)</math></td><td></td><td><math>-</math></td><td><math>0</math></td><td><math>-</math></td></tr><tr><td><math>f(x)</math></td><td><math>+\infty</math></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>  | $x$       | $-\infty$ | $-2$ | $0$       | $+\infty$ | $f'(x)$ |  | $-$ | $0$ | $-$ | $f(x)$ | $+\infty$ |  |  |  | 0.25 |
|                                                                                                               | $x$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | $-\infty$ | $-2$      | $0$  | $+\infty$ |           |         |  |     |     |     |        |           |  |  |  |      |
| $f'(x)$                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | $-$       | $0$       | $-$  |           |           |         |  |     |     |     |        |           |  |  |  |      |
| $f(x)$                                                                                                        | $+\infty$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |           |           |      |           |           |         |  |     |     |     |        |           |  |  |  |      |
| Trên miền $x>0$ , ta thấy $f$ giảm, $g$ tăng, $g(1)=f(1)$ nên trên miền này $x=1$ là nghiệm duy nhất của (1). |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |           |           |      |           |           |         |  |     |     |     |        |           |  |  |  |      |
|                                                                                                               | Trên miền $x\leq 0$ , ta có $g(x)\leq g(0)=1$ , $f(x)\geq 2$ nên trên miền này (1) vô nghiệm. Vì vậy, phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $x=1$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 0.25      |           |      |           |           |         |  |     |     |     |        |           |  |  |  |      |

**HẾT**