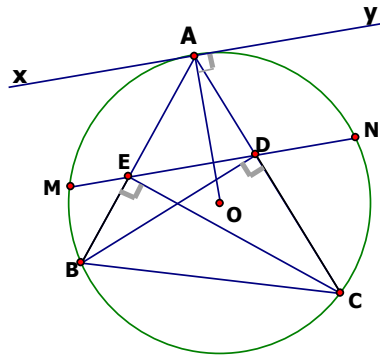


Bài 1:

Cho ΔABC có các đường cao BD và CE . Đường thẳng DE cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác tại hai điểm M và N .

1. Chứng minh: $BEDC$ nội tiếp.
2. Chứng minh: $\angle DEA = \angle ACB$.
3. Chứng minh: DE song song với tiếp tuyến tại A của đường tròn ngoại tiếp tam giác.
4. Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Chứng minh: OA là phân giác của góc MAN .

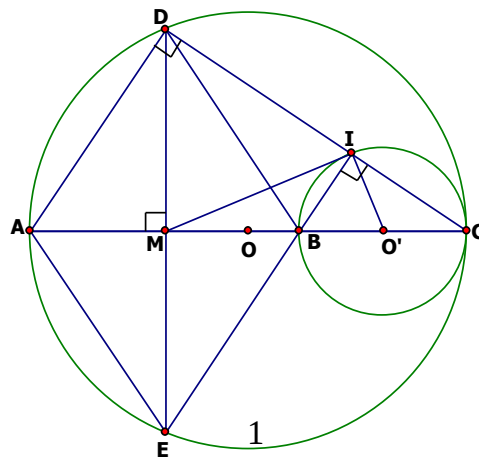
Chứng tỏ: $AM^2 = AE \cdot AB$.



Bài 2:

Cho (O) đường kính AC . Trên đoạn OC lấy điểm B và vẽ đường tròn tâm O' , đường kính BC . Gọi M là trung điểm của đoạn AB . Từ M vẽ dây cung DE vuông góc với AB ; DC cắt đường tròn tâm O' tại I .

1. Tứ giác $ADBE$ là hình gì?
2. C/m $DMBI$ nội tiếp.
3. C/m B, I, E thẳng hàng và $MI = MD$.
4. C/m $MC \cdot DB = MI \cdot DC$
5. C/m MI là tiếp tuyến của (O')

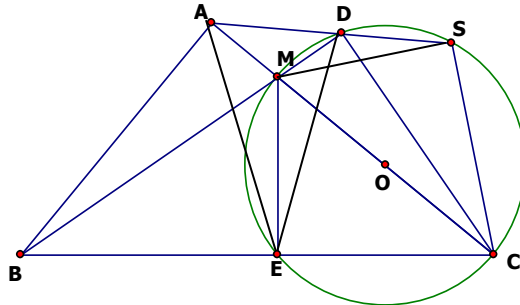


Hình 2

Bài 3:

Cho ΔABC có $\angle A = 1v$. Trên AC lấy điểm M sao cho $AM < MC$. Vẽ đường tròn tâm O đường kính CM cắt BC tại E ; đường thẳng BM cắt (O) tại D ; AD kéo dài cắt (O) tại S .

1. C/m $BADC$ nội tiếp.
2. BC cắt (O) ở E . Cmr: MD là phân giác của $\angle AED$.
3. C/m CA là phân giác của góc BCS .

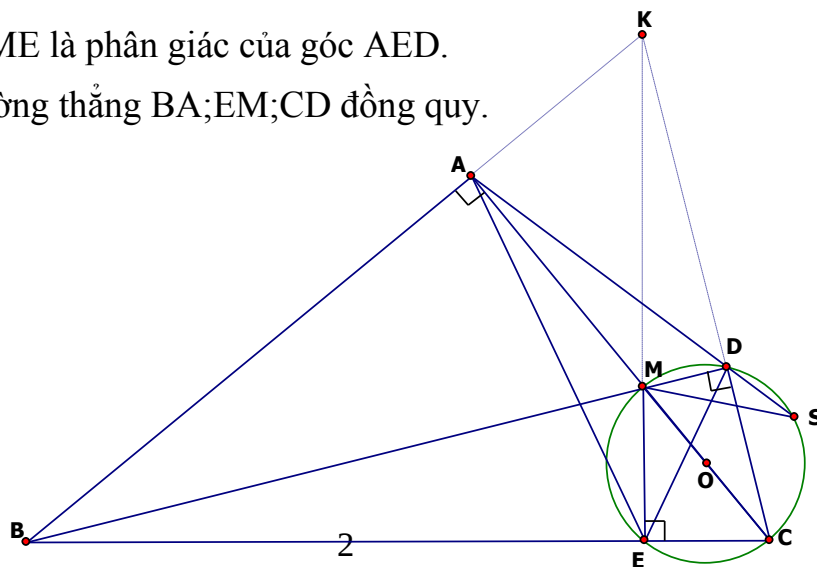


Hình 3

Bài 4:

Cho ΔABC có $\angle A = 1v$. Trên cạnh AC lấy điểm M sao cho $AM > MC$. Vẽ đường tròn tâm O đường kính MC ; đường tròn này cắt BC tại E . Đường thẳng BM cắt (O) tại D và đường thẳng AD cắt (O) tại S .

1. C/m $ADCB$ nội tiếp.
2. C/m ME là phân giác của góc AED .
3. C/m: $\angle ASM = \angle ACD$.
4. Chứng tỏ ME là phân giác của góc AED .
5. C/m ba đường thẳng $BA; EM; CD$ đồng quy.

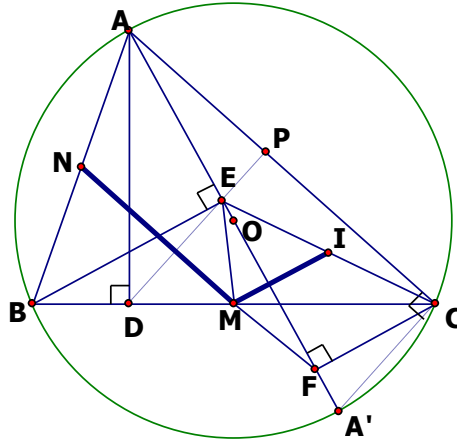


Hình 4

Bài 5:

Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn và $AB < AC$ nội tiếp trong đường tròn tâm O. Kẻ đường cao AD và đường kính AA'. Gọi E, F theo thứ tự là chân đường vuông góc kẻ từ B và C xuống đường kính AA'.

1. C/m AEDB nội tiếp.
2. C/m DB. $A'A = AD$. $A'C$
3. C/m: $DE \perp AC$.
4. Gọi M là trung điểm BC. Chứng minh $MD = ME = MF$.

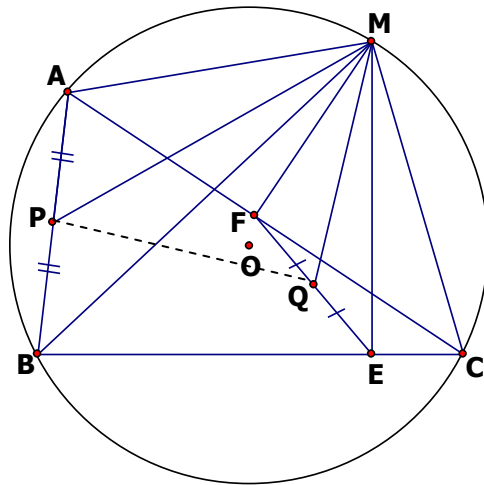


Hình 5

Bài 6:

Cho ΔABC có ba góc nhọn nội tiếp trong đường tròn tâm O. Gọi M là một điểm bất kỳ trên cung nhỏ AC. Gọi E và F lần lượt là chân các đường vuông góc kẻ từ M đến BC và AC. P là trung điểm AB; Q là trung điểm FE.

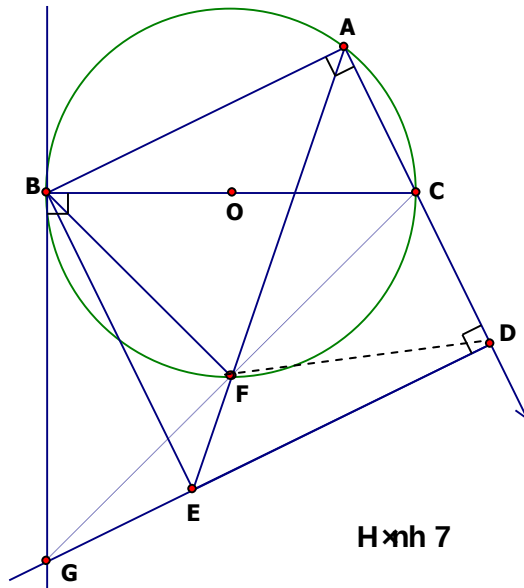
1. C/m MFEC nội tiếp.
2. C/m BM. $EF = BA$. EM
3. C/m $\Delta AMP \cong \Delta FMQ$.
4. C/m $\angle PQM = 90^\circ$.



Hình 6

Bài 7: Cho (O) đường kính BC, điểm A nằm trên cung BC. Trên tia AC lấy điểm D sao cho $AB=AD$. Dựng hình vuông ABED; AE cắt (O) tại điểm thứ hai F; Tiếp tuyến tại B cắt đường thẳng DE tại G.

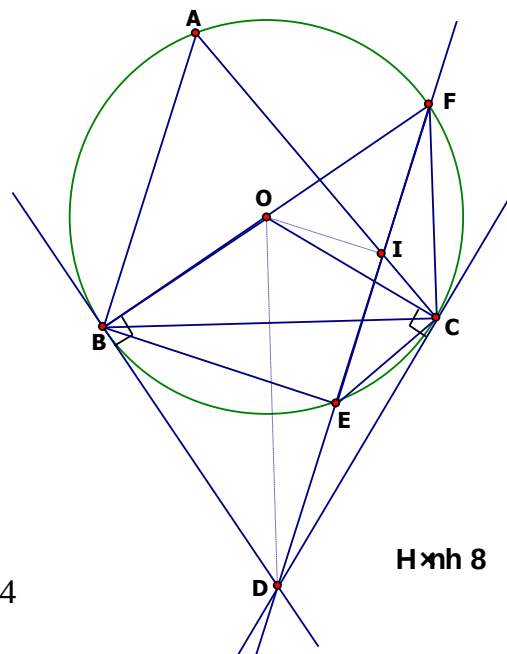
1. C/m BGDC nội tiếp. Xác định tâm I của đường tròn này.
2. C/m ΔBFC vuông cân và F là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔBCD .
3. C/m GEFB nội tiếp.
4. Chứng tỏ: C; F; G thẳng hàng và G cùng nằm trên đường tròn ngoại tiếp ΔBCD .
Có nhận xét gì về I và F



Hình 7

Bài 8: Cho ΔABC có 3 góc nhọn nội tiếp trong (O). Tiếp tuyến tại B và C của đường tròn cắt nhau tại D. Từ D kẻ đường thẳng song song với AB, đường này cắt đường tròn ở E và F, cắt AC ở I (E nằm trên cung nhỏ BC).

1. C/m: BDCO nội tiếp.
2. C/m: $DC^2 = DE \cdot DF$.
3. C/m: DOIC nội tiếp.
4. Chứng tỏ I là trung điểm FE.

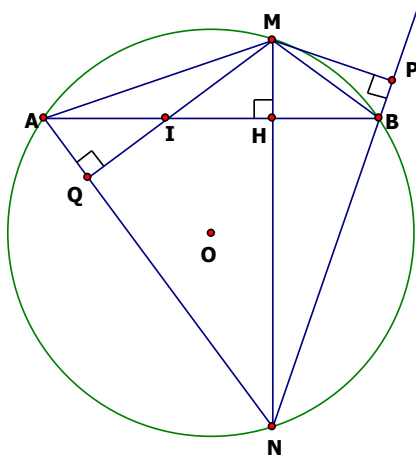


Hình 8

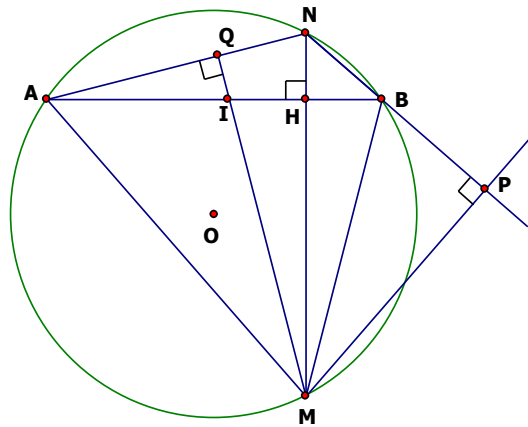
Bài 9:

Cho (O) , dây cung AB . Từ điểm M bất kỳ trên cung AB ($M \neq A$ và $M \neq B$), kẻ dây cung MN vuông góc với AB tại H . Gọi MQ là đường cao của tam giác MAN .

1. C/m 4 điểm $A; M; H; Q$ cùng nằm trên một đường tròn.
2. C/m: $NQ \cdot NA = NH \cdot NM$
3. C/m MN là phân giác của góc BMQ .
4. Hạ đoạn thẳng MP vuông góc với BN ; xác định vị trí của M trên cung AB để $MQ \cdot AN + MP \cdot BN$ có giá trị lớn nhất



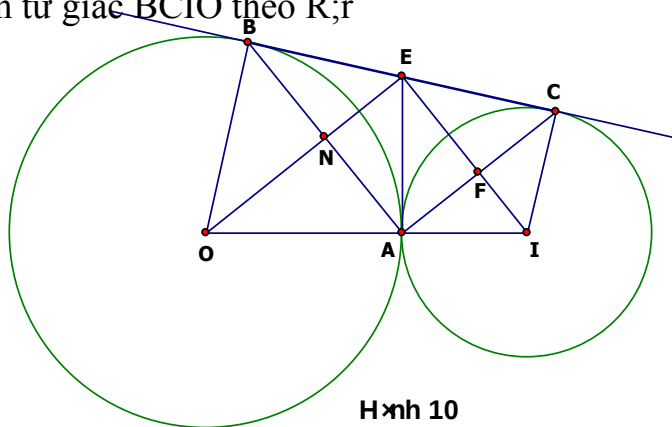
Hình 9 a



Hình 9 b

Bài 10: Cho $(O; R)$ và $(I; r)$ tiếp xúc ngoài tại A ($R > r$). Dựng tiếp tuyến chung ngoài BC (B nằm trên đường tròn tâm O và C nằm trên đường tròn tâm I). Tiếp tuyến BC cắt tiếp tuyến tại A của hai đường tròn ở E .

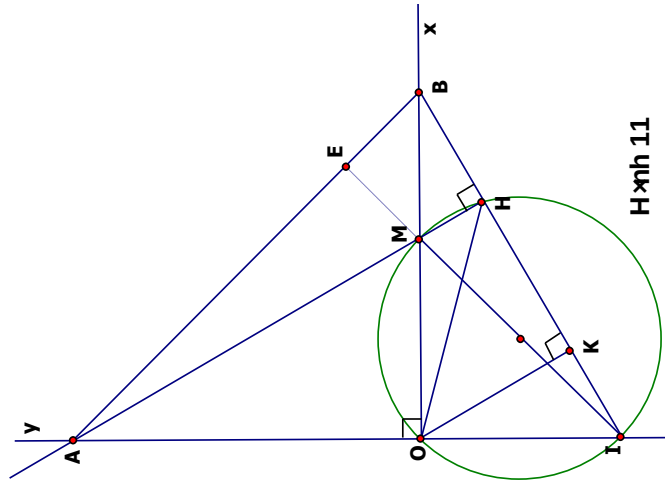
1. Chứng minh tam giác ABC vuông ở A .
2. OE cắt AB ở N ; IE cắt AC tại F . Chứng minh $N; E; F; A$ cùng nằm trên một đường tròn.
3. Chứng tỏ: $BC^2 = 4Rr$
4. Tính tích tích tứ giác $BCIO$ theo $R; r$



Hình 10

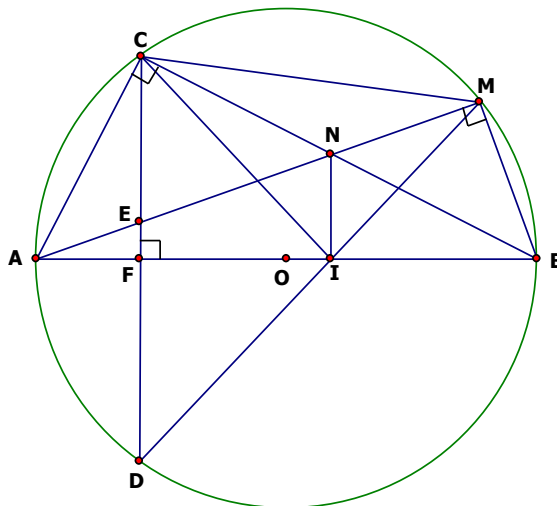
Bài 11: Trên hai cạnh góc vuông xOy lấy hai điểm A và B sao cho $OA=OB$. Một đường thẳng qua A cắt OB tại M (M nằm trên đoạn OB). Từ B hạ đường vuông góc với AM tại H , cắt AO kéo dài tại I .

1. C/m $OMHI$ nội tiếp.
2. Tính góc OMI .
3. Từ O vẽ đường vuông góc với BI tại K . C/m $OK=KH$
4. Tìm tập hợp các điểm K khi M thay đổi trên OB .



Bài 12: Cho (O) đường kính AB và dây CD vuông góc với AB tại F . Trên cung BC lấy điểm M . Nối A với M cắt CD tại E .

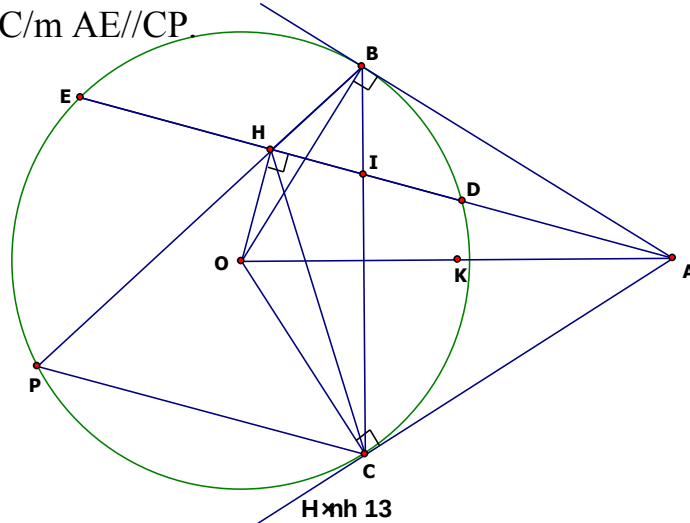
1. C/m: MA là phân giác của góc CMD .
2. C/m: $EFBM$ nội tiếp.
3. Chứng tỏ: $AC^2 = AE \cdot AM$
4. Gọi giao điểm CB với AM là N ; MD với AB là I . C/m $NI \parallel CD$
5. Chứng minh N là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle CIM$



Hình 12

Bài 13: Cho (O) và điểm A nằm ngoài đường tròn. Vẽ các tiếp tuyến AB; AC và cát tuyến ADE. Gọi H là trung điểm DE.

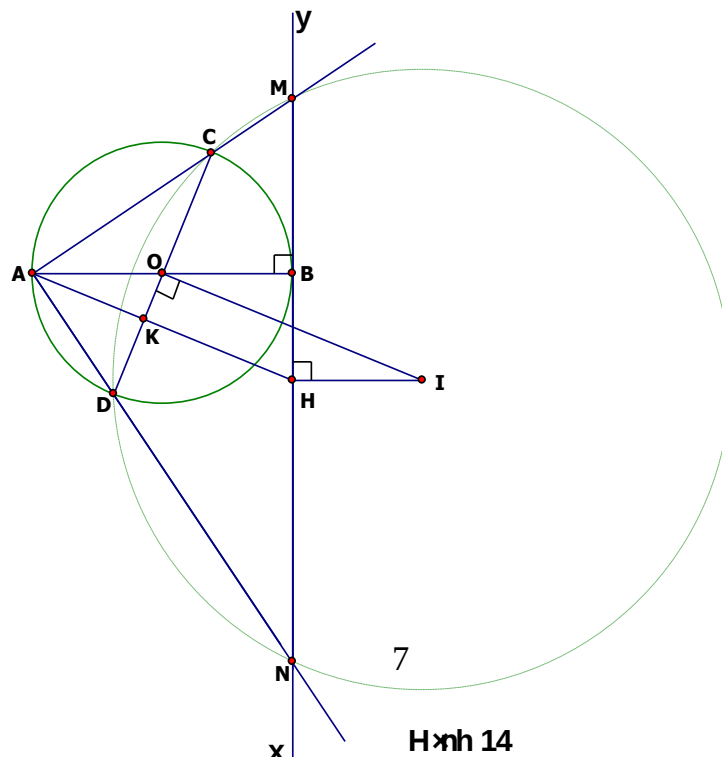
1. C/m A; B; H; O; C cùng nằm trên 1 đường tròn.
2. C/m HA là phân giác của góc BHC.
3. Gọi I là giao điểm của BC và DE. C/m $AB^2 = AI \cdot AH$.
4. BH cắt (O) ở P. C/m $AE \parallel CP$.



Hình 13

Bài 14: Cho (O) đường kính $AB = 2R$; xy là tiếp tuyến với (O) tại B. CD là 1 đường kính bất kỳ. Gọi giao điểm của AC; AD với xy theo thứ tự là M; N.

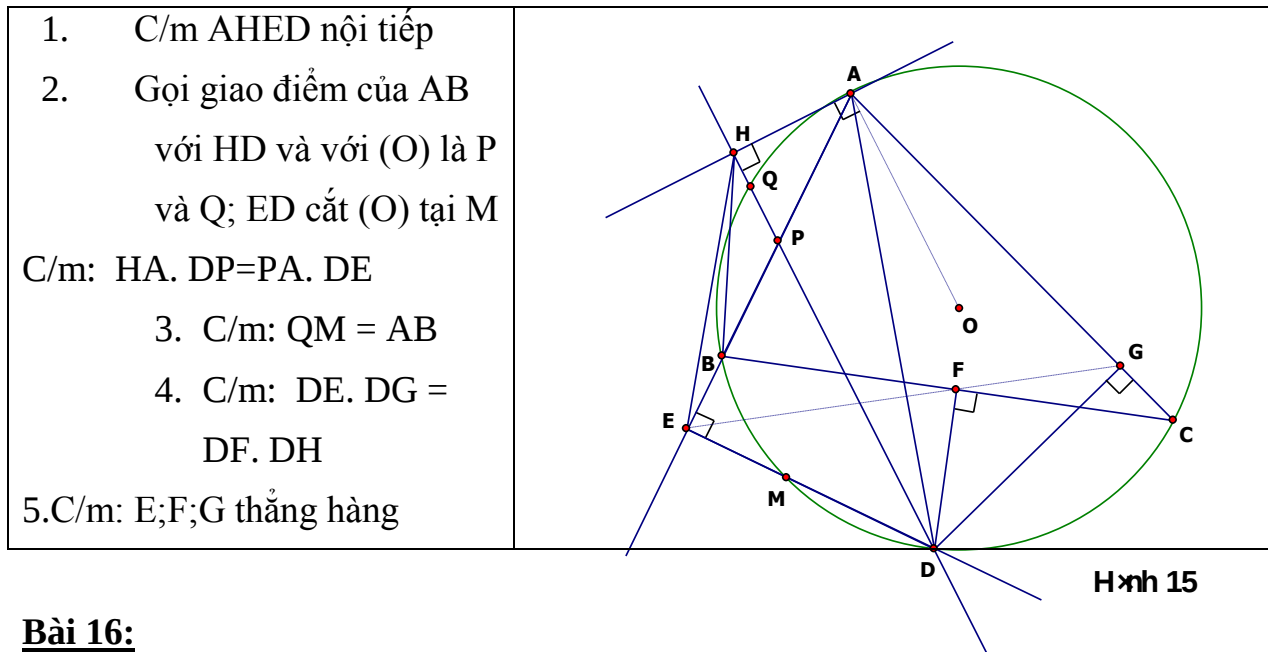
1. CMR: MCDN nội tiếp.
2. Chứng tỏ: $AC \cdot AM = AD \cdot AN$
3. Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác MCDN và H là trung điểm MN.
CMR: AOIH là hình bình hành.
4. Khi đường kính CD quay xung quanh điểm O thì I di động trên đường nào?



Hình 14

Bài 15:

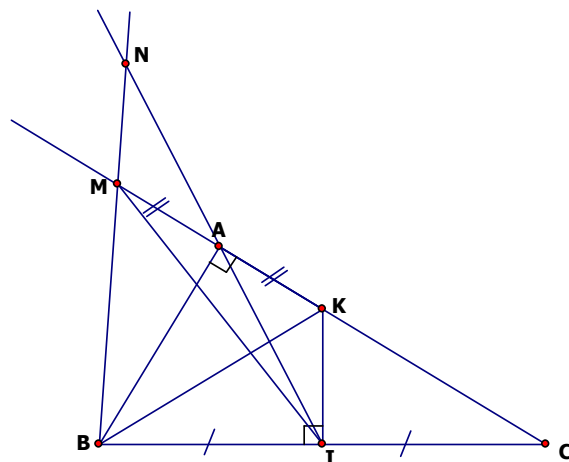
Cho tam giác ABC nội tiếp trong đường tròn tâm O. Gọi D là 1 điểm trên cung nhỏ BC. Kẻ DE;DF;DG lần lượt vuông góc với các cạnh AB;BC;AC. Gọi H là hình chiếu của D lên tiếp tuyến Ax của (O).



Bài 16:

Cho tam giác ABC có $\angle A = 120^\circ$; $AB < AC$. Gọi I là trung điểm BC; qua I kẻ $IK \perp BC$ (K nằm trên AC). Trên tia đối của tia AC lấy điểm M sao cho $MA = AK$.

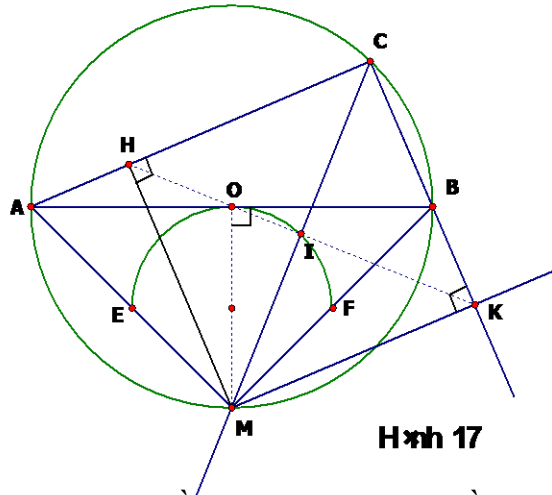
1. Chứng minh: ABIK nội tiếp được trong đường tròn tâm O.
2. C/m: $\angle BMC = 2\angle ACB$
3. Chứng tỏ: $BC^2 = 2 \cdot AC \cdot KC$
4. AI kéo dài cắt đường thẳng BM tại N. Chứng minh $AC = BN$
5. C/m: NMIC nội tiếp.



Hình 16

Bài 17: Cho (O) đường kính AB cố định, điểm C di động trên nửa đường tròn. Tia phân giác của góc ACB cắt (O) tại M. Gọi H;K là hình chiếu của M lên AC và CB.

1. C/m: MOBK nội tiếp.
2. Tứ giác CKMH là hình vuông.
3. C/m: H;O;K thẳng hàng.
4. Gọi giao điểm HK và CM là I. Khi C di động trên nửa đường tròn thì I chạy trên đường nào?

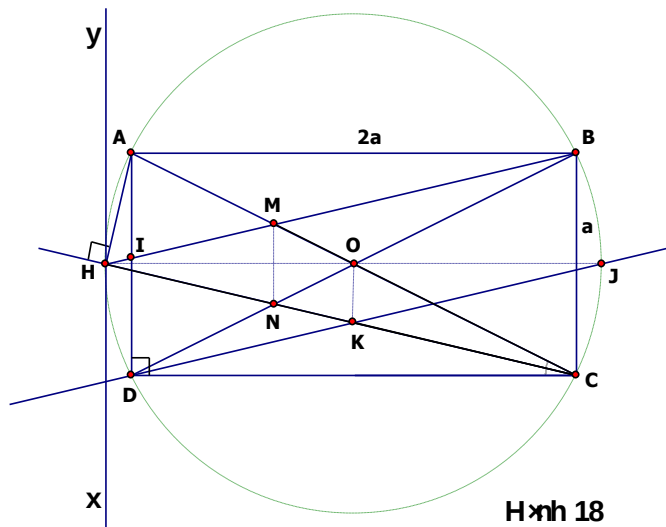


Hình 17

Bài 18:

Cho hình chữ nhật ABCD có chiều dài $AB = 2a$, chiều rộng $BC = a$. Kẻ tia phân giác của góc ACD, từ A hạ AH vuông góc với đường phân giác nói trên.

1. Chứng minh: AHDC nội tiếp trong đường tròn tâm O mà ta phải định rõ tâm và bán kính theo a.
2. HB cắt AD tại I và cắt AC tại M; HC cắt DB tại N. Chứng tỏ $HB = HC$ và $AB \cdot AC = BH \cdot BI$
3. Chứng tỏ MN song song với tiếp tuyến tại H của (O)
4. Từ D kẻ đường thẳng song song với BH; đường này cắt HC ở K và cắt (O) ở J. Chứng minh HOKD nội tiếp.



Hình 18

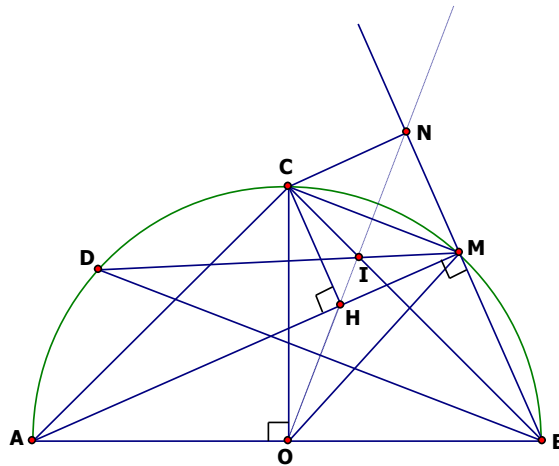
Bài 19:

Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB , bán kính $OC \perp AB$. Gọi M là 1 điểm trên cung BC . Kẻ đường cao CH của tam giác ACM .

1. Chứng minh $AOHC$ nội tiếp.
2. Chứng tỏ $\triangle CHM$ vuông cân và OH là phân giác của góc COM .
3. Gọi giao điểm của OH với BC là I . MI cắt (O) tại D .

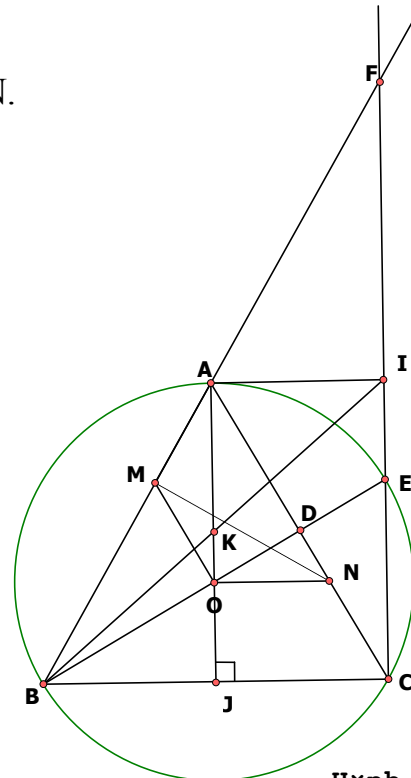
Cmr: $CDBM$ là hình thang cân.

4. BM cắt OH tại N . Chứng minh $\triangle BNI$ và $\triangle AMC$ đồng dạng, từ đó suy ra:
 $BN \cdot MC = IN \cdot MA$.

**Bài 20:****Hình 19**

Cho $\triangle$ đều ABC nội tiếp trong $(O; R)$. Trên cạnh AB và AC lấy hai điểm $M; N$ sao cho $BM = AN$.

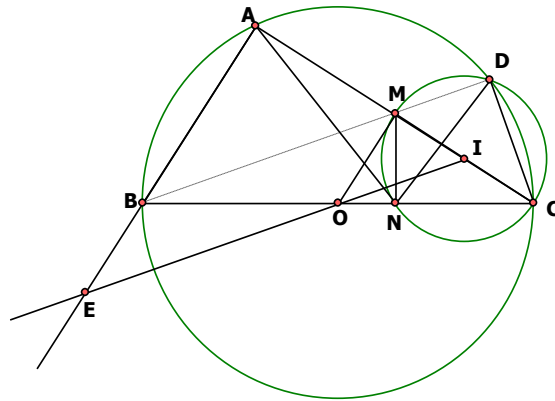
1. Chứng tỏ $\triangle OMN$ cân.
2. C/m : $OMAN$ nội tiếp.
3. BO kéo dài cắt AC tại D và cắt (O) ở E .
C/m $BC^2 + DC^2 = 3R^2$.
4. Đường thẳng CE và AB cắt nhau ở F . Tiếp tuyến tại A của (O) cắt FC tại I ; AO kéo dài cắt BC tại J . C/m BI đi qua trung điểm của AJ .

**H×nh 20**

Bài 21:

Cho ΔABC ($A=1v$) nội tiếp trong đường tròn tâm (O) . Gọi M là trung điểm cạnh AC . Đường tròn tâm I đường kính MC cắt cạnh BC ở N và cắt (O) tại D .

1. C/m $ABNM$ nội tiếp và $CN \cdot AB = AC \cdot MN$.
2. Chứng tỏ B, M, D thẳng hàng và OM là tiếp tuyến của (I) .
3. Tia IO cắt đường thẳng AB tại E . C/m $BMOE$ là hình bình hành.
4. C/m NM là phân giác của góc AND .

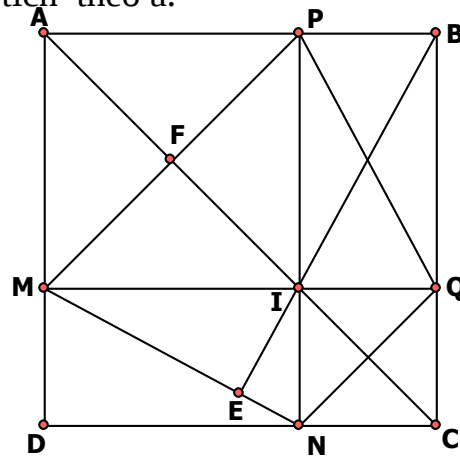


Hình 21

Bài 22:

Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Gọi I là điểm bất kỳ trên đường chéo AC . Qua I kẻ các đường thẳng song song với $AB; BC$, các đường này cắt $AB; BC; CD; DA$ lần lượt ở $P; Q; N; M$.

1. C/m $INCQ$ là hình vuông.
2. Chứng tỏ $NQ \parallel DB$.
3. BI kéo dài cắt MN tại E ; MP cắt AC tại F . C/m $MFIE$ nội tiếp được trong đường tròn. Xác định tâm.
4. Chứng tỏ $MPQN$ nội tiếp. Tính diện tích theo a .
5. C/m $MFIE$ nội tiếp.



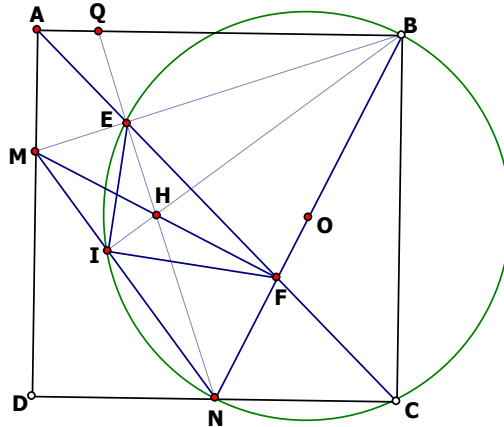
Hình 22

Bài 23:

Cho hình vuông ABCD, N là trung điểm DC; BN cắt AC tại F, Vẽ đường tròn tâm O đường kính BN. (O) cắt AC tại E. BE kéo dài cắt AD ở M; MN cắt (O) tại I.

1. C/m MDNE nội tiếp.
2. Chứng tỏ $\triangle BEN$ vuông cân.
3. C/m MF đi qua trực tâm H của $\triangle BMN$.
4. C/m $BI=BC$ và $\triangle IEF$ vuông.

5. C/m: BM là đường trung trực của QH (H là giao điểm của BE và AB) và MQBN là thang cân



Hình 23

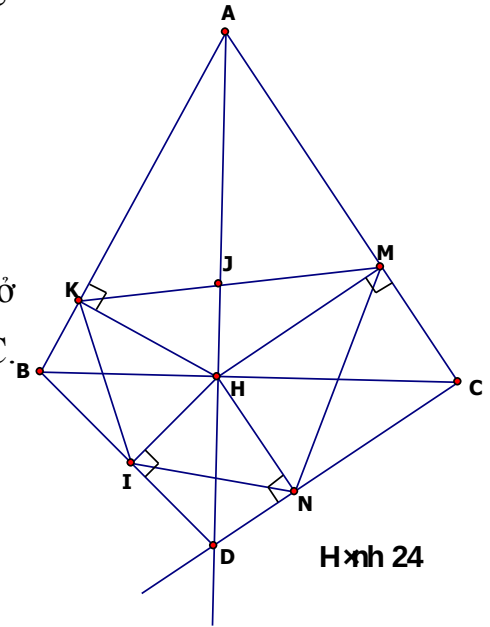
Bài 24:

Cho $\triangle ABC$ có 3 góc nhọn ($AB < AC$). Vẽ đường cao AH. Từ H kẻ HK; HM lần lượt vuông góc với AB; AC. Gọi J là giao điểm của AH và MK.

1. C/m AMHK nội tiếp.
2. C/m $JA \cdot JH = JK \cdot JM$
3. Từ C kẻ tia Cx $\perp$ với AC và Cx cắt AH kéo dài ở D. Vẽ HI; HN lần lượt vuông góc với DB và DC.

Cmr : $HKM = HCN$

4. C/m M; N; I; K cùng nằm trên một đường tròn.

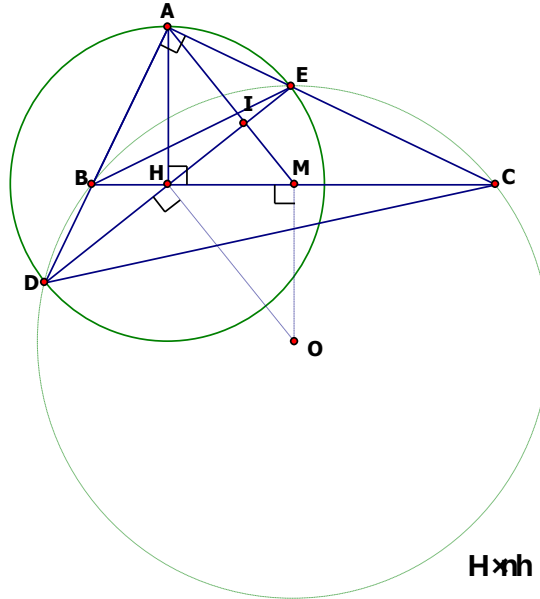


Hình 24

Bài 25:

Cho ΔABC ($\angle A = 90^\circ$), đường cao AH . Đường tròn tâm H , bán kính HA cắt đường thẳng AB tại D và cắt AC tại E ; Trung tuyến AM của ΔABC cắt DE tại I .

1. Chứng minh $D; H; E$ thẳng hàng.
2. C/m $BDCE$ nội tiếp. Xác định tâm O của đường tròn này.
3. C/m: $AM \perp DE$.
4. C/m $AHOM$ là hình bình hành.

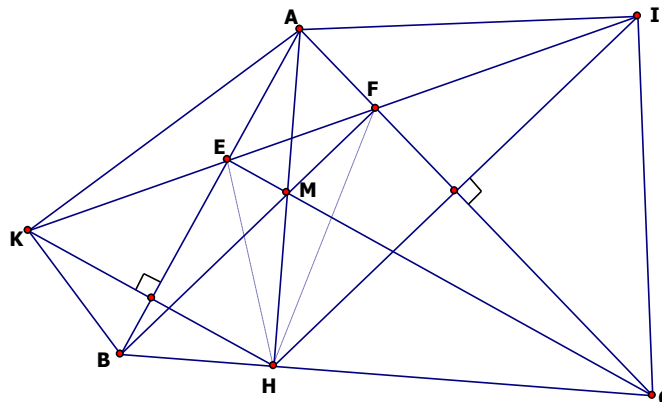


Hình 25

Bài 26:

Cho ΔABC có 2 góc nhọn, đường cao AH . Gọi K là điểm đối xứng của H qua AB ; I là điểm đối xứng của H qua AC . $E; F$ là giao điểm của KI với AB và AC .

1. Chứng minh $AICH$ nội tiếp.
2. C/m $AI = AK$
3. C/m các điểm: $A; E; H; C; I$ cùng nằm trên một đường tròn.
4. C/m $CE; BF$ là các đường cao của ΔABC .
5. Chứng tỏ giao điểm 3 đường phân giác của ΔHFE chính là trực tâm của ΔABC .

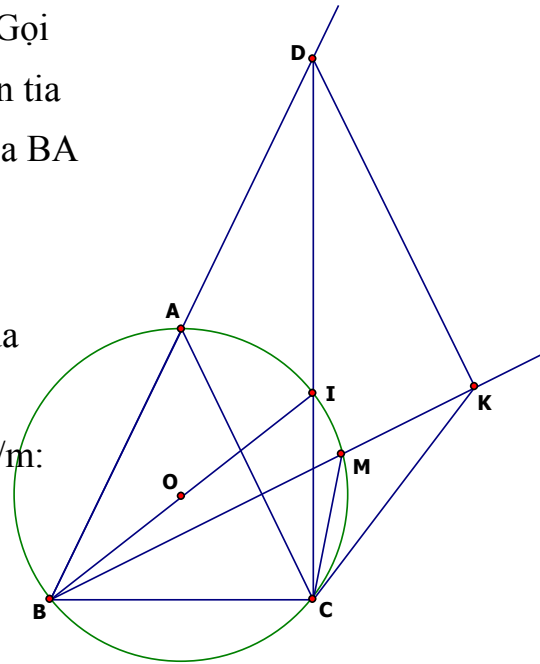


Hình 26

Bài 27:

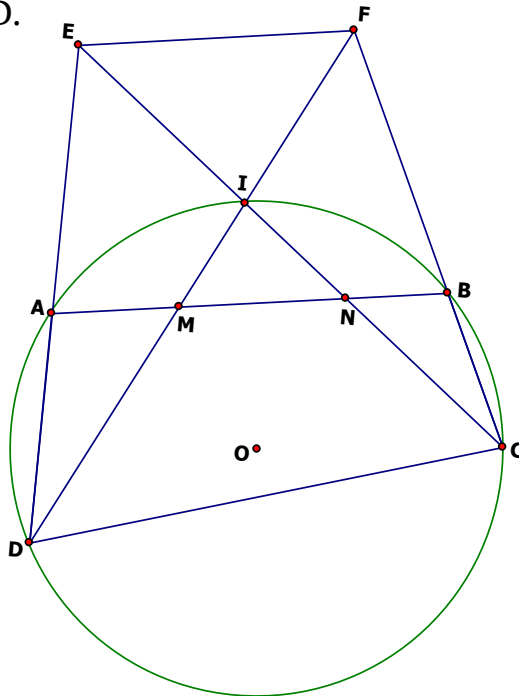
Cho ΔABC ($AB = AC$) nội tiếp trong (O) . Gọi M là một điểm bất kỳ trên cung nhỏ AC . Trên tia BM lấy điểm K sao cho $MK = MC$ và trên tia BA lấy điểm D sao cho $AD = AC$.

1. C/m: $\angle BAC = 2 \cdot \angle BKC$
2. C/m $BCKD$ nội tiếp. Xác định tâm của đường tròn này.
3. Gọi giao điểm của DC với (O) là I . C/m: $B; O; I$ thẳng hàng.
4. C/m $DI = BI$

**Bài 28:**

Cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp trong (O) . Gọi I là điểm chính giữa cung AB (Cung AB không chứa điểm $C; D$). ID và IC cắt AB ở $M; N$.

1. C/m $D; M; N; C$ cùng nằm trên một đường tròn.
2. C/m $NA \cdot NB = NI \cdot NC$
3. DI kéo dài cắt đường thẳng BC ở F ; đường thẳng IC cắt đường thẳng AD ở E .
C/m: $EF \parallel AB$.
4. C/m: $IA^2 = IM \cdot ID$.

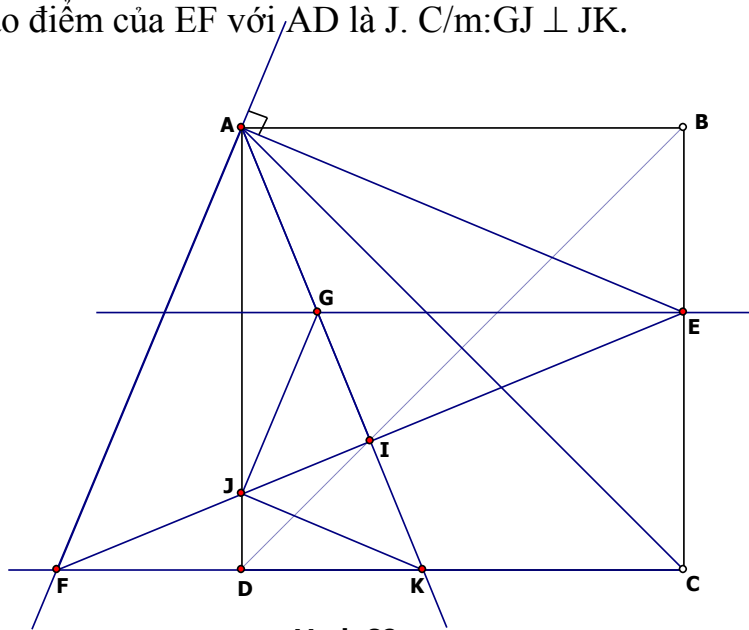


Hình 28

Bài 29:

Cho hình vuông ABCD, trên cạnh BC lấy điểm E. Dựng tia Ax vuông góc với AE, Ax cắt cạnh CD kéo dài tại F. Kẻ trung tuyến AI của $\triangle AEF$, AI kéo dài cắt CD tại K. Qua E dựng đường thẳng song song với AB, cắt AI tại G.

1. C/m AECF nội tiếp.
2. C/m: $AF^2 = KF \cdot CF$
3. C/m: EGFK là hình thoi.
4. Cmr: khi E di động trên BC thì $EK = BE + DK$ và chu vi $\triangle CKE$ có giá trị không đổi.
5. Gọi giao điểm của EF với AD là J. C/m: $GJ \perp JK$.

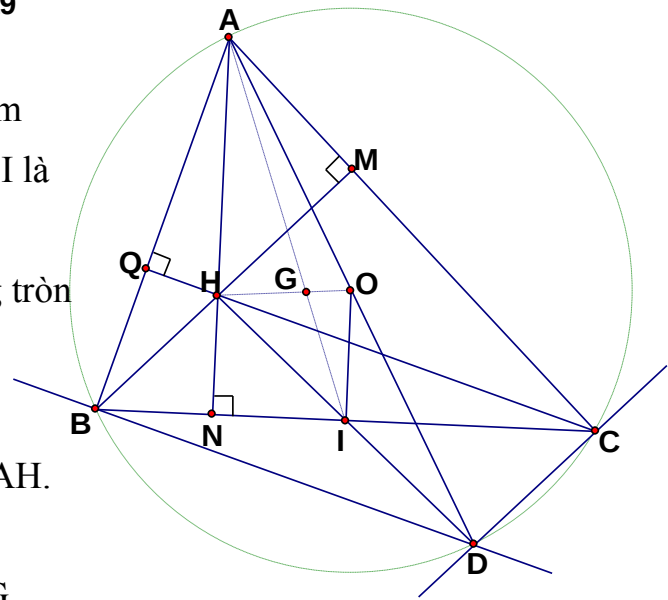


Hình 29

Bài 30:

Cho $\triangle ABC$. Gọi H là trực tâm của tam giác. Dựng hình bình hành BHCD. Gọi I là giao điểm của HD và BC.

1. C/m: ABDC nội tiếp trong đường tròn tâm O; nêu cách dựng tâm O.
2. So sánh BAH và OAC.
3. CH cắt OD tại E. C/m AB. AE = AH.
AC
4. Gọi giao điểm của AI và OH là G.
C/m G là trọng tâm của $\triangle ABC$.

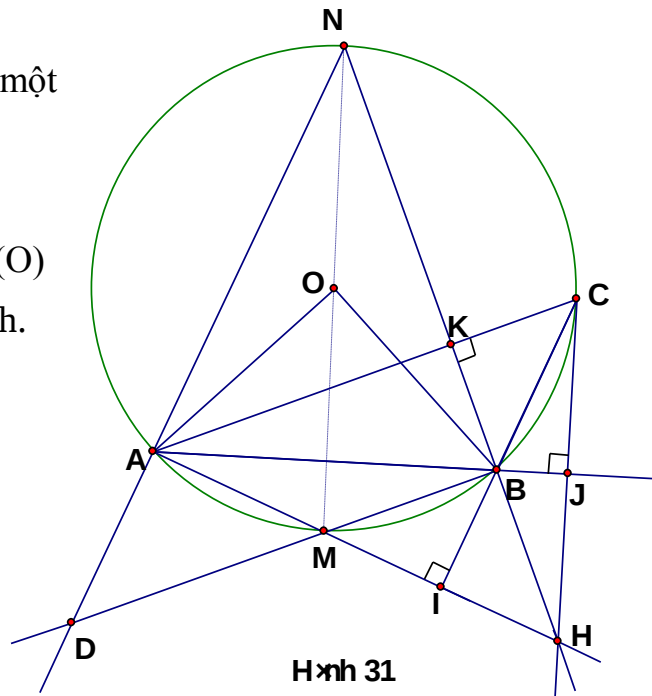


Hình 30

Bài 31:

Cho (O) và $\widehat{AB} = 90^\circ$. C là một điểm tùy ý trên cung lớn AB . Các đường cao $AI; BK; CJ$ của $\triangle ABC$ cắt nhau ở H . BK cắt (O) ở N ; AH cắt (O) tại M . BM và AN gặp nhau ở D .

1. $C/m: B; K; C; J$ cùng nằm trên một đường tròn.
2. $C/m: BI \cdot KC = HI \cdot KB$
3. $C/m: MN$ là đường kính của (O)
4. $C/m: ACBD$ là hình bình hành.
5. $C/m: OC \parallel DH$.

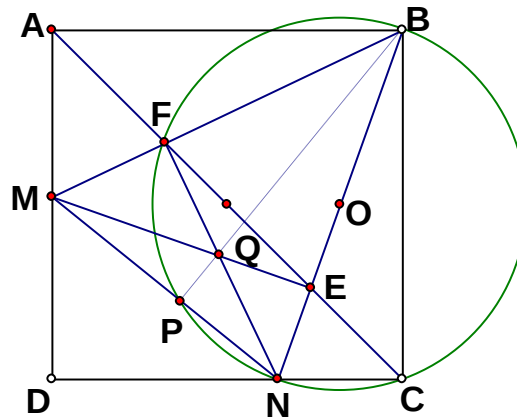


Hình 31

Bài 32:

Cho hình vuông $ABCD$. Gọi N là một điểm bất kỳ trên CD sao cho $CN < ND$; Vẽ đường tròn tâm O đường kính BN . (O) cắt AC tại F ; BF cắt AD tại M ; BN cắt AC tại E .

1. $C/m: BFN$ vuông cân.
2. $C/m: MEBA$ nội tiếp
3. Gọi giao điểm của ME và NF là Q . MN cắt (O) ở P . $C/m: B; Q; P$ thẳng hàng.
4. Chứng tỏ $ME \parallel PC$ và $BP = BC$.
5. $C/m: \triangle FPE$ là tam giác vuông

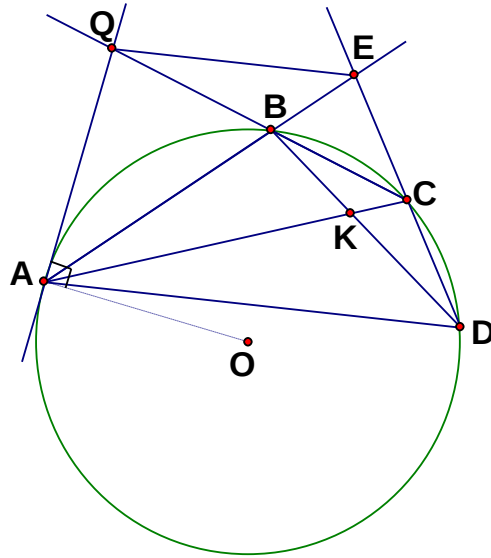


Hình 32

Bài 33:

Trên đường tròn tâm O lần lượt lấy bốn điểm A;B;C;D sao cho $AB=DB$; AB và CD cắt nhau ở E. BC cắt tiếp tuyến tại A của đường tròn(O) ở Q;DB cắt AC tại K.

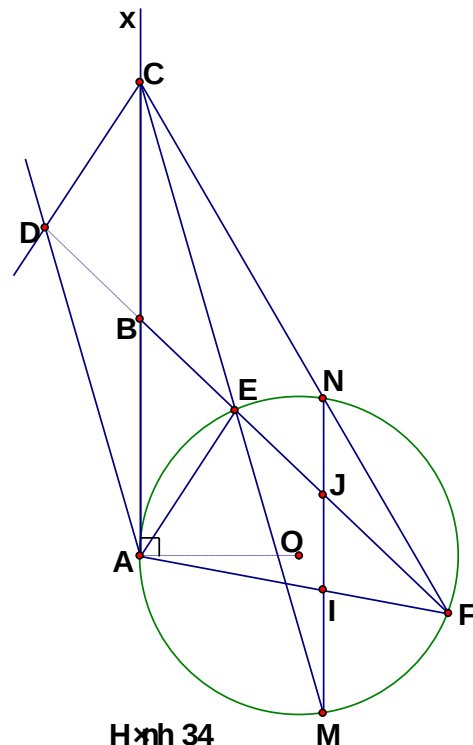
1. Cm: CB là phân giác của góc ACE.
2. C/m: AQEC nội tiếp.
3. C/m: $KA \cdot KC = KB \cdot KD$
4. C/m: $QE \parallel AD$.



Bài 34:

Cho (O) và tiếp tuyến Ax. Trên Ax lấy hai điểm B và C sao cho $AB=BC$. Kẻ cát tuyến BEF với đường tròn. CE và CF cắt (O) lần lượt ở M và N. Dựng hình bình hành AECD.

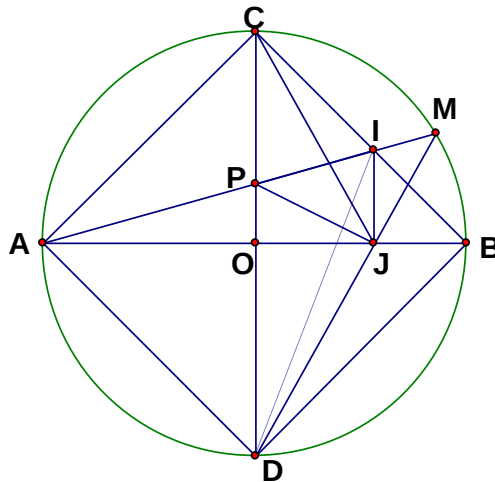
1. C/m: D nằm trên đường thẳng BF.
2. C/m ADCF nội tiếp.
3. C/m: $CF \cdot CN = CE \cdot CM$
4. C/m: $MN \parallel AC$.
5. Gọi giao điểm của AF với MN là I.
Cmr: DF đi qua trung điểm của NI.



Bài 35:

Cho (O;R) và đường kính AB;CD vuông góc với nhau. Gọi M là một điểm trên cung nhỏ CB.

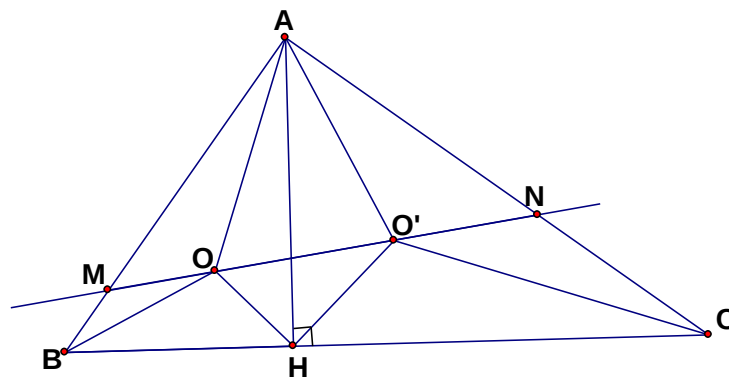
1. C/m:ACBD là hình vuông.
2. AM cắt CD ;CB lần lượt ở P và I. Gọi J là giao điểm của DM và AB. C/m IB.
IC=IA. IM 
3. Chứng tỏ IJ//PD và IJ là phân giác của góc CJM.
4. Tính tích tích ΔAID theo R.

**Hxnh 35**

Bài 36:

Cho ΔABC ($A=1v$). Kẻ $AH \perp BC$. Gọi O và O' là tâm đường tròn nội tiếp các tam giác AHB và AHC . Đường thẳng OO' cắt cạnh $AB; AC$ tại $M; N$.

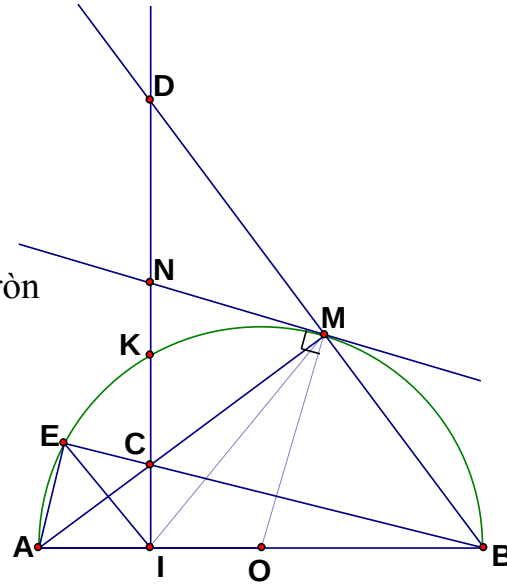
1. C/m: $\Delta OHO'$ là tam giác vuông.
2. C/m: HB. $HO'=HA$. HO
3. C/m: $\Delta HOO' \sqcup \Delta HBA$.
4. C/m: Các tứ giác BMHO; $HO'NC$ nội tiếp.
5. C/m ΔAMN vuông cân.

Hnh 36¹⁸

Bài 37:

Cho nửa đường tròn O , đường kính $AB=2R$, gọi I là trung điểm AO . Qua I dựng đường thẳng vuông góc với AB , đường này cắt nửa đường tròn ở K . Trên IK lấy điểm C , AC cắt (O) tại M ; MB cắt đường thẳng IK tại D . Gọi giao điểm của IK với tiếp tuyến tại M là N .

1. C/m: $AIMD$ nội tiếp.
2. C/m $CM \cdot CA = CI \cdot CD$.
3. C/m $ND = NC$.
4. Cb cắt AD tại E . C/m E nằm trên đường tròn (O) và C là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle EIM$.
5. Giả sử C là trung điểm IK . Tính CD theo R .

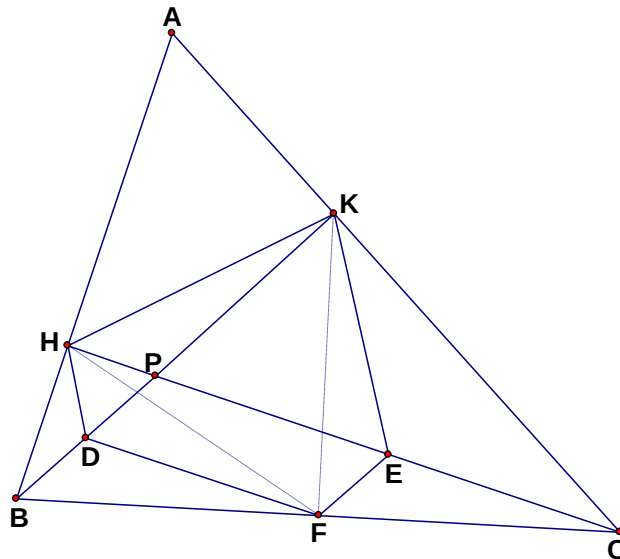


Hình 37

Bài 38:

Cho $\triangle ABC$. Gọi P là một điểm nằm trong tam giác sao cho $\angle PBA = \angle PAC$. Gọi H và K lần lượt là chân các đường vuông góc hạ từ P xuống AB ; AC .

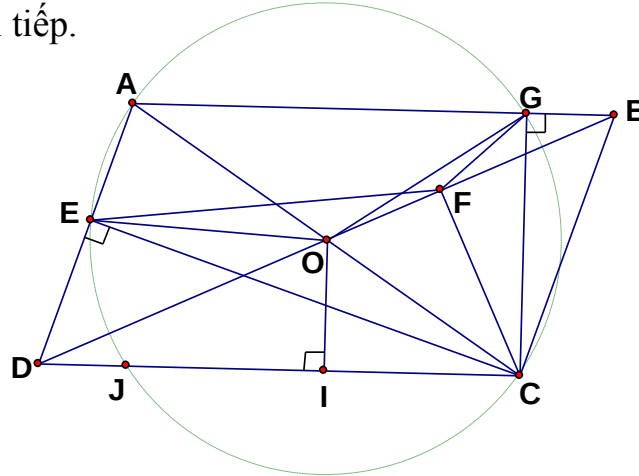
1. C/m $AHPK$ nội tiếp.
2. C/m $HB \cdot KP = HP \cdot KC$.
3. Gọi D ; E ; F lần lượt là trung điểm của PB ; PC ; BC . Cmr: $HD = EF$; $DF = EK$
4. C/m: đường trung trực của HK đi qua F .



Bài 39:

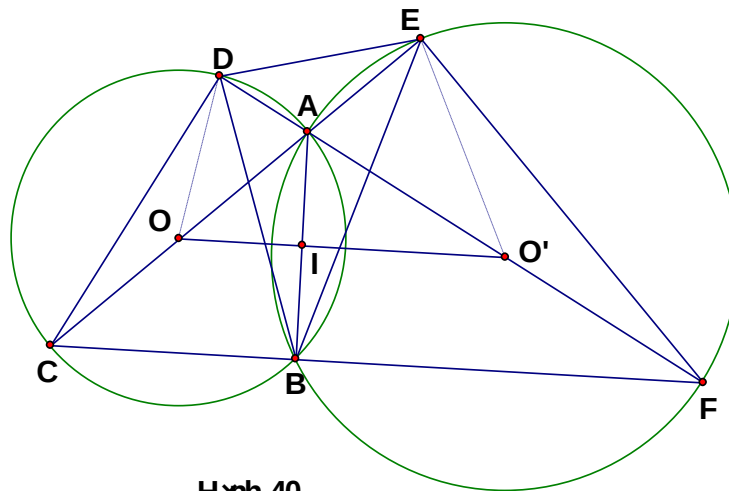
Cho hình bình hành ABCD ($A > 90^\circ$). Từ C kẻ CE;CF;CG lần lượt vuông góc với AD;DB;AB.

1. C/m DEFC nội tiếp.
2. C/m: $CF^2 = EF \cdot GF$.
3. Gọi O là giao điểm AC và DB. Kẻ $OI \perp CD$. Cmr: OI đi qua trung điểm của AG
4. Chứng tỏ EOFG nội tiếp.

**Bài 40:**

Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau ở A và B. Các đường thẳng AO cắt (O); (O') lần lượt ở C và E; đường thẳng AO' cắt (O) và (O') lần lượt ở D và F.

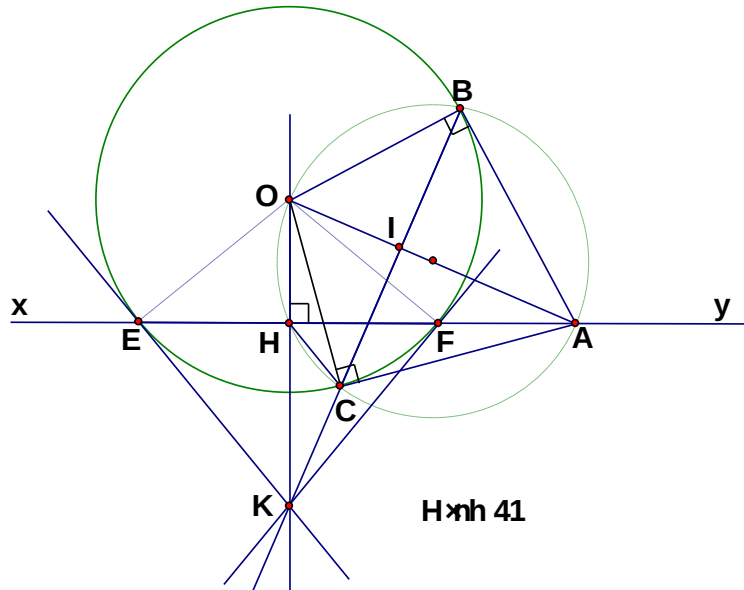
1. C/m: C;B;F thẳng hàng.
2. C/m CDEF nội tiếp.
3. Chứng tỏ $DA \cdot FE = DC \cdot EA$
4. C/m A là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle BDE$.



Bài 41:

Cho $(O;R)$. Một cát tuyến xy cắt (O) ở E và F . Trên xy lấy điểm A nằm ngoài đoạn EF , vẽ 2 tiếp tuyến AB và AC với (O) . Gọi H là trung điểm EF .

1. Chứng tỏ 5 điểm: $A;B;C;O;H$ cùng nằm trên một đường tròn.
2. Đường thẳng BC cắt OA ở I và cắt đường thẳng OH ở K . C/m: $OI \cdot OA = OH \cdot OK = R^2$.
3. Khi A di động trên xy thì I di động trên đường nào?
4. C/m KE và KF là hai tiếp tuyến của (O)

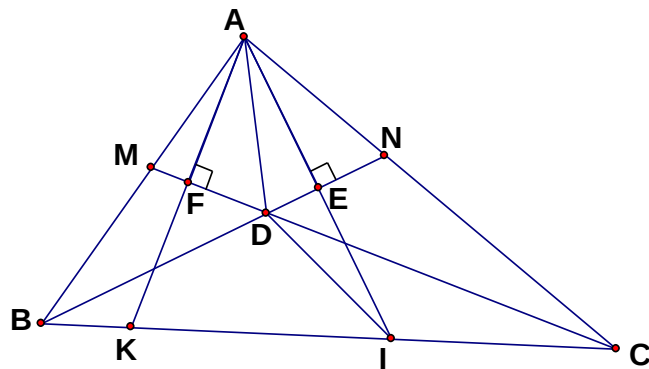


Hình 41

Bài 42:

Cho ΔABC ($AB < AC$) có hai đường phân giác CM, BN cắt nhau ở D . Qua A kẻ AE và AF lần lượt vuông góc với BN và CM . Các đường thẳng AE và AF cắt BC ở $I; K$.

1. C/m $AFDE$ nội tiếp.
2. C/m: $AB \cdot NC = AN \cdot BC$
3. C/m: $FE \parallel BC$
4. Chứng tỏ $ADIC$ nội tiếp.

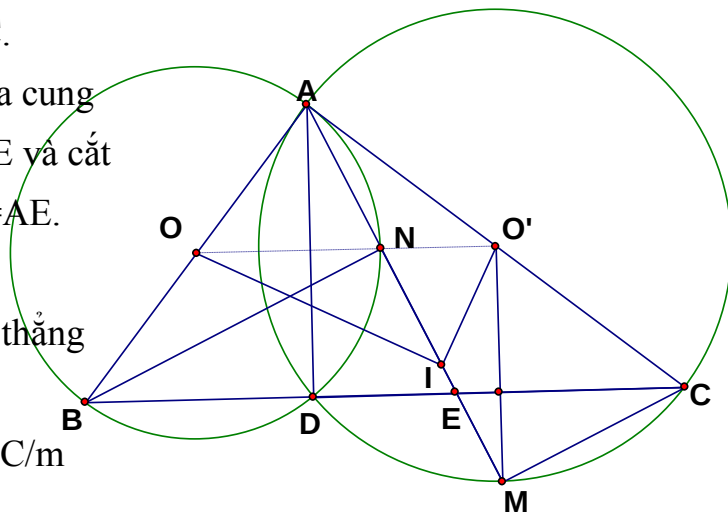


Hình 42

Bài 43:

Cho ΔABC ($A=1v$); $AB=15$; $AC=20$ (cùng nơn vị đo đoả dài). Dựng đường tròn tâm O đường kính AB và (O') đường kính AC . Hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại điểm thứ hai D .

1. Chứng tỏ D nằm trên BC .
2. Gọi M là điểm chính giữa cung nhỏ DC . AM cắt DC ở E và cắt (O) ở N . C/m $DE \cdot AC = AE \cdot MC$
3. C/m $AN = NE$ và O, N, O' thẳng hàng.
4. Gọi I là trung điểm MN . C/m góc $OIO' = 90^\circ$.
5. Tính tích tam giác AMC .

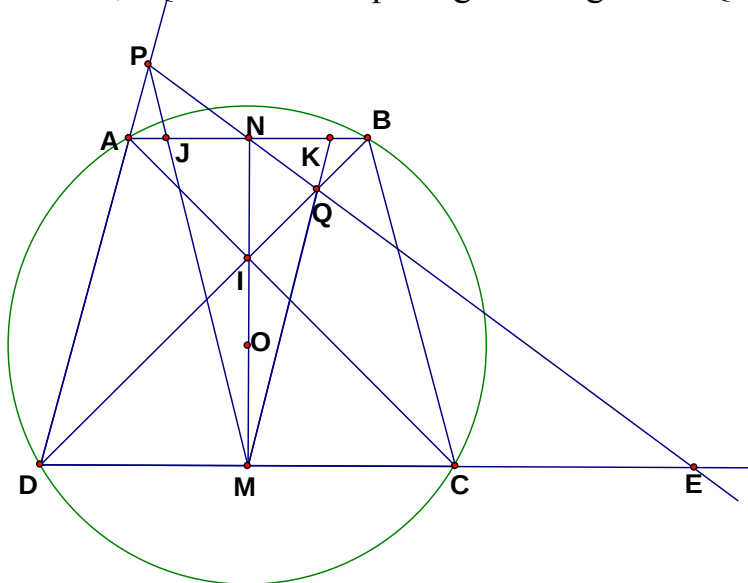


Hình 43

Bài 44:

Trên ($O; R$), ta lần lượt đặt theo một chiều, kể từ điểm A một cung $AB=60^\circ$, rồi cung $BC=90^\circ$ và cung $CD=120^\circ$.

1. C/m $ABCD$ là hình thang cân.
2. Chứng tỏ $AC \perp DB$.
3. Tính các cạnh và các đường chéo của $ABCD$.
4. Gọi M, N là trung điểm các cạnh DC và AB . Trên DA kéo dài về phía A lấy điểm P ; PN cắt DB tại Q . C/m MN là phân giác của góc PMQ .

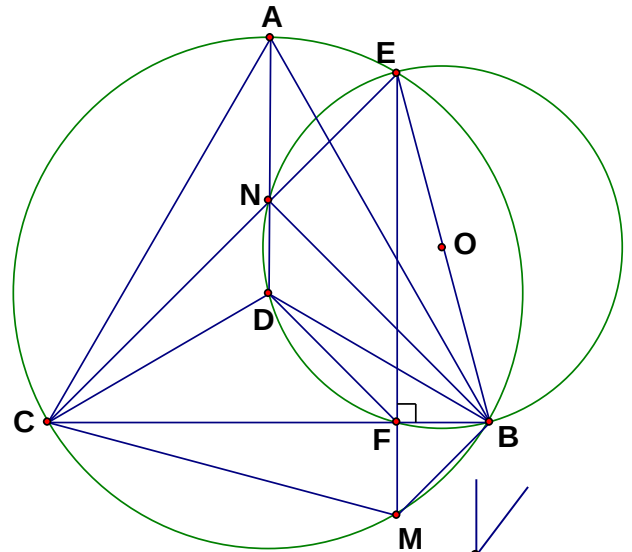


Hình 44

Bài 45:

Cho Δ đều ABC có cạnh bằng a . Gọi D là giao điểm hai đường phân giác góc A và góc B của tam giác BC . Từ D dựng tia Dx vuông góc với DB . Trên Dx lấy điểm E sao cho $ED = DB$ (D và E nằm hai phía của đường thẳng AB). Từ E kẻ $EF \perp BC$. Gọi O là trung điểm EB .

1. C/m $AEBC$ và $EDFB$ nội tiếp, xác định tâm và bán kính của các đường tròn ngoại tiếp các tứ giác trên theo a .
2. Kéo dài FE về phía F , cắt (D) tại M . EC cắt (O) ở N . C/m $EBMC$ là thang cân. Tính tích tích.
3. c/m EC là phân giác của góc DAC .
4. C/m FD là đường trung trực của MB .
5. Chứng tỏ $A; D; N$ thẳng hàng.
6. Tính tích tích phần mặt trắng được tạo bởi cung nhỏ EB của hai đường tròn.

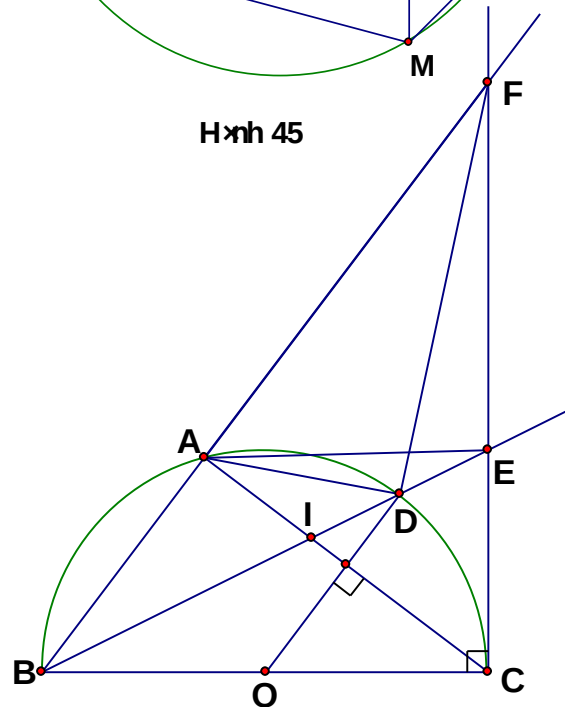


Hình 45

Bài 46:

Cho nửa đường tròn (O) đường kính BC . Gọi a là một điểm bất kỳ trên nửa đường tròn; BA kéo dài cắt tiếp tuyến Cy ở F . Gọi D là điểm chính giữa cung AC ; DB kéo dài cắt tiếp tuyến Cy tại E .

1. C/m BD là phân giác của góc ABC và $OD \parallel AB$.
2. C/m $ADEF$ nội tiếp.
3. Gọi I là giao điểm BD và AC . Chứng tỏ $CI = CE$ và $IA \cdot IC = ID \cdot IB$.
4. C/m góc $AFD = AED$

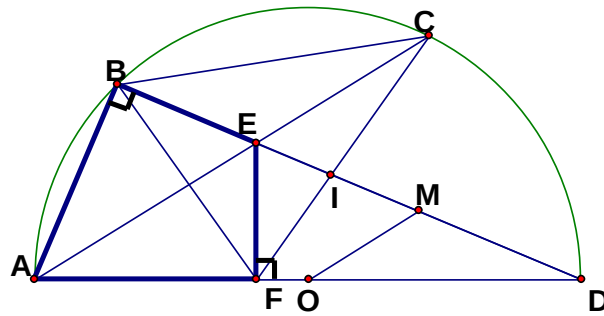


Hình 46

Bài 47:

Cho nửa đường tròn (O); Đường kính AD. Trên nửa đường tròn lấy hai điểm B và C sao cho cung $AB < AC$; AC cắt BD ở E. Kẻ $EF \perp AD$ tại F.

1. C/m: ABEF nội tiếp.
2. Chứng tỏ: $DE \cdot DB = DF \cdot DA$.
3. C/m: E là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle CBF$.
4. Gọi I là giao điểm BD với CF. C/m $BI^2 = BF \cdot BC - IF \cdot IC$

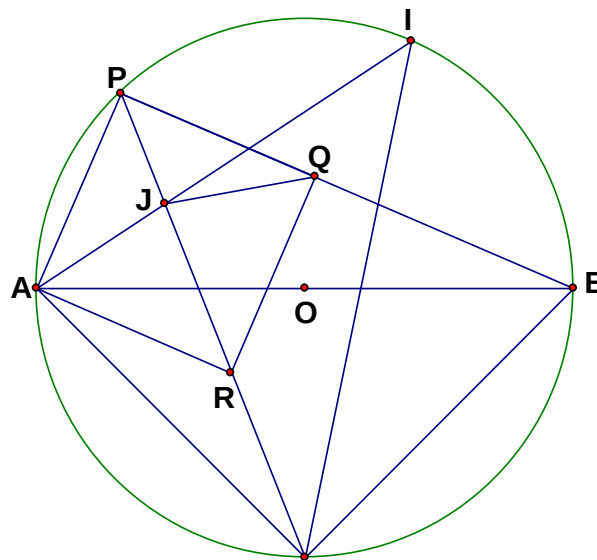


Hình 47

Bài 48:

Cho (O) đường kính AB; P là một điểm di động trên cung AB sao cho $PA < PB$. Dựng hình vuông APQR vào phía trong đường tròn. Tia PR cắt (O) tại C.

1. C/m $\triangle ACB$ vuông cân.
2. Vẽ phân giác AI của góc PAB (I nằm trên (O)); AI cắt PC tại J. C/m 4 điểm J; A; Q; B cùng nằm trên một đường tròn.
3. Chứng tỏ: $CI \cdot QJ = CJ \cdot QP$.
4. CMR: Ba điểm P; Q; B thẳng hàng

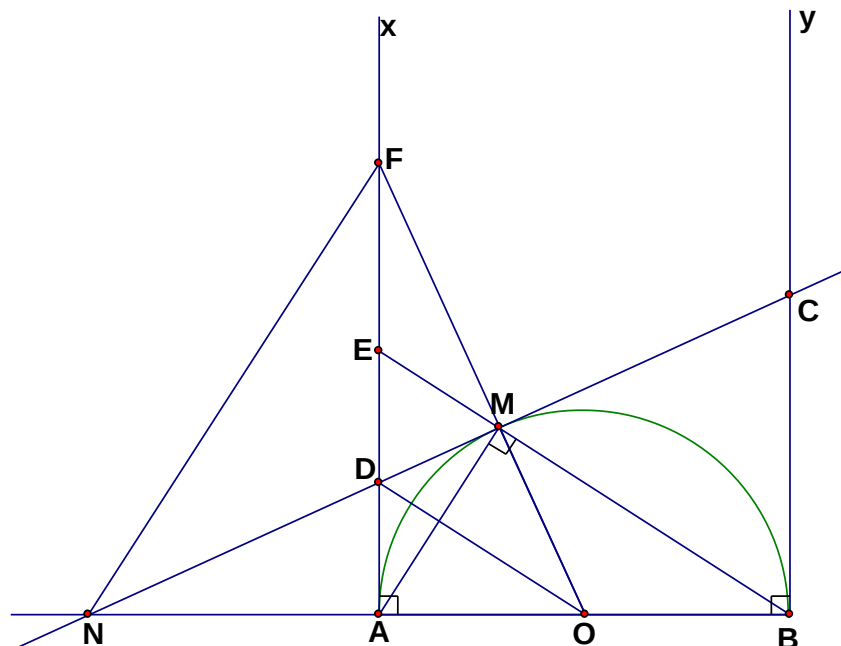


24C Hình 48

Bài 49:

Cho nửa (O) đường kính $AB=2R$. Trên nửa đường tròn lấy điểm M sao cho cung $AM < MB$. Tiếp tuyến với nửa đường tròn tại M cắt tia tiếp tuyến Ax và By lần lượt ở D và C.

1. Chứng tỏ ADMO nội tiếp.
2. Chứng tỏ $AD \cdot BC = R^2$.
3. Đường thẳng DC cắt đường thẳng AB tại N; MO cắt Ax ở F; MB cắt Ax ở E.
Chứng minh: AMFN là hình thang cân.
4. Xác định vị trí của M trên nửa đường tròn để $DE = EF$

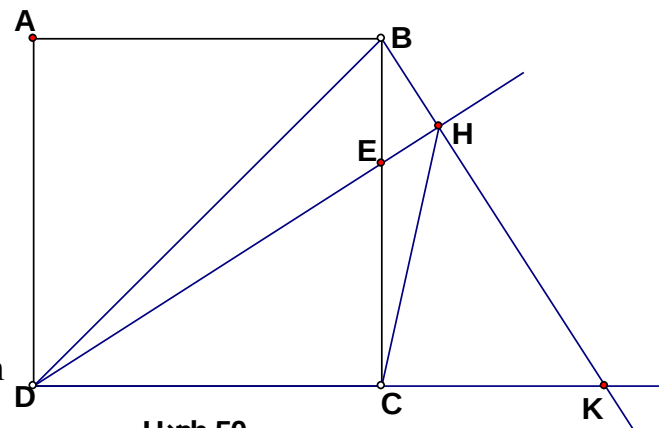


Hình 49

Bài 50:

Cho hình vuông ABCD, E là một điểm thuộc cạnh BC. Qua B kẻ đường thẳng vuông góc với DE, đường này cắt các đường thẳng DE và DC theo thứ tự ở H và K.

1. Chứng minh: BHCD nội tiếp.
2. Tính góc CHK.
3. C/m $KC \cdot KD = KH \cdot KB$.
4. Khi E di động trên BC thì H di động trên đường nào?

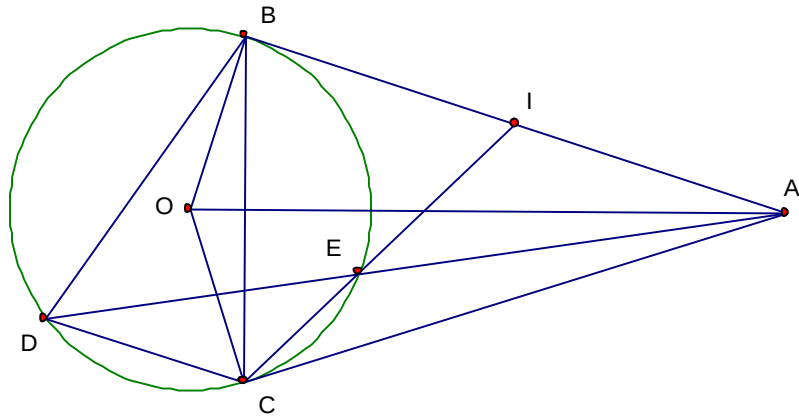


Hình 50

Bài 51:

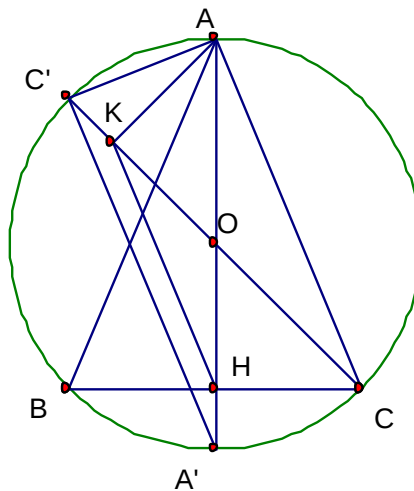
Cho (O), từ một điểm A nằm ngoài đường tròn (O), vẽ hai tia tiếp tuyến AB và AC với đường tròn. Kẻ dây CD//AB. Nối AD cắt đường tròn (O) tại E.

1. C/m $\triangle ABOC$ nội tiếp.
2. Chứng tỏ $AB^2 = AE \cdot AD$.
3. C/m góc $\angle AOC = \angle ACB$ và $\triangle BDC$ cân.
4. CE kéo dài cắt AB ở I. C/m $IA = IB$.

**Bài 52:**

Cho $\triangle ABC$ ($AB = AC$); $BC = 6$; Đường cao $AH = 4$ (cùng đơn vị đo dài), nội tiếp trong (O) đường kính AA' .

1. Tính bán kính của (O).
2. Kẻ đường kính CC' . Tứ giác $ACA'C'$ là hình gì?
3. Kẻ $AK \perp CC'$. C/m $AKHC$ là hình thang cân.
4. Quay $\triangle ABC$ một vòng quanh trục AH. Tính tích tích xung quanh của hình được tạo ra.



Bài 53:

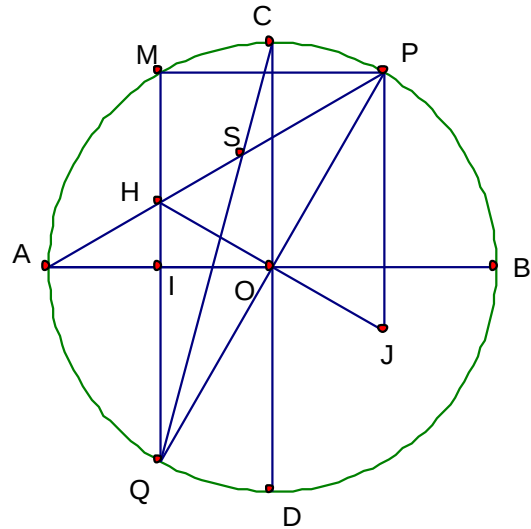
Cho (O) và hai đường kính AB ; CD vuông góc với nhau. Gọi I là trung điểm OA . Qua I vẽ dây $MQ \perp OA$ ($M \in$ cung AC ; $Q \in AD$). Đường thẳng vuông góc với MQ tại M cắt (O) tại P .

1. C/m: a/ $PMIO$ là thang vuông.
b/ P ; Q ; O thẳng hàng.
2. Gọi S là Giao điểm của AP với CQ .
Tính Góc CSP .
3. Gọi H là giao điểm của AP với MQ .

Cmr:

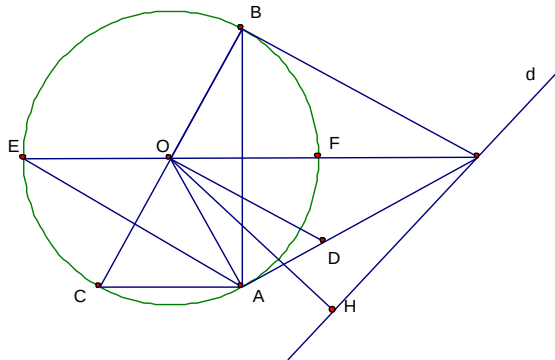
- a/ $MH \cdot MQ = MP^2$.
- b/ MP là tiếp tuyến của

đường tròn ngoại tiếp $\triangle QHP$.

**Bài 54:**

Cho $(O; R)$ và một cát tuyến d không đi qua tâm O . Từ một điểm M trên d và ở ngoài (O) ta kẻ hai tiếp tuyến MA và MB với đường tròn; BO kéo dài cắt (O) tại điểm thứ hai là C . Gọi H là chân đường vuông góc hạ từ O xuống d . Đường thẳng vuông góc với BC tại O cắt AM tại D .

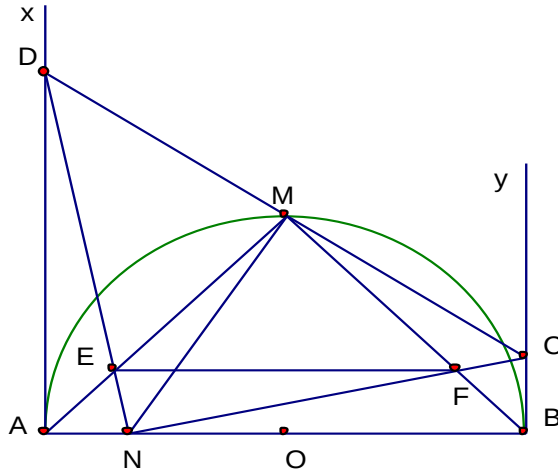
1. C/m A ; O ; H ; M ; B cùng nằm trên 1 đường tròn.
2. C/m $AC \parallel MO$ và $MD = OD$.
3. Đường thẳng OM cắt (O) tại E và F . Chứng tỏ $MA^2 = ME \cdot MF$
4. Xác định vị trí của điểm M trên d để $\triangle MAB$ là tam giác đều. Tính tích tích phần tạo bởi hai tia tiếp tuyến với đường tròn trong trường hợp này.



Bài 55:

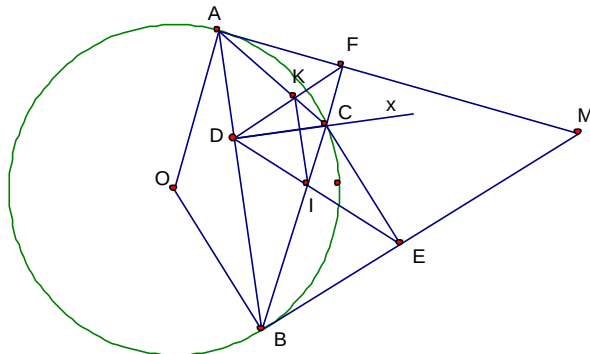
Cho nửa (O) đường kính AB, vẽ các tiếp tuyến Ax và By cùng phía với nửa đường tròn. Gọi M là điểm chính giữa cung AB và N là một điểm bất kỳ trên đoạn AO. Đường thẳng vuông góc với MN tại M lần lượt cắt Ax và By ở D và C.

1. C/m: $AMN = BMC$.
2. C/m: $\triangle ANM = \triangle BMC$.
3. DN cắt AM tại E và CN cắt MB ở F. C/m $FE \perp Ax$.
4. Chứng tỏ M cũng là trung điểm DC.

**Bài 56:**

Từ một điểm M nằm ngoài (O) kẻ hai tiếp tuyến MA và MB với đường tròn. Trên cung nhỏ AB lấy điểm C và kẻ $CD \perp AB$; $CE \perp MA$; $CF \perp MB$. Gọi I và K là giao điểm của AC với DE và của BC với DF.

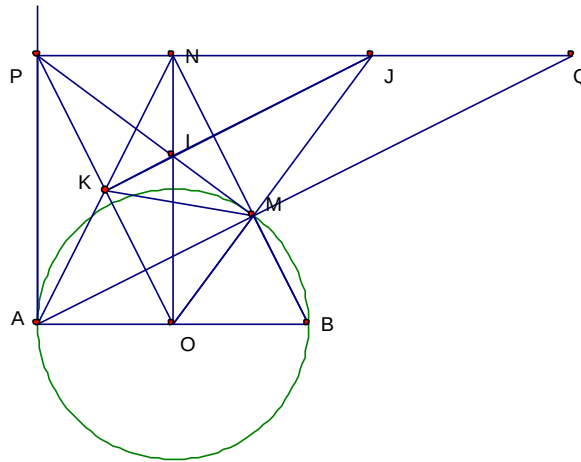
1. C/m AECD nội tiếp.
2. C/m: $CD^2 = CE \cdot CF$
3. Cmr: Tia đối của tia CD là phân giác của góc FCE.
4. C/m: $IK \parallel AB$.



Bài 57:

Cho $(O; R)$ đường kính AB , Kẻ tiếp tuyến Ax và trên Ax lấy điểm P sao cho $P > R$. Từ P kẻ tiếp tuyến PM với đường tròn.

1. C/m $BM \parallel OP$.
2. Đường vuông góc với AB tại O cắt tia BM tại N . C/m $OBPN$ là hình bình hành.
3. AN cắt OP tại K ; PM cắt ON tại I ; PN và OM kéo dài cắt nhau ở J . C/m I, J, K thẳng hàng.

**Bài 58:**

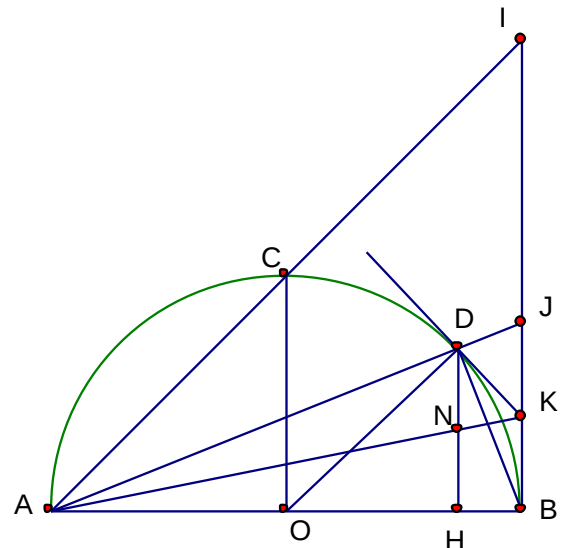
Cho nửa đường tròn tâm O , đường kính AB ; đường thẳng vuông góc với AB tại O cắt nửa đường tròn tại C . Kẻ tiếp tuyến Bt với đường tròn. AC cắt tiếp tuyến Bt tại I .

1. C/m $\triangle ABI$ vuông cân
2. Lấy D là 1 điểm trên cung BC , gọi J là giao điểm của AD với Bt .
C/m

$$AC \cdot AI = AD \cdot AJ.$$

3. C/m $JDCI$ nội tiếp.

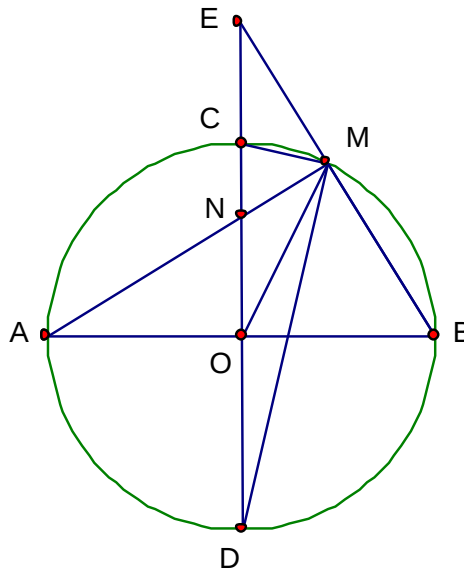
Tiếp tuyến tại D của nửa đường tròn cắt Bt tại K . Hạ $DH \perp AB$. Cmr: AK đi qua trung điểm của DH .



Bài 59:

Cho (O) và hai đường kính AB; CD vuông góc với nhau. Trên OC lấy điểm N; đường thẳng AN cắt đường tròn ở M.

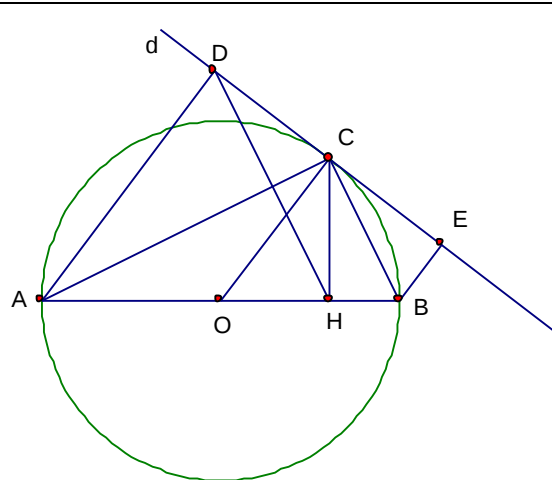
1. Chứng minh: NMBO nội tiếp.
2. CD và đường thẳng MB cắt nhau ở E. Chứng minh CM và MD là phân giác của góc trong và góc ngoài góc AMB
3. C/m hệ thức: $AM \cdot DN = AC \cdot DM$
4. Nếu $ON = NM$. Chứng minh MOB là tam giác đều.

**Bài 60:**

Cho (O) đường kính AB, và d là tiếp tuyến của đường tròn tại C. Gọi D; E theo thứ tự là hình chiếu của A và B lên đường thẳng d.

1. C/m: $CD = CE$.
2. Cmr: $AD + BE = AB$.
3. Vẽ đường cao CH của $\triangle ABC$.
Chứng minh $AH = AD$ và $BH = BE$.
4. Chứng tỏ: $CH^2 = AD \cdot BE$.

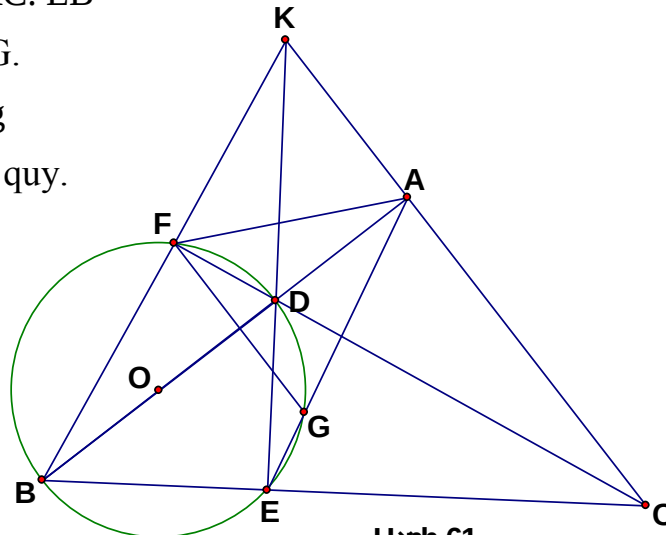
Chứng minh: $DH \parallel CB$.



Bài 61:

Cho ΔABC có $\widehat{A} = 120^\circ$. D là một điểm nằm trên cạnh AB. Đường tròn đường kính BD cắt BC tại E. các đường thẳng CD; AE lần lượt cắt đường tròn tại các điểm thứ hai F và G.

1. C/m CAFB nội tiếp.
2. C/m AB. ED = AC. EB
3. Chứng tỏ AC//FG.
4. Chứng minh rằng AC; DE; BF đồng quy.

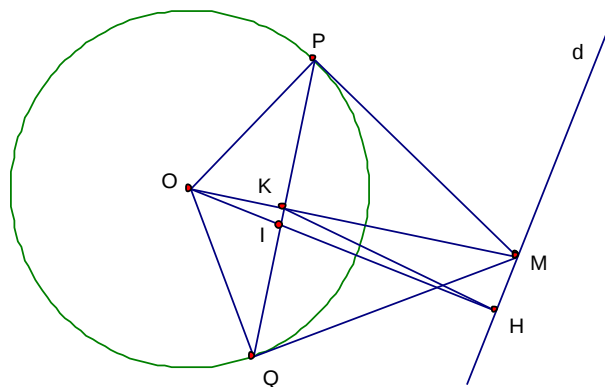


Hình 61

Bài 62:

Cho $(O; R)$ và một đường thẳng d cố định không cắt (O) . M là điểm di động trên d. Từ M kẻ tiếp tuyến MP và MQ với đường tròn. Hạ $OH \perp d$ tại H và dây cung PQ cắt OH tại I; cắt OM tại K.

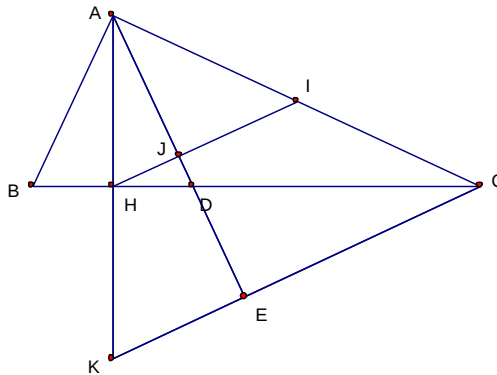
1. C/m: MHIK nội tiếp.
2. C/m OI. $OH = OK$. $OM = R^2$.
3. CMR khi M di động trên d thì vị trí của I luôn cố định.



Bài 63:

Cho Δ vuông ABC ($A = 1v$) và $AB < AC$. Kẻ đường cao AH . Trên tia đối của tia HB lấy $HD = HB$ rồi từ C vẽ đường thẳng $CE \perp AD$ tại E .

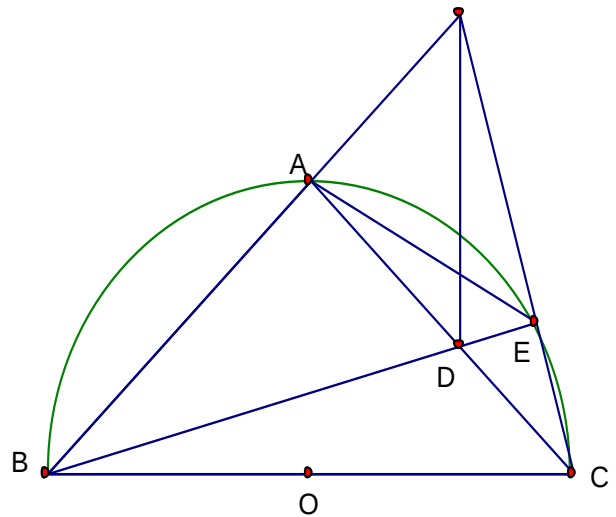
1. C/m $AHEC$ nội tiếp.
2. Chứng tỏ CB là phân giác của góc ACE và ΔAHE cân.
3. C/m $HE^2 = HD \cdot HC$.
4. Gọi I là trung điểm AC . HI cắt AE tại J . Chứng minh: $DC \cdot HJ = 2IJ \cdot BH$.
5. EC kéo dài cắt AH ở K . Cmr $AB \parallel DK$ và tứ giác $ABKD$ là hình thoi.

**Bài 64:**

Cho tam giác ABC vuông cân ở A . Trong góc B , kẻ tia Bx cắt AC tại D , kẻ $CE \perp Bx$ tại E . Hai đường thẳng AB và CE cắt nhau ở F .

1. C/m $FD \perp BC$, tính góc BFD
2. C/m $ADEF$ nội tiếp.
3. Chứng tỏ EA là phân giác của góc DEF

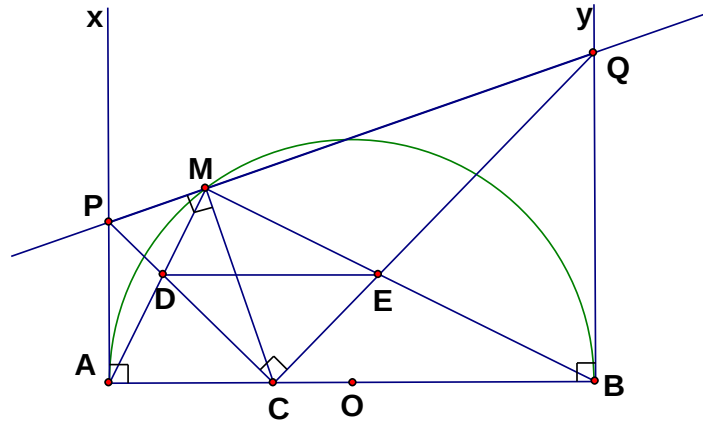
Nếu Bx quay xung quanh điểm B thì E di động trên đường nào?



Bài 65:

Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB. Trên nửa đường tròn lấy điểm M, Trên AB lấy điểm C sao cho $AC < CB$. Gọi Ax; By là hai tiếp tuyến của nửa đường tròn. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với MC cắt Ax ở P; đường thẳng qua C và vuông góc với CP cắt By tại Q. Gọi D là giao điểm của CP với AM; E là giao điểm của CQ với BM.

1. cm: ACMP nội tiếp.
2. Chứng tỏ $AB \parallel DE$
3. C/m: M; P; Q thẳng hàng.

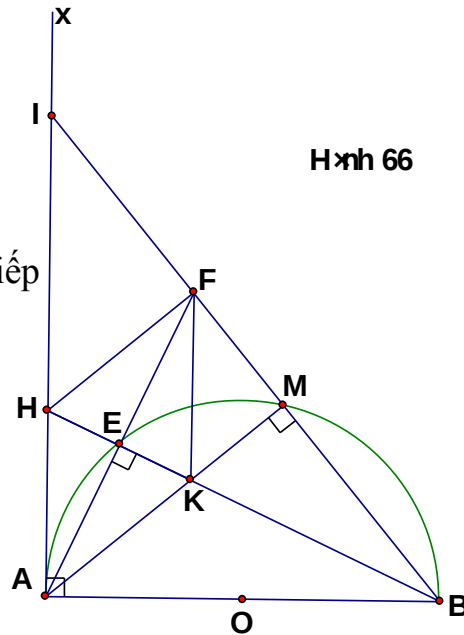


Hình 65

Bài 66:

Cho nửa đường tròn (O), đường kính AB và một điểm M bất kỳ trên nửa đường tròn. Trên nửa mặt phẳng bờ AB chứa nửa trên đường tròn, người ta kẻ tiếp tuyến Ax. Tia BM cắt tia Ax tại I. Phân giác góc IAM cắt nửa đường tròn tại E; cắt tia BM tại F; Tia BE cắt Ax tại H; cắt AM tại K.

1. C/m: $IA^2 = IM \cdot IB$.
2. C/m: $\triangle BAF$ cân.
3. C/m AKFH là hình thoi.
4. Xác định vị trí của M để AKFI nội tiếp được.

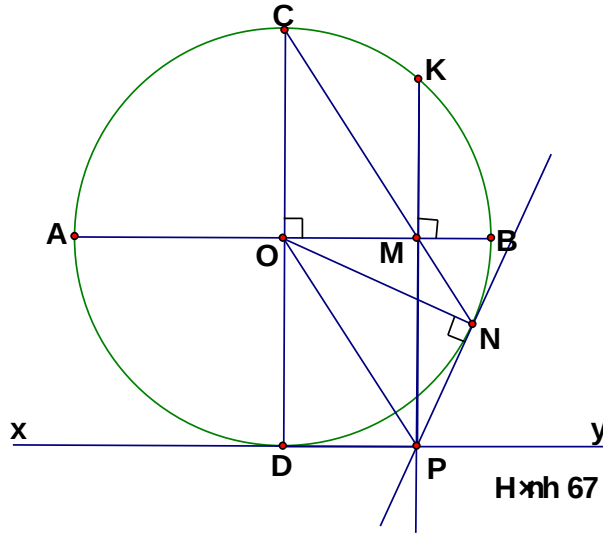


Hình 66

Bài 67:

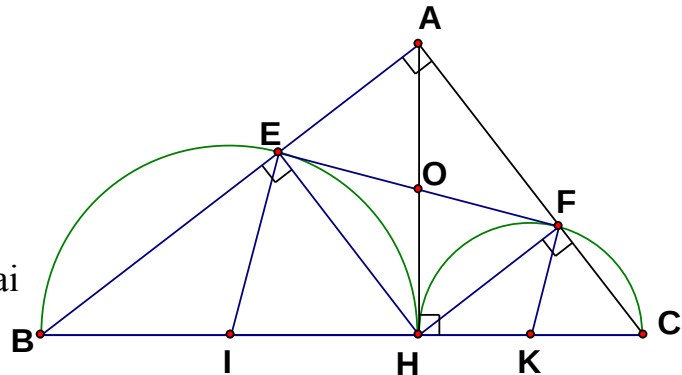
Cho $(O; R)$ có hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau. Trên đoạn thẳng AB lấy điểm M (Khác $A; O; B$). Đường thẳng CM cắt (O) tại N . Đường vuông góc với AB tại M cắt tiếp tuyến tại N của đường tròn tại P . Chứng minh:

1. $COMNP$ nội tiếp.
2. $CMPO$ là hình bình hành.
3. CM, CN không phụ thuộc vào vị trí của M .
4. Khi M di động trên AB thì P chạy trên đoạn thẳng cố định.

**Bài 68:**

Cho ΔABC có $\angle A = 1^\circ$ và $AB > AC$, đường cao AH . Trên nửa mặt phẳng bờ BC chứa điểm A vẽ hai nửa đường tròn đường kính BH và nửa đường tròn đường kính HC . Hai nửa đường tròn này cắt AB và AC tại E và F . Giao điểm của FE và AH là O . Chứng minh:

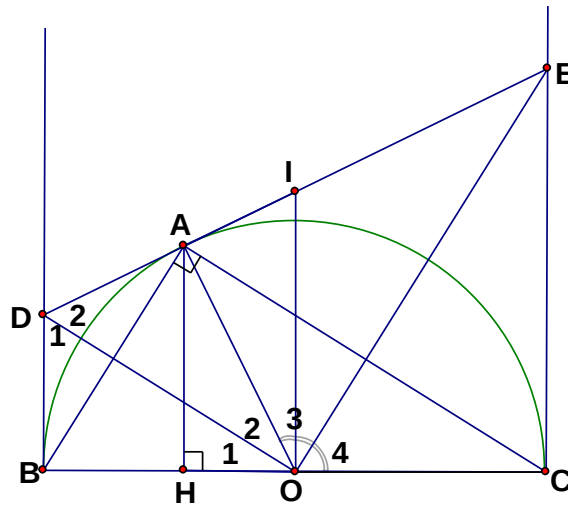
1. $AFHE$ là hình chữ nhật.
2. $BEFC$ nội tiếp
3. $AE \cdot AB = AF \cdot AC$
4. FE là tiếp tuyến chung của hai nửa đường tròn.
5. Chứng tỏ: $BH \cdot HC = 4 \cdot OE \cdot OF$.



Hình 68

Bài 69: Cho ΔABC có $\angle A = 120^\circ$ và $AH \perp BC$. Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC ; d là tiếp tuyến của đường tròn tại điểm A . Các tiếp tuyến tại B và C cắt d theo thứ tự ở D và E .

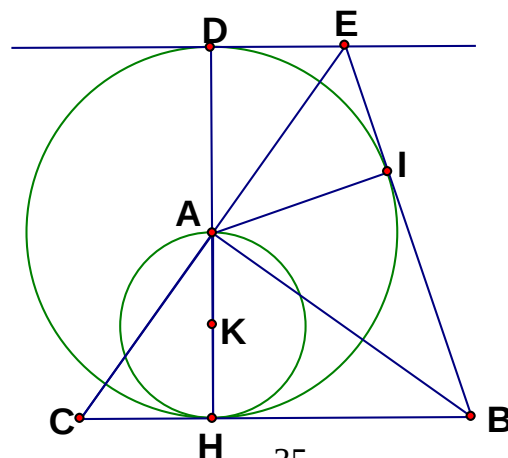
1. Tính góc DOE .
2. Chứng tỏ $DE = BD + CE$.
3. Chứng minh: $DB \cdot CE = R^2$. (R là bán kính của đường tròn tâm O)
4. C/m: BC là tiếp tuyến của đường tròn đường kính DE .



Hình 69

Bài 70: Cho ΔABC ($\angle A = 120^\circ$); đường cao AH . Vẽ đường tròn tâm A bán kính AH . Gọi HD là đường kính của đường tròn $(A; AH)$. Tiếp tuyến của đường tròn tại D cắt CA tại E . Chứng minh ΔBEC cân.

1. Gọi I là hình chiếu của A trên BE . C/m: $AI = AH$.
2. C/m: BE là tiếp tuyến của đường tròn
3. C/m: $BE = BH + DE$.
4. Gọi đường tròn đường kính AH có Tâm là K . Và $AH = 2R$. Tính tích của hình được tạo bởi đường tròn tâm A và tâm K .



35
Hình 70

Bài 71:

Trên cạnh CD của hình vuông ABCD, lấy một điểm M bất kỳ. Đường tròn đường kính AM cắt AB tại điểm thứ hai Q và cắt đường tròn đường kính CD tại điểm thứ hai N. Tia DN cắt cạnh BC tại P.

1. C/m: Q; N; C thẳng hàng.
2. CP. CB = CN. CQ.
3. C/m AC và MP cắt nhau tại 1 điểm nằm trên đường tròn đường kính AM

Bài 72:

Cho ΔABC nội tiếp trong đường tròn tâm O. D và E theo thứ tự là điểm chính giữa các cung AB; AC. Gọi giao điểm DE với AB; AC theo thứ tự là H và K.

1. C/m: ΔAHK cân.
2. Gọi I là giao điểm của BE với CD. C/m: $AI \perp DE$
3. C/m CEKI nội tiếp.
4. C/m: $IK \parallel AB$.
5. ΔABC phải có thêm điều kiện gì để $AI \parallel EC$.

Bài 73:

Cho ΔABC ($AB = AC$) nội tiếp trong (O), kẻ dây cung AA' và từ C kẻ đường vuông góc CD với AA' , đường này cắt BA' tại E.

1. C/m: $DA'C = DA'E$
2. C/m: $\Delta A'DC = \Delta A'DE$
3. Chứng tỏ: $AC = AE$. Khi AA' quay xung quanh A thì E chạy trên đường nào?
4. C/m: $\angle BAC = 2 \cdot \angle CEB$

Bài 74:

Cho ΔABC nội tiếp trong nửa đường tròn đường kính AB. O là trung điểm AB; M là điểm chính giữa cung AC. H là giao điểm OM với AC

1. C/m: $OM \parallel BC$.
2. Từ C kẻ tia song song và cùng chiều với tia BM, tia này cắt đường thẳng OM tại D. Cmr: MBOD là hình bình hành.
3. Tia AM cắt CD tại K. Đường thẳng KH cắt AB ở P. Cmr: $KP \perp AB$.
4. C/m: AP. AB = AC. AH.

5. Gọi I là giao điểm của KB với (O). Q là giao điểm của KP với AI. C/m $A;Q;I$ thẳng hàng.

Bài 75:

Cho nửa đường tròn tâm O đường kính EF. Từ O vẽ tia $Ot \perp EF$, nó cắt nửa đường tròn (O) tại I. Trên tia Ot lấy điểm A sao cho $IA = IO$. Từ A kẻ hai tiếp tuyến AP và AQ với nửa đường tròn; chúng cắt đường thẳng EF tại B và C (P;Q là các tiếp điểm).

1. Cmr: $\triangle ABC$ là tam giác đều và tứ giác BPQC nội tiếp.
2. Từ S là điểm tùy ý trên cung PQ. vẽ tiếp tuyến với nửa đường tròn; tiếp tuyến này cắt AP tại H, cắt AC tại K. Tính số của góc HOK
3. Gọi M; N lần lượt là giao điểm của PQ với OH; OK. Cm OMKQ nội tiếp.
4. Chứng minh rằng ba đường thẳng HN; KM; OS đồng quy tại điểm D, và D cùng nằm trên đường tròn ngoại tiếp $\triangle HOK$.

Bài 76:

Cho hình thang ABCD nội tiếp trong (O), các đường chéo AC và BD cắt nhau ở E. Các cạnh bên AD;BC kéo dài cắt nhau ở F.

1. C/m: ABCD là thang cân.
2. Chứng tỏ $FD \cdot FA = FB \cdot FC$.
3. C/m: Góc $AED = AOD$.
4. C/m AOCF nội tiếp.

Bài 77:

Cho (O) và đường thẳng xy không cắt đường tròn. Kẻ $OA \perp xy$ rồi từ A dựng đường thẳng ABC cắt (O) tại B và C. Tiếp tuyến tại B và C của (O) cắt xy tại D và E. Đường thẳng BD cắt OA;CE lần lượt ở F và M;OE cắt AC ở N.

1. C/m OBAD nội tiếp.
2. Cmr: $AB \cdot EN = AF \cdot EC$
3. So sánh góc AOD và COM.
4. Chứng tỏ A là trung điểm DE.

Bài 78:

Cho (O;R) và A là một điểm ở ngoài đường tròn. Kẻ tiếp tuyến AB và AC với đường tròn. OB kéo dài cắt AC ở D và cắt đường tròn ở E.

- 1 . Chứng tỏ $EC \parallel OA$.
- 2 . Chứng minh rằng: $2AB \cdot R = AO \cdot CB$.
3. Gọi M là một điểm di động trên cung nhỏ BC, qua M dựng một tiếp tuyến với đường tròn, tiếp tuyến này cắt AB và AC lần lượt ở I, J . Chứng tỏ chu vi tam giác AIJ không đổi khi M di động trên cung nhỏ BC.
- 4 . Xác định vị trí của M trên cung nhỏ BC để 4 điểm J, I, B, C cùng nằm trên một đường tròn.

Bài 79:

Cho (O), từ điểm P nằm ngoài đường tròn, kẻ hai tiếp tuyến PA và PB với đường tròn. Trên đoạn thẳng AB lấy điểm M, qua M dựng đường thẳng vuông góc với OM, đường này cắt PA, PB lần lượt ở C và D.

- 1 . Chứng minh A, C, M, O cùng nằm trên một đường tròn.
- 2 . Chứng minh: $\widehat{COD} = \widehat{AOB}$.
3. Chứng minh: Tam giác COD cân.
- 4 . Vẽ đường kính BK của đường tròn, hạ $AH \perp BK$. Gọi I là giao điểm của AH với PK. Chứng minh $AI = IH$.

Bài 80:

Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn nội tiếp trong đường tròn tâm O. Ba đường cao AK; BE; CD cắt nhau ở H.

- 1 . Chứng minh tứ giác BDEC nội tiếp.
- 2 . Chứng minh : $AD \cdot AB = AE \cdot AC$.
3. Chứng tỏ AK là phân giác của góc DKE.
- 4 . Gọi I; J là trung điểm BC và DE. Chứng minh: $OA \parallel JI$.

Bài 81:

Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn nội tiếp trong đường tròn tâm O. Tiếp tuyến tại B và C của đường tròn cắt nhau tại D. Từ D kẻ đường thẳng song song với AB, đường này cắt đường tròn ở E và F, cắt AC tại I (nằm trên cung nhỏ BC)

- 1 . Chứng minh BDCO nội tiếp.
- 2 . Chứng minh: $DC^2 = DE \cdot DF$
3. Chứng minh DOCI nội tiếp đường tròn.
- 4 . Chứng tỏ I là trung điểm EF.

Bài 82:

Cho đường tròn tâm O, đường kính AB và dây CD vuông góc với AB tại F. Trên cung BC, lấy điểm M. AM cắt CD tại E.

1. Chứng minh AM là phân giác của góc CMD.
2. Chứng minh tứ giác EFBM nội tiếp được trong một đường tròn.
3. Chứng tỏ $AC^2 = AE \cdot AM$
4. Gọi giao điểm của CB với AM là N; MD với AB là I. Chứng minh $NI \parallel CD$.

Bài 83:

Cho $\triangle ABC$ có $\widehat{A} = 120^\circ$; Kẻ $AH \perp BC$. Qua H dựng đường thẳng thứ nhất cắt cạnh AB ở E và cắt đường thẳng AC tại G. Đường thẳng thứ hai vuông góc với đường thẳng thứ nhất và cắt cạnh AC ở F, cắt đường thẳng AB tại D.

1. C/m: AEHF nội tiếp.
2. Chứng tỏ: $HG \cdot HA = HD \cdot HC$
3. Chứng minh $EF \perp DG$ và $\widehat{FHC} = \widehat{AFE}$.
4. Tìm điều kiện của hai đường thẳng HE và HF để EF ngắn nhất.

Bài 84:

Cho $\triangle ABC$ ($AB = AC$) nội tiếp trong (O). M là một điểm trên cung nhỏ AC, phân giác góc BMC cắt BC ở N, cắt (O) ở I.

1. Chứng minh A; O; I thẳng hàng.
2. Kẻ $AK \perp$ với đường thẳng MC. AI cắt BC ở J. Chứng minh AKCJ nội tiếp.
3. C/m: $KM \cdot JA = KA \cdot JB$.

Bài 85:

Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB. Gọi C là một điểm trên nửa đường tròn. Trên nửa mặt phẳng bờ AB chứa điểm C, kẻ hai tiếp tuyến Ax và By. Một đường tròn (O') qua A và C cắt AB và tia Ax theo thứ tự tại D và E. Đường thẳng EC cắt By tại F.

1. Chứng minh BDCE nội tiếp.
2. Chứng tỏ: $CD^2 = CE \cdot CF$ và FD là tiếp tuyến của đường tròn (O).
3. AC cắt DE ở I; CB cắt DF ở J. Chứng minh $IJ \parallel AB$
4. Xác định vị trí của D để EF là tiếp tuyến của (O)

Bài 86:

Cho $(O;R)$ và $(O';r)$ trong đó $R > r$, cắt nhau tại A và B. Gọi I là một điểm bất kỳ trên đường thẳng AB và nằm ngoài đoạn thẳng AB. Kẻ hai tiếp tuyến IC và ID với (O) và (O') . Đường thẳng OC và O'D cắt nhau ở K.

1. Chứng minh ICKD nội tiếp.
2. Chứng tỏ: $IC^2 = IA \cdot IB$.
3. Chứng minh IK nằm trên đường trung trực của CD.
4. IK cắt (O) ở E và F; Qua I dựng cát tuyến IMN.
 - a/ Chứng minh: $IE \cdot IF = IM \cdot IN$.
 - b/ E; F; M; N nằm trên một đường tròn.

Bài 87:

Cho ΔABC có 3 góc nhọn. Vẽ đường tròn tâm O đường kính BC. (O) cắt AB; AC lần lượt ở D và E. BE và CD cắt nhau ở H.

1. Chứng minh: ADHE nội tiếp.
2. C/m: $AE \cdot AC = AB \cdot AD$.
3. AH kéo dài cắt BC ở F. Cmr: H là tâm đường tròn nội tiếp ΔDFE .
4. Gọi I là trung điểm AH. Cmr IE là tiếp tuyến của (O)

Bài 88:

Cho $(O;R)$ và $(O';r)$ cắt nhau ở A và B. Qua B vẽ cát tuyến chung $CBD \perp AB$ ($C \in (O)$) và cát tuyến EBF bất kỳ ($E \in (O')$).

1. Chứng minh AOC và AO'D thẳng hàng.
2. Gọi K là giao điểm của các đường thẳng CE và DF. Cmr: AEKF nội tiếp.
3. Cm: K thuộc đường tròn ngoại tiếp ΔACD .
4. Chứng tỏ $FA \cdot EC = FD \cdot EA$.

Bài 89:

Cho ΔABC có $A = 1^\circ$. Qua A dựng đường tròn tâm O bán kính R tiếp xúc với BC tại B và dựng $(O';r)$ tiếp xúc với BC tại C. Gọi M; N là trung điểm AB; AC, OM và ON kéo dài cắt nhau ở K.

1. Chứng minh: OAO' thẳng hàng
2. CM: AMKN nội tiếp.
3. Cm AK là tiếp tuyến của cả hai đường tròn và K nằm trên BC.
4. Chứng tỏ $4MI^2 = Rr$.

Bài 90:

Cho tứ giác ABCD ($AB > BC$) nội tiếp trong (O) đường kính AC; Hai đường chéo AC và DB vuông góc với nhau. Đường thẳng AB và CD kéo dài cắt nhau ở E; BC và AD cắt nhau ở F.

1. Cm: BDEF nội tiếp.
2. Chứng tỏ: $DA \cdot DF = DC \cdot DE$
3. Gọi I là giao điểm DB với AC và M là giao điểm của đường thẳng AC với đường tròn ngoại tiếp $\triangle AEF$. Cm: DIMF nội tiếp.
4. Gọi H là giao điểm AC với FE. Cm: $AI \cdot AM = AC \cdot AH$.

Bài 91:

Cho (O) và (O') tiếp xúc ngoài tại A. Đường thẳng OO' cắt (O) và (O') tại B và C (khác A). Kẻ tiếp tuyến chung ngoài DE ($D \in (O)$); DB và CE kéo dài cắt nhau ở M.

1. Cm: ADEM nội tiếp.
2. Cm: MA là tiếp tuyến chung của hai đường tròn.
3. ADEM là hình gì?
4. Chứng tỏ: $MD \cdot MB = ME \cdot MC$.

Bài 92:

Cho hình vuông ABCD. Trên BC lấy điểm M. Từ C hạ $CK \perp$ với đường thẳng AM.

1. Cm: ABKC nội tiếp.
2. Đường thẳng CK cắt đường thẳng AB tại N. Từ B dựng đường vuông góc với BD, đường này cắt đường thẳng DK ở E. Cm: $BD \cdot KN = BE \cdot KA$
3. Cm: $MN \parallel DB$.
4. Cm: BMEN là hình vuông.

Bài 93:

Cho hình chữ nhật ABCD ($AB > AD$) có AC cắt DB ở O. Gọi M là 1 điểm trên OB và N là điểm đối xứng với C qua M. Kẻ NE; NF và NP lần lượt vuông góc với AB; AD; AC; PN cắt AB ở Q.

1. Cm: QPCB nội tiếp.
2. Cm: $AN \parallel DB$.
3. Chứng tỏ F; E; M thẳng hàng.
4. Cm: $\triangle PEN$ là tam giác cân.

Bài 94:

Từ đỉnh A của hình vuông ABCD, ta kẻ hai tia tạo với nhau 1 góc bằng 45° . Một tia cắt cạnh BC tại E và cắt đường chéo DB tại P. Tia kia cắt cạnh CD tại F và cắt đường chéo DB tại Q.

1. Cm: E; P; Q; F; C cùng nằm trên 1 đường tròn.
2. Cm: AB. PE = EB. PF.
3. Cm: $S_{\triangle AEF} = 2S_{\triangle APQ}$.
4. Gọi M là trung điểm AE. Cmr: MC = MD.

Bài 95:

Cho hình chữ nhật ABCD có hai đường chéo cắt nhau ở O. Kẻ AH và BK vuông góc với BD và AC. Đường thẳng AH và BK cắt nhau ở I. Gọi E và F lần lượt là trung điểm DH và BC. Từ E dựng đường thẳng song song với AD. Đường này cắt AH ở J.

1. C/m: OHIK nội tiếp.
2. Chứng tỏ $KH \perp OI$.
3. Từ E kẻ đường thẳng song song với AD. Đường này cắt AH ở J. Chứng tỏ: HJ. KC = HE. KB
4. Chứng minh tứ giác ABFE nội tiếp được trong một đường tròn.

Bài 96:

Cho $\triangle ABC$, phân giác góc trong và góc ngoài của các góc B và C gặp nhau theo thứ tự ở I và J. Từ J kẻ JH; JP; JK lần lượt vuông góc với các đường thẳng AB; BC; AC.

1. Chứng tỏ A; I; J thẳng hàng.
2. Chứng minh: BICJ nội tiếp.
3. BI kéo dài cắt đường thẳng CJ tại E. Cmr: $AE \perp AJ$.
4. C/m: AI. AJ = AB. AC.

Bài 97:

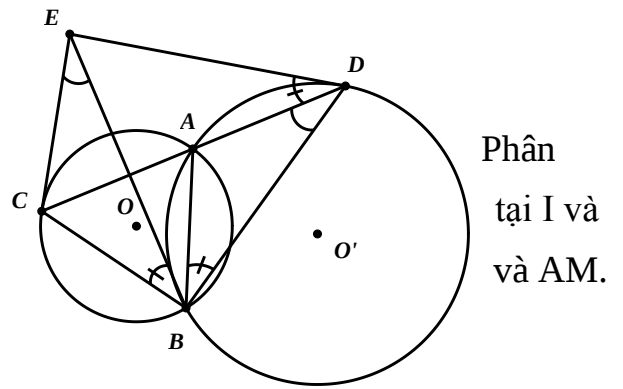
Từ đỉnh A của hình vuông ABCD ta kẻ hai tia Ax và Ay sao cho: Ax cắt cạnh BC ở P, Ay cắt cạnh CD ở Q. Kẻ $BK \perp Ax$; $BI \perp Ay$ và $DM \perp Ax$, $DN \perp Ay$.

1. Chứng tỏ BKIA nội tiếp
2. Chứng minh $AD^2 = AP \cdot MD$.
3. Chứng minh MN = KI.
4. Chứng tỏ KI $\perp$ AN.

Bài 98:

Cho hình bình hành ABCD có góc $A > 90^\circ$.
giác góc A cắt cạnh CD và đường thẳng BC
K. Hạ KH và KM lần lượt vuông góc với CD

1. Chứng minh KHDM nội tiếp.
2. Chứng minh: $AB = CK + AM$.

**Bài 99:**

Cho (O) và tiếp tuyến Ax. Trên Ax lấy điểm C và gọi B là trung điểm AC. Vẽ cát tuyến BEF. Đường thẳng CE và CF gặp lại đường tròn ở điểm thứ hai tại M và N.

Dựng hình bình hành AECD.

1. Chứng tỏ D nằm trên đường thẳng EF.
2. Chứng minh AFCD nội tiếp.
3. Chứng minh: $CN \cdot CF = 4BE \cdot BF$
4. Chứng minh $MN \parallel AC$.

Bài 100:

Trên (O) lấy 3 điểm A; B; C. Gọi M; N; P lần lượt theo thứ tự là điểm chính giữa cung AB; BC; AC. AM cắt MP và BP lần lượt ở K và I. MN cắt AB ở E.

1. Chứng minh $\triangle BNI$ cân.
2. PKEN nội tiếp.
3. Chứng minh $AN \cdot BD = AB \cdot BN$
4. Chứng minh I là trực tâm của $\triangle MPN$ và $IE \parallel BC$.

Bài 101. Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại hai điểm A và B. Vẽ đường thẳng (d) qua A cắt (O) tại C và cắt (O') tại D sao cho A nằm giữa C và D. Tiếp tuyến của (O) tại C và tiếp tuyến của (O') tại D cắt nhau tại E.

a/ Chứng minh rằng tứ giác BDEC nội tiếp.

b/ Chứng minh rằng
 $BE \cdot DC = CB \cdot ED + BD \cdot CE$.

