PHẦN THỨ NHẤT: **ĐA THỨC**

+ Kiến thức bổ trợ:

- **Định lý Bezuot (Bơ-du) và hệ quả:**

Số dư của phép chia f(x) cho x – a là f(a) ➔ f(x) chia hết cho (x – a).

- **Lược đồ Hoocner:**

+ Bài tập:

Bài 1/ Cho phương trình : $x^4 - 2x^3 + 2x^2 + 2x - 3 = 0$ (1).

a/ Tìm nghiệm nguyên của phương trình (1).

b/ Tìm các nghiệm của phương trình (1).

Đáp số: a/ $x^4 - 2x^3 + 2x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \left(x^2 - 1\right)\left(x^2 - 2x + 3\right) = 0$

b/ Chỉ có 2 nghiệm : $x = \pm 1$

Bài 2/ Cho đa thức: $f(x) = x^5 + ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + 132005$. Biết rằng khi x lần lượt nhận các giá trị 1. 2, 3, 4 thì giá trị tương ứng của f (x) lần lượt là 8, 11, 14, 17. Tính giá trị của f (x) với x = 11, 12, 13, 14, 15.

Gợi ý: Chọn R (x) = 3x + 5 ➔ f(11) = 27775428; f (12) = 43655081;
f (13) = 65494484; f (14) = 94620287; f (15) = 132492410.

Bài 3/ Cho đa thức $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$.

a/ Tìm các hệ số a, b, c của đa thức P (x) , biết rằng khi x nhận các giá trị tương ứng là: 1,2 ; 2,5; 3,7 thì P (x) có các giá trị tương ứng là : 1994,728 ; 2060,625 ; 2173,653.

Đáp số: a = 10; b = 3 ; c = 1975.

b/ Tìm số dư r của phép chia đa thức P (x) cho 2x + 5.

Đáp số: r = 2014,375.

c/ Tìm các giá trị của x khi P (x) có giá trị là : 1989.

Đáp số: x_1 = 1; x_2 = -1,468871126 ; x_3 = =9,531128874.

Bài 4/ Cho đa thức $P(x) = (1 + 2x + 3x^2)^{15}$.

a/ Tính tổng các hệ số của đa thức sau khai triển theo nhị thức Newton.

b/ Tính tổng các hệ số bậc lẻ của x.

Đáp số: a/ 6^{15} = 470184984566

b/

Bài 5/ Cho đa thức $P(x)=\dfrac{x^2+4x-2}{x^2+3}$.

a/ Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của đa thức và các giá trị tương ứng của x.

b/ Gọi A(x_1; max P) và B(x_2; min P). Tính độ dài đoạn AB.

Đáp số: a/

b/

Bài 6/ Tính $\left[M\right]$, ký hiệu $\left[M\right]$ đọc là phần nguyên của số M (phần nguyên của số M là số nguyên không vượt quả M) biết rằng:

$$M=\sqrt{2010^2+\frac{4017^2}{4019}}+\sqrt{2009^2+\frac{4015^2}{4017}}+\ldots+\sqrt{2000^2+\frac{3999^2}{4001}}$$

Đáp số: $\left[M\right]$ = 22055.

Bài 7/ Tìm x, biết:

$$\sqrt{2009+2010\sqrt{x^2+x+0,1}}=20+\sqrt{2010-2009\sqrt{x^2+x+0,1}}$$

Đáp số: Đặt $t=\sqrt{x^2+x+0,1}$ (t > 0). Giải phương trình

$\sqrt{2009+2010t}=20+\sqrt{2010-2009t}$ ta được t =

Tiếp tục giải phương trình: $x^2 + x + 0,1 - t^2 = 0$ ➔ x

Bài 8/ Tính $A=\dfrac{\sqrt{x}+1}{x\sqrt{x}+x+\sqrt{x}}:\dfrac{1}{x^2-\sqrt{x}}$ với

$$x=\sqrt{20062007200820092010}$$

Đáp số: Rút gọn A = x – 1 . Thế x = 4479063206 vào biểu thức: A = 4479063205.

Bài 9/ Tính

$$A=\left(1-\frac{1}{1+2}\right).\left(1-\frac{1}{1+2+3}\right).\left(1-\frac{1}{1+2+3+4}\right)...\left(1-\frac{1}{1+2+3+4+\ldots+2010}\right)$$

Đáp số: Xét dạng tổng quát của hiệu:

$$1-\frac{1}{1+2+3+\ldots+n}=1-\frac{2}{n(n+1)}=\frac{(n-1)(n+2)}{n(n+1)}$$ ➔

$$A=\frac{1.4}{2.3}.\frac{2.5}{3.4}.\frac{3.6}{4.5}...\frac{2009.2012}{2010.2011}=\frac{(1.2.3...2009)(4.5.6...2012)}{(2.3.4...2010)(3.4.5...2011)}=$$

Bài 10/ Tính tổng: $A=\dfrac{2}{3+1}+\dfrac{2^2}{3^2+1}+\dfrac{2^3}{3^4+1}+...+\dfrac{2^{201}}{3^{2^{200}}+1}$

Đáp số:

Ta có: $\dfrac{1}{m+1}=\dfrac{m-1}{m^2-1}=-\dfrac{1}{m^2-1}+\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{m+1}+\dfrac{1}{m-1}\right)$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{m+1}\right)=\dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{m-1}-\dfrac{1}{m^2-1}$ nên $p_k=\dfrac{2^{k+1}}{3^{2^k}+1}=\dfrac{2^{k+1}}{3^{2^k}-1}-\dfrac{2^{k+2}}{3^{2^{k+1}}-1}$

Với k = 0: $p_0=\dfrac{2^{0+1}}{3^{2^0}+1}=\dfrac{2^1}{3^1-1}-\dfrac{2^2}{3^2-1}$; Với k = 1: $p_1=\dfrac{2^{1+1}}{3^{2^1}+1}=\dfrac{2^2}{3^2-1}-\dfrac{2^3}{3^{2^2}-1}$

… Với k = 200: $p_{2010}=\dfrac{2^{200+1}}{3^{2^{200}}+1}=\dfrac{2^{201}}{3^{2^{200}}-1}-\dfrac{2^{202}}{3^{2^{201}}-1}$. Vậy $A=\dfrac{2}{3^1-1}-\dfrac{2^{202}}{3^{2^{201}}-1}$

Bài 11/ Tính tổng $A=\dfrac{1}{2!}+\dfrac{2}{3!}+\dfrac{3}{4!}+...+\dfrac{99}{100!}$

Ta có: $\dfrac{k}{(k+1)!}=\dfrac{1}{k!}-\dfrac{1}{(k+1)!}\Rightarrow A=1-\dfrac{1}{100!}$

Bài 12/ Cho $a^2+a+1=0$. Tính tổng $A=a^{2011}+\dfrac{1}{a^{2011}}$

Vì $a^2+a+1=0\Rightarrow a^3+a^2+a=0\Leftrightarrow a^3=-\left(a^2+a\right)=1$

$\Rightarrow\left(a^3\right)^k=a^{3k}=1$. Ta có: 2011 = 3.670 + 1 .

Vậy: $a^{2011}=a^{3.670+1}=\left(a^3\right)^{670}.a=a$.

Do đó: $A=a+\dfrac{1}{a}=a+\dfrac{a^3}{a}=a+a^2=-1$

Bài 13/ Tính giá trị của biểu thức

$$A=\frac{\left(2^4+\frac{1}{4}\right).\left(4^4+\frac{1}{4}\right).\left(6^4+\frac{1}{4}\right)...\left(2010^4+\frac{1}{4}\right)}{\left(1^4+\frac{1}{4}\right).\left(3^4+\frac{1}{4}\right).\left(5^4+\frac{1}{4}\right)...\left(2009^4+\frac{1}{4}\right)}$$

Đáp số: $n^4+\frac{1}{4}=\left(n^2+\frac{1}{2}\right)^2-n^2=\left(n^2+n+\frac{1}{2}\right)\left(n^2-n+\frac{1}{2}\right)$. Mặt khác:

$$\left(n^2-n+\frac{1}{2}\right)=\left(n^2-2n+1\right)+\left(n-1\right)+\frac{1}{2}=\left(n-1\right)^2+\left(n-1\right)+\frac{1}{2}$$

$$A=\frac{\left(2^2+2+\frac{1}{2}\right).\left(1^2+1+\frac{1}{2}\right).\left(4^2+4+\frac{1}{2}\right).\left(3^2+3+\frac{1}{2}\right)...\left(2010^2+2010+\frac{1}{2}\right).\left(2009^2+2009+\frac{1}{2}\right)}{\left(1^2+1+\frac{1}{2}\right).\left(0^2+0+\frac{1}{2}\right).\left(3^2+3+\frac{1}{2}\right).\left(2^2+2+\frac{1}{2}\right)...\left(2009^2+2009+\frac{1}{2}\right).\left(2008^2+2008+\frac{1}{2}\right)}$$

$$A=\frac{\left(2010^2+2010+\frac{1}{2}\right)}{\left(0^2+0+\frac{1}{2}\right)}=2.\left(2010^2+2010+\frac{1}{2}\right)=$$

Bài 14/ Khai triển biểu thức $\left(1+2x+3x^2\right)^{15}=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_{30}x^{30}$

Tính chính xác giá trị của biểu thức:

$$A=a_0-2a_1+4a_2-8a_3+...-536870912a_{29}+1073741824a_{30}$$

Đáp số: A = 205 891 132 094 649.

Bài 15/ Cho $x^{1000}+y^{1000}=6,912; x^{2000}+y^{2000}=33,76244.$ Tính $A=x^{3000}+y^{3000}$

Đáp số: Đặt a = x^{1000} và b = y^{1000} ➔ $(a+b)^2 = a^2+b^2+2ab$ ➔ ab =

Bài 16/ Tính $A=7+77+777+......+\underbrace{777...777}_{17 so 7}-293972367^2$

Đáp số:

Bài 17: Cho đa thức $P\left(x\right)=x^4+mx^3-55x^2+nx-156$ chia hết cho (x – 2) và (x – 3). Hãy tìm giá trị của m, n và các nghiệm của đa thức.

Đáp số: m = 2; n = 172; x_1 = 2; x_2 = 3 ; $x_3 \approx$ 2,684658438; $x_4 \approx$ -9,684658438.

Bài 18/ Tìm tổng các hệ số của đa thức sau khi khai triển

$$P(x) = \left(2009 - 2010x + x^{2009}\right)^{2010} \times \left(25 + 12x + x^2\right)^{2011}$$

Đáp số: Ta xét giá trị riêng x = 1 ➔ P(x) = 0.

Bài 20/ Tìm số tự nhiên $n \in N^*$ thoả mãn:

$$\sqrt{1+\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}}+\sqrt{1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}}+\sqrt{1+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}}+...+\sqrt{1+\frac{1}{n^2}+\frac{1}{(n+1)^2}}=\frac{2011^2-1}{2011}$$

Đáp số: Cần chứng minh $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{(a+b)^2}=\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)^2-\frac{2}{ab}+\frac{1}{(a+b)^2}$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)^2-2\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right).\frac{1}{a+b}+\frac{1}{(a+b)^2}=\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}-\frac{1}{a+b}\right)^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{(a+b)^2}}=\left|\frac{1}{a}+\frac{1}{b}-\frac{1}{a-b}\right|$$

Suy ra: $1+\frac{1}{1}-\frac{1}{2}+1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+...+1+\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}=n+1-\frac{1}{n+1}=2011-\frac{1}{2011}$

$$\Rightarrow n+1-\frac{1}{n+1}=2011-\frac{1}{2011}\Leftrightarrow n-2010+\frac{n-2010}{2011.(n+1)}=0\Rightarrow n=2010.$$

Bài 21/ Xác định các hệ số a, b, c sao cho đa thức $f(x)=2x^4+ax^2+bx+c$ chia hết cho (x – 2) và khi chia cho (x^2 – 1) được dư là x.

Đáp số: Dùng phương pháp xét giá trị riêng.

Bài 22/ Giả sử đa thức $P(x)=x^5+x^2+1$ có 5 nghiệm x_1 ; x_2 ;x_3 ;x_4 ;x_5 .

Đặt $Q(x)=x^2-100$. Tính tích : $Q(x_1).Q(x_2).Q(x_3).Q(x_4).Q(x_5)$

Đáp số: Đa thức $P(x)=x^5+x^2+1$ có 5 nghiệm x_1 ; x_2 ;x_3 ;x_4 ;x_5 nên

$$P(x)=(x-x_1).(x-x_2).(x-x_3).(x-x_4).(x-x_5).$$

$$A=Q(x_1).Q(x_2).Q(x_3).Q(x_4).Q(x_5)$$

$$=(x_1^2-100).(x_2^2-100).(x_3^2-100).(x_4^2-100).(x_5^2-100)$$

$$=-(100-x_1^2).(100-x_2^2).(100-x_3^2).(100-x_4^2).(100-x_5^2)$$

$$=-(10-x_1).(10-x_2).(10-x_3).(10-x_4).(10-x_5).(10+x_1).(10+x_2).(10+x_3).(10+x_4).(10+x_5).$$

$=(10-x_1).(10-x_2).(10-x_3).(10-x_4).(10-x_5).(-10-x_1).(-10-x_2).(-10-x_3).(-10-x_4).(-10-x_5)$

$=P(10).P(-10)=\left[(-10)^5+(-10)^2+1\right].\left[10^5+10^2+1\right]=$

Bài 23/ Cho các biểu thức

$$A=\frac{1+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+...+\frac{1}{2009}+\frac{1}{2011}}{\frac{1}{1.2011}+\frac{1}{3.2009}+\frac{1}{5.2007}+...+\frac{1}{2009.3}+\frac{1}{2011.1}};\quad B=\frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+...+\frac{1}{2012}}{\frac{2011}{1}+\frac{2010}{2}+\frac{2009}{3}+...+\frac{1}{2001}}$$

Tính $\frac{A}{B}$.***<u>Đáp số</u>***: + ***Tử số của A gấp 1006 lần mẫu.+ Mẫu số của B gấp 2012 lần tử.***

Tử của A là:

$$\left(\frac{1}{1}+\frac{1}{2011}\right)+...+\left(\frac{1}{1005}+\frac{1}{1007}\right)=\frac{2012}{1.2011}+...+\frac{2012}{1005.1007}=2012.\left(\frac{1}{1.2011}+...+\frac{1}{1005.1007}\right)$$

Mẫu của B là:

$$\frac{2012-1}{1}+\frac{2012-2}{2}+...+\frac{2012-2011}{2011}=\left(\frac{2012}{1}+\frac{2012}{2}+...+\frac{2012}{2011}\right)-\left(\frac{1}{1}+\frac{2}{2}+...+\frac{2011}{2011}\right)$$

$$=2012+2012.\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+...+\frac{1}{2011}\right)-2011=1+2012.\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+...+\frac{1}{2011}\right)$$

$$=2012.\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+...+\frac{1}{2011}+\frac{1}{2012}\right)\Rightarrow\frac{A}{B}=1006:\frac{1}{2012}=1006.2012=$$

Bài 24/ Hệ số của x^2 và x^3 trong khai triển nhị thức $\left(\sqrt[5]{3}+x\right)^{20}$ tương ứng là a và b.

Hãy tính tỉ số $\frac{a}{b}$? ***<u>Đáp số</u>***:

$$\left(\sqrt[5]{3}+x\right)^{20}=C_{20}^0\left(\sqrt[5]{3}\right)^{20}x^0+C_{20}^1\left(\sqrt[5]{3}\right)^{19}x^1+C_{20}^2\left(\sqrt[5]{3}\right)^{18}x^2+C_{20}^3\left(\sqrt[5]{3}\right)^{17}x^3+...+C_{20}^{20}\left(\sqrt[5]{3}\right)^{0}x^{20}$$

$$a=C_{20}^2\left(\sqrt[5]{3}\right)^{18};b=C_{20}^3\left(\sqrt[5]{3}\right)^{17}\Rightarrow\frac{a}{b}=\frac{\sqrt[5]{3}}{6}\approx 0,2076$$

Bài 25/ Khai triển biểu thức $\left(1+x\sqrt{7}\right)^2.(1+ax)^8=1+10x+bx^2+....$

Hãy xác định a và b ?

<u>Đáp số</u>:

$$\left(1+x\sqrt{7}\right)^2.(1+ax)^8=\left(1+2\sqrt{7}x+7x^2\right).\left(1+C_8^1 1.ax+C_8^2 1^2.a^2x^2+...\right)$$

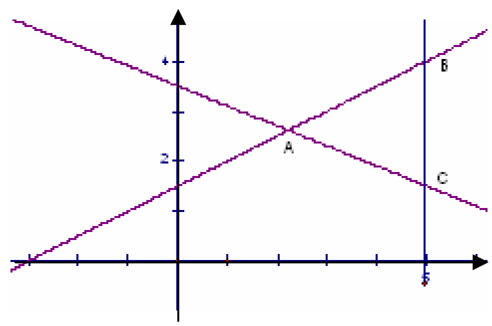
Ta có: $\begin{cases}10=2\sqrt{7}+C_8^1a\\ b=C_8^1a.2\sqrt{7}+C_8^2a^2+7\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a\approx 0,5886\\ b\approx 41,6144\end{cases}$

PHẦN THỨ 2: HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ

Bài 1: Cho hai đường thẳng $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}(1)$ và $y = -\frac{2}{5}x + \frac{7}{2}(2)$ cắt nhau tại điểm A.Một đường thẳng (d) đi qua điểm $H(5;0)$ và song song với trục tung Oy lần lượt cắt (1) và (2) theo thứ tự tại B và C.

a/ Vẽ trên cùng một hệ trục toạ độ đồ thị của các hàm số trên.
b/ Tìm toạ độ các điểm A, B, C bằng phân số.
c/ Tính diện tích tam giác ABC (viết dưới dạng phân số)
d/ Tính số đo mỗi góc của tam giác ABC (chính xác đến phút).

Đáp số:



$$A\left(\frac{20}{9};\frac{47}{18}\right);B(5;4);C\left(5;\frac{3}{2}\right);S_{ABC} = \frac{125}{36}$$

$$\widehat{A} = 48^0 22';\widehat{B} = 63^0 26';\widehat{C} = 68^0 12'.$$

Bài 2: Tính gần đúng toạ độ giao điểm của đường thẳng $2x - 5y + 6 = 0$ với Elíp $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$

Đáp số:

$$x_1 \approx 2,63791842; y_1 \approx 2,255167368$$

$$x_2 \approx -3,966638175; y_2 \approx -0,386655275$$

Bài 3 : Cho hai đường tròn có phương trình tương ứng là

$$x^2 + y^2 - 10x + 6y + 1 = 0(C_1); x^2 + y^2 - 6x + 8y - 12 = 0(C_2)$$

a/ Viết phương trình đường thẳng đi qua tâm của hai đường tròn
b/ Tính toạ độ giao điểm của đường thẳng nói trên với đường tròn (C_1)

Đáp số:

$$a/\ x - 2y - 11 = 0.$$

$$b/\ x_1 \approx 10,13809; y_1 \approx 0,430953484$$

$$x_2 \approx -0,13809; y_2 \approx -5,569046516$$

Bài 4: Tính giá trị gần đúng toạ độ các giao điểm của Hyperbol $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{4}=1$ và đường thẳng $x-8y+4=0$

Đáp số:

$x_1 \approx 3,29728; y_1 \approx 0,91216052$

$x_2 \approx -3,00579; y_2 \approx 0,124276727$

Bài 5: Cho tam giác ABC có các đỉnh $A(1;3);B(-5;2);C(5;5)$

a/ Tính gần đúng độ dài 3 cạnh và diện tích tam giác ABC

b/ Tính gần đúng (độ, phút, giây) số đo của góc A.

Đáp số:

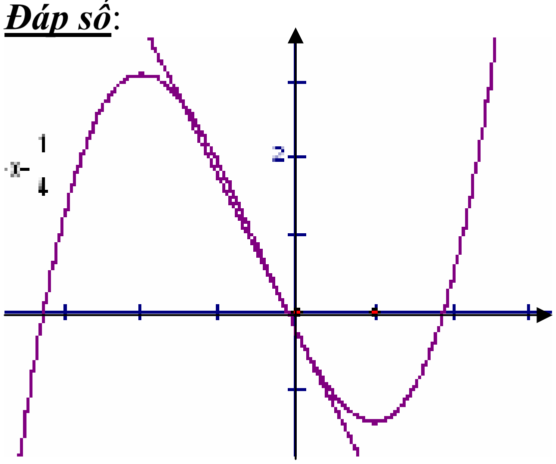
$a/\ AB \approx 8,08276; BC \approx 10,44031; AC \approx 4,47214$

$b/\ \hat{A} \approx 162^0 53'50''$

Bài 6: Tính gần đúng toạ độ giao điểm của các đồ thị hàm số

$y=-2x-\frac{1}{4}; y=\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}-2x-1$

Đáp số:



Bài 7: Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho các điểm $A(2;-3);B(4;6);C(1;-1)$

Xác định tâm I và bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Đáp số:

$I\left(\frac{177}{26};\frac{17}{26}\right); R \approx 6,03858$

PHẦN THỨ 3: **PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ PHƯƠNG TRÌNH**

Bài 1:

Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x^2 - xy = 1 \\ 4x^2 + 4xy - y^2 = 7 \end{cases}$

Đáp số: Từ phương trình (1) ta có x khác 0 $\Rightarrow y = \dfrac{2x^2 - 1}{x}$ thế vào (2)

$$\Rightarrow 4x^2 + 4x.\frac{2x^2-1}{x} - \left(\frac{2x^2-1}{x}\right)^2 = 7 \Leftrightarrow 8x^4 - 7x^2 - 1 = 0$$

Hệ phương trình có hai nghiệm là: $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}; \begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \end{cases}$

Bài 2: Tính x của phương trình sau theo a, b dương $\sqrt{a + b\sqrt{1-x}} = 1 + \sqrt{a - b\sqrt{1-x}}$

Đáp số: $x = \sqrt{\dfrac{4b^2 - 4a + 1}{4b^2}}$

Bài 3: Giải phương trình

$$\sqrt{x + 178408256 - 26614\sqrt{x + 1332007}} + \sqrt{x + 178381643 - 26612\sqrt{x + 1332007}} = 1$$

Đáp số: $x_1 = 175744242; x_2 = 175717629$

$175717629 < x < 175744242$

Bài 4: Giải hệ phương trình sau $\begin{cases} 13x^3 - 26102x^2 - 2009x - 4030056 = 0(1) \\ \left(x + \sqrt{x^2 + 4017}\right)\left(y + \sqrt{x^2 + 1}\right) = 4017\sqrt{3}(2) \end{cases}$

Đáp số: Giải phương trình (1) được x = 2008 thế vào phương trình (2) tính y.

$\begin{cases} x = 2008 \\ y = -2006,268148 \end{cases}$

Bài 5: Giải phương trình $x = \sqrt{2-x} \times \sqrt{3-x} + \sqrt{3-x} \times \sqrt{5-x} + \sqrt{5-x} \times \sqrt{2-x}$

Đáp số: Đặt biến số phụ: $\sqrt{2-x} = a; \sqrt{3-x} = b; \sqrt{5-x} = c$ với a, b, c ≥ 0

Suy ra: $\begin{cases} x = 2 - a^2 = 3 - b^2 = 5 - c^2 \\ x = ab + bc + ca \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a+b)(a+c) = 2 \\ (b+a)(b+c) = 3 \\ (c+a)(c+b) = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \dfrac{\sqrt{30}}{60} \\ b = \dfrac{11\sqrt{30}}{60} \\ c = \dfrac{19\sqrt{30}}{60} \end{cases}$

Bài 6: Tìm nghiệm nguyên dương của hệ phương trình sau $\begin{cases} a + b + c = 100(1) \\ 5a + 3b + \dfrac{c}{3} = 100(2) \end{cases}$

Đáp số: $\begin{cases} a = \\ b = \\ c = \end{cases}$; $\begin{cases} a = \\ b = \\ c = \end{cases}$; $\begin{cases} a = \\ b = \\ c = \end{cases}$

Bài 7: Cho tam giác ABC có $3\hat{C} + 2\hat{B} = 180^0$.

a/ Viết biểu thức tính AB theo BC và AC.

b/ Biết 3 cạnh của tam giác là ba số tự nhiên liên tiếp. Tính diện tích tam giác ABC ?

Đáp số:

a/ Ta có: $3\hat{C} + 2\hat{B} = 180^0 \Rightarrow \hat{A} = 2\hat{C} + \hat{B} \Rightarrow \hat{A}$ lớn nhất.

Trên BC lấy điểm D sao cho $\widehat{BAD} = \hat{C} \Rightarrow \Delta ABD; \Delta CBA$ đồng dạng.

$\Rightarrow AB^2 = BC.BD \Rightarrow AB^2 = BC(BC - CD)$. Mà CD = AC

$\Rightarrow AB = \sqrt{BC(BC - AC)}$

b/ Ta có: BC > AB; BC > AC.

Gọi n – 1 ; n ; n + 1 là độ dài 3 cạnh của tam giác. Suy ra: BC = n + 1.

+ Nếu AB = n; AC = n – 1:

$n = \sqrt{(n+1).\left[(n+1) - (n-1)\right]} \Rightarrow n = \sqrt{2(n+1)} \Rightarrow n^2 = 2(n+1)$ (vô nghiệm)

+ Nếu AB = n – 1 ; AC = n:

$n - 1 = \sqrt{(n+1).\left[(n+1) - n\right]} \Rightarrow n - 1 = \sqrt{(n+1)} \Rightarrow n^2 - 2n + 1 = n + 1 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} n = 0 \\ n = 3 \end{array} \right.$

Do đó 3 cạnh của tam giác là 2; 3; 4.Dùng công thức Herong tính S .

Bài 8: Có 100 người trong đó có đàn ông, đàn bà và học sinh đắp đoạn đê dài 60 mét. Nhóm đàn ông đắp mỗi người 5 mét, nhóm đàn bà đắp mỗi người 3 mét, nhóm học sinh đắp mỗi người 0,2 mét. Tính số đàn ông, đàn bà và số học sinh ?

Đáp số: $\begin{cases} a+b+c=100(1) \\ 5a+3b+\dfrac{c}{5}=60(2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=6 \\ b=4 \\ c=90 \end{cases}$

Bài 9: Giải hệ phương trình $\begin{cases} (2x+y)^2-5(4x^2-y^2)+6(2x-y)^2=0(1) \\ 2x+y+\dfrac{1}{2x-y}=3(2) \end{cases}$

Đáp số: Chia 2 vế của phương trình (1) cho $(2x-y)^2 \neq 0$. Ta có:

$$\begin{cases} (2x+y)^2.\dfrac{1}{(2x-y)^2}-5(4x^2-y^2).\dfrac{1}{(2x-y)^2}+6=0(1) \\ 2x+y+\dfrac{1}{2x-y}=3(2) \end{cases}$$

Đặt :

$$u=(2x+y); v=\frac{1}{2x-y} \Rightarrow \begin{cases} (uv)^2-5uv+6=0 \\ u+v=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} uv=2 \\ uv=3 \end{array}\right. \\ u+v=3 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=\dfrac{3}{8} \\ y=\dfrac{1}{4} \end{cases} \\ \begin{cases} x=\dfrac{3}{4} \\ y=\dfrac{1}{2} \end{cases} \end{array}\right.$$

Bài 10: Tính nghiệm gần đúng của hệ phương trình $\begin{cases} 2x^2+3y^2=7 \\ x^2-y^2+4xy=3 \end{cases}$

Đáp số: $\begin{cases} x_1 \approx 1,86911 \\ y_1 \approx -0,06544 \end{cases}$; $\begin{cases} x_2 \approx -1,86911 \\ y_1 \approx 0,06544 \end{cases}$; $\begin{cases} x_3 \approx 0,77820 \\ y_3 \approx 1,38910 \end{cases}$; $\begin{cases} x_4 \approx -0,77820 \\ y_4 \approx -1,38910 \end{cases}$;

Bài 11:

Tìm cặp số (x; y) nguyên dương thoả mãn phương trình $3x^5 - 19(72x-y)^2 = 240677$

Đáp số:

$$3x^5 - 19(72x-y)^2 = 240677 \Leftrightarrow 72x - y = \pm\sqrt{\frac{3x^5-240677}{19}}$$

$$\Rightarrow y = 72x - \sqrt{\frac{3x^5-240677}{19}}(dk: x>9) \Rightarrow (x=32; y=5); (x=32; y=4603)$$

Bài 12: Giải phương trình và hệ phương trình sau:

a/ $\dfrac{6}{(x+1)(x+2)} + \dfrac{8}{(x-1)(x+4)} = 1$

b/ $\begin{cases} x+y+z+\sqrt{x+y+z+1} = 11 \\ \dfrac{x}{3} = \dfrac{y}{6} = \dfrac{z}{7} \end{cases}$

Bài 13: Giải hệ phương trình sau:

a/ $\begin{cases} \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y+z} = \dfrac{1}{3} \\ \dfrac{1}{y} + \dfrac{1}{z+x} = \dfrac{1}{4} \\ \dfrac{1}{z} + \dfrac{1}{x+y} = \dfrac{1}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy + xz = 3(x+y+z) \\ xy + yz = 4(x+y+z) \\ xz + yz = 5(x+y+z) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{y}{x} = \dfrac{3}{2} \\ \dfrac{z}{y} = \dfrac{2}{1} \end{cases}$

Đặt x = 2k, y = 3k, z = 6k .Suy ra: k = 11/6 nên (x, y, z) = (11/3; 11/2; 11)

Bài 14: Giải các phương trình nghiệm nguyên sau:

$a/ \ 6x^2y^3 + 3x^2 - 10y^3 = -2$

$b/ \ 7(x-1) + 3y = 2xy$

$c/ \ x^2 + 2xy + 2y^2 - 10yz + 25z^2 = 567$

Bài 15: Giải các hệ phương trình sau:

a/ $\begin{cases} 6xy = 5(x+y) \\ 3yz = 2(y+z) \\ 7zx = 10(z+x) \end{cases}$

b/ $\begin{cases} \dfrac{xy}{x+y} = \dfrac{6}{5} \\ \dfrac{yz}{y+z} = \dfrac{4}{3} \\ \dfrac{zx}{z+x} = \dfrac{12}{7} \end{cases}$

Bài 16: Giải các phương trình:

a/ $\sqrt{2x+3} + \sqrt{10-2x} = 5$; b/ $\sqrt{x-1} - \sqrt[3]{2-x} = 5$

PHẦN 4: **LÃI SUẤT VÀ TĂNG TRƯỞNG**

Công thức:

+ Dân số: $A = a(1+r)^n$ **trong đó A là số dân sau n năm; a số dân gốc; r là tỉ lệ tăng dân số trung bình hằng năm; n là số năm**

+ Lãi kép dạng I: $A = a(1+r)^n$ **trong đó A là số tiền nhận được sau n tháng; a số tiền gốc; r là lãi suất của ngân hàng hàng tháng ; n là số tháng**

+ Lãi kép dạng II: $A = \dfrac{a\left[(1+r)^n - 1\right](1+r)}{r}$ **trong đó A là số tiền nhận được sau n tháng; a số tiền đóng của mỗi tháng (như nhau) ; r là lãi suất của ngân hàng hàng tháng ; n là số tháng**

Bài 1:
a/ Một số tiền 10 000 000 đồng được gởi vào ngân hàng theo lãi kép với lãi suất 0,7%/ tháng. Hỏi sau 2 năm thì rút về cả vốn lẫn lãi là bao nhiêu ?
Đáp số: 11 822 444,76 đồng
b/ Muốn có 100 000 000 đồng sau 1 năm thì phải gởi ngân hàng mỗi tháng một số tiền bằng nhau là bao nhiêu nếu lãi suất là 0,6%/ tháng ?
Đáp số: 8 013 814,456 đồng

Bài 2: Dân số của một nước là 80 triệu người, mức tăng dân số lá 1,1%/ năm. Tính dân số của nước đó sau 20 năm ?
Đáp số:

Bài 3: (Thi khu vực 2007)
Một người gởi tiết kiệm 100 000 000 đồng vào một ngân hàng theo mức kỳ hạn 6 tháng với lãi suất 0,65%/ tháng.
a/ Hỏi sau 10 năm người đó nhận được bao nhiêu tiền (cả vốn lẫn lãi) ở ngân hàng. Biết rằng người đó không rút lãi ở tất cả các định kỳ trước đó.
Đáp số: 214 936 885,3 đồng
b/ Nếu với số tiền trên, người đó gởi tiết kiệm theo mức kỳ hạn 3 tháng với lãi suất 0,63%/ tháng thì sau 10 năm nhận được bao nhiêu tiền ?
Đáp số: 211 476 682,9 đồng

Bài 4: Muốn có 1 tỉ đồng sau 31 tháng thì phải gởi ngân hàng mỗi tháng một số tiền bằng nhau là bao nhiêu nếu ngân hàng chấp nhận lãi suất là 0,6%/ tháng. So với số tiền thực gởi thì ngân hàng phải trả lãi bao nhiêu sau 31 tháng đó ?
Đáp số:
+ Hàng tháng phải gởi ngân hàng là: ***29 271 780,55 đồng***

+ Số tiền lãi nhận được từ ngân hàng là: ***92 574 802,95 đồng***

Bài 5:
Một chiếc xe máy trị giá 11 000 000 đồng được bán trả góp 12 tháng, mỗi tháng trả góp 1 000 000 đồng và bắt đầu trả sau khi nhận xe 1 tháng. Tính lãi suất tiền trong 1 tháng ?
Đáp số: 1.36%/ tháng

Bài 6:
Một người mua 1 máy tính xách tay (Laptop) trị giá 10 000 000 đồng với thoả thuận trả góp mỗi tháng 1 000 000 đồng. Biết rằng người ấy phải trả 11 tháng mới xong. Hỏi cuộc giao dịch này dựa trên lãi suất bao nhiêu %/ tháng ?
Giải:
Sau lần trả thứ 1: số tiền còn lại là $a(1+r\%)-b$
Sau lần trả thứ 2: số tiền còn lại là
$$\left[a(1+r\%)-b\right](1+r\%)-b = a(1+r\%)^2 - b(2+r\%)$$
Sau lần trả thứ 3: số tiền còn lại là
$$\left[a(1+r\%)^2-b(2+r\%)\right](1+r\%)-b = a(1+r\%)^3 - b(2+r\%)(1+r\%)$$
…………………
Sau lần trả thứ n: số tiền còn lại là : $a(1+r\%)^n - b(n+r\%)$
Ta có phương trình:
$$10000000(1+r\%)^{11} - 1000000(11+r\%) = 0 \Rightarrow r \approx 0,8775 = 87,75\%$$

Bài 7: Dân số của một thành phố năm 2007 là 330 000 người.
a/ Hỏi năm học 2007 – 2008 , dự báo có bao nhiêu học sinh lớp 1 đến trường biết trong 10 năm trở lại đây tỉ lệ tăng dân số mỗi năm là 1,5% và thành phố thực hiện tốt chủ trương 100% trẻ em đúng độ tuổi vào lớp 1 ?
b/ Nếu đến năm học 2015 – 2016 thành phố chỉ đáp ứng được 120 phòng học cho học sinh lớp 1, mỗi phòng học có 35 học sinh thì phải kiềm chế tỉ lệ tăng dân số mỗi năm là bao nhiêu ? (Bắt đầu từ năm 2007).
Giải:
a/ Số dân năm 2007 : $D_{2007} = D_{2006} + D_{2006}.\ 0,015 = D_{2006}.(1 + 0,015) \Rightarrow D_{2006} = \dfrac{330000}{(1+0,015)}$

$\Rightarrow D_{2000} = \dfrac{330000}{(1+0,015)^7}$; Số trẻ em tăng năm 2001 đến năm 2007 (tròn 6 tuổi vào lớp 1) là:

$\dfrac{330000}{(1+0,015)^7}.0,015 \approx 44600$ (người)

b/ Gọi x% là tỉ lệ tăng dân số cần khống chế
$\Rightarrow D_{2008} = 330000 + 330000.x\% = 330000(1+x\%)$
$\Rightarrow D_{2009} = 330000(1+x\%).(x\%) = ... = 35.120 \Rightarrow x = 1,25\%$