

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = -x^4 + 2(2+m)x^2 - 3 - 2m$ (1) với m là tham số.

- a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số (1) với $m = 0$.
b) Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số (1) cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt có hoành độ lập thành một cấp số cộng.

Câu 2 (1,0 điểm). Giải phương trình: $1 + \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + \sin 2x = \frac{1}{2}(1 + \cot x) \left[1 + \tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right)\right]$.

Câu 3 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} (y+1)^2 + 2(y+1)\sqrt{2x-1} + 2x-1 = 0 \\ 2x^3 + y^3 = xy(x + \sqrt{2}\sqrt{x+\sqrt{2x-1}}) \end{cases}$$

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân: $I = \int_{\ln 3}^{\ln 8} \frac{e^x - 1}{\sqrt{e^x + 1}} dx$.

Câu 5 (1,0 điểm). Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $BC = 2a$, mặt bên $ACC'A'$ là hình vuông. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của $AC, CC', A'B'$ và H là hình chiếu của A lên BC . Tính thể tích khối chóp $A'.HMN$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng MP và HN .

Câu 6 (1,0 điểm). Cho các số thực dương a, b, c . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = \frac{2}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + 1}} - \frac{(a+b+c+3)^2}{3(a+1)(b+1)(c+1)}.$$

II. PHẦN RIÊNG (3,0 điểm): Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần A hoặc phần B)

A. Theo chương trình Chuẩn

Câu 7.a (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2y = 4$ và đường thẳng $\Delta: 2x - 5y + 16 = 0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc Δ sao cho từ M kẻ được hai tiếp tuyến MA, MB (với A, B là các tiếp điểm) và $AB = \sqrt{10}$.

Câu 8.a (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): 3x + 2y + 3z - 1 = 0$ và điểm $A(4;1;3)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A song song với mặt phẳng (P) đồng thời cắt đường thẳng $d: \frac{x-3}{3} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{-2}$.

Câu 9.a (1,0 điểm). Tìm số phức z thỏa mãn: $|z+1-3i| = |z+3-i|$ và $|z| = 3$.

B. Theo chương trình Nâng cao

Câu 7.b (1,0 điểm). Trong mặt phẳng Oxy cho đường elip (E) có tâm sai $e = \frac{4}{5}$, đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật cơ sở của elip có phương trình $x^2 + y^2 = 34$. Viết phương trình chính tắc của elip và tìm tọa độ điểm M thuộc (E) sao cho M nhìn hai tiêu điểm dưới một góc vuông và M có hoành độ dương.

Câu 8.b (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho các đường thẳng $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z+1}{2}$; $d_2: \frac{x}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z}{-3}$ và $d_3: \frac{x+1}{5} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{1}$. Viết phương trình đường thẳng Δ , biết Δ cắt ba đường thẳng d_1, d_2, d_3 lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho $AB = BC$.

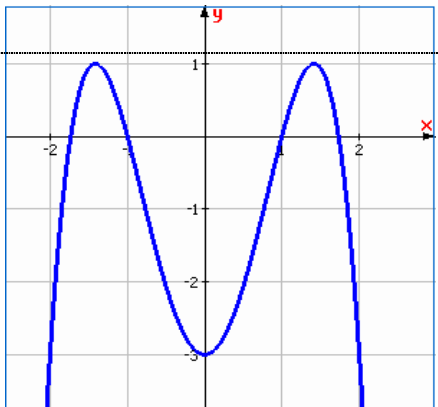
Câu 9.b (1,0 điểm). Tìm hệ số x^7 trong khai triển nhị thức Newton: $\left(x^2 - \frac{3}{x}\right)^n$, biết rằng n là số nguyên dương thỏa mãn: $4C_{n+1}^3 = A_n^3 - 2C_n^2$.

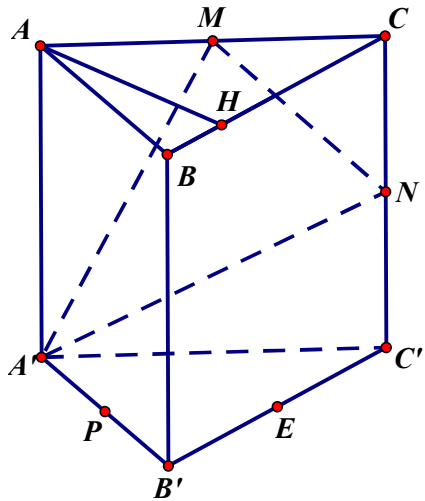
---HẾT---

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:..... Số báo danh:.....

ĐÁP ÁN VÀ THANG ĐIỂM ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC LẦN 2 MÔN TOÁN NĂM 2014 khối B, D

CÂU	ĐÁP ÁN	ĐIỂM																				
1.a	- Với $m = 0$ ta có $y = -x^4 + 4x^2 - 3$. Tập xác định: $\mathbb{R}$. - Sự biến thiên: +) Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$. +) Bảng biến thiên: $y' = -4x^3 + 8x$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = \pm\sqrt{2}$ <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$-\sqrt{2}$</td><td>0</td><td>$\sqrt{2}$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$-$</td></tr><tr><td>y</td><td></td><td>1</td><td></td><td>1</td><td></td><td></td></tr></table> $-\infty \quad \quad \quad -3 \quad \quad \quad -\infty$	x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	$+\infty$	y'		$+$	0	$-$	0	$-$	y		1		1			0,25
	x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	$+\infty$																
	y'		$+$	0	$-$	0	$-$															
	y		1		1																	
+) Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -\sqrt{2})$ và $(0; \sqrt{2})$. Nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\sqrt{2}; 0)$ và $(\sqrt{2}; +\infty)$. +) Hàm số đạt cực đại tại $x_{\text{CD}} = \pm\sqrt{2}$, $y_{\text{CD}} = y(\pm\sqrt{2}) = 1$, đạt cực tiểu tại $x_{\text{CT}} = 0$; $y_{\text{CT}} = y(0) = -3$ • Đồ thị:		0,25 + 0,25																				
1.b	Phương trình hoành độ giao điểm: $-x^4 + 2(2+m)x^2 - 3 - 2m = 0$ (1) Đặt $t = x^2$ ($t \geq 0$), phương trình (1) trở thành: $t^2 - 2(m+2)t + 3 + 2m = 0$ (2) (1) có bốn nghiệm phân biệt khi và chỉ khi (2) có hai nghiệm dương phân biệt.	0,25																				
	Điều kiện là: $\begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 2m + 1 > 0 \\ m + 2 > 0 \\ 3 + 2m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{3}{2} \\ m \neq -1 \end{cases} (*)$	0,25																				
	Với điều kiện (*), giả sử t_1, t_2 ($0 < t_1 < t_2$) là hai nghiệm phân biệt của (2), khi đó (1) có bốn nghiệm phân biệt là: $x_1 = -\sqrt{t_2}, x_2 = -\sqrt{t_1}, x_3 = \sqrt{t_1}, x_4 = \sqrt{t_2}$. x_1, x_2, x_3, x_4 lập thành một cấp số cộng khi và chỉ khi: $x_2 - x_1 = x_3 - x_2 = x_4 - x_3 \Leftrightarrow t_2 = 9t_1$ (a) Áp dụng định lí Viet ta có: $t_1 + t_2 = 2(m+2)$, $t_1 t_2 = 3 + 2m$ (b)	0,25																				
	Từ (a), (b) ta có: $9m^2 - 14m - 39 = 0 \Leftrightarrow m = 3$ hoặc $m = -\frac{13}{9}$ Đối chiếu điều kiện (*) ta có: $m = 3$ hoặc $m = -\frac{13}{9}$.	0,25																				
2	Điều kiện: $x \neq k\pi, x \neq \frac{3\pi}{4} + k\pi$. Phương trình đã cho tương đương với:	0,25																				
	$1 + \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + \sin 2x = \frac{1}{2} \cdot \frac{1 + \tan x}{\tan x} \cdot \frac{2 \tan x}{1 + \tan x} \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + \sin 2x = 0 \Leftrightarrow \sin 2x = \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$	0,25																				
	$\Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{4} - x + k2\pi$ hoặc $2x = \frac{3\pi}{4} + x + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{12} + k\frac{2\pi}{3}$ hoặc $x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi$	0,25																				
	Đối chiếu điều kiện ta có $x = \frac{\pi}{12} + k2\pi, x = \frac{17}{12}\pi + k2\pi$	0,25																				
3	$\begin{cases} y^2 + 2(x+y) + 2(y+1)\sqrt{2x-1} = 0 & (1) \\ 2x^3 + y^3 = \sqrt{2}xy\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + \sqrt{x+\sqrt{2x-1}}\right) & (2) \end{cases}$ Điều kiện: $x \geq \frac{1}{2}$.	0,25																				
	Ta có: $(1) \Leftrightarrow (y+1+\sqrt{2x-1})^2 = 0 \Leftrightarrow y = -1-\sqrt{2x-1} < 0$ (*)	0,25																				

	Thế vào (2) ta có: $(2) \Leftrightarrow 2x^3 + y^3 = xy(x + 1 + \sqrt{2x - 1}) \Leftrightarrow 2x^3 + y^3 = xy(x - y)$ $\Leftrightarrow 2x^3 - x^2y + xy^2 + y^3 = 0 \Leftrightarrow 2\left(\frac{x}{y}\right)^3 - \left(\frac{x}{y}\right)^2 + \left(\frac{x}{y}\right) + 1 = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{y} = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow y = -2x \quad (**)$	0,25	
	Thế (**) vào (*) ta có: $2x - 1 = \sqrt{2x - 1} \Leftrightarrow \sqrt{2x - 1}(\sqrt{2x - 1} - 1) = 0 \Leftrightarrow x = 1$ hoặc $x = \frac{1}{2}$ Vậy hệ có hai nghiệm: $(x; y) = (1; -2)$ hoặc $(x; y) = \left(\frac{1}{2}; -1\right)$	0,25	
4	Đặt $t = \sqrt{1 + e^x} \Rightarrow t^2 = 1 + e^x \Rightarrow 2tdt = e^x dx$, $x = \ln 3 \Rightarrow t = 2; x = \ln 8 \Rightarrow t = 3$	0,25	
	$I = \int_{\ln 3}^{\ln 8} \frac{e^x - 1}{\sqrt{e^x + 1}} dx = \int_{\ln 3}^{\ln 8} \frac{e^x - 1}{e^x \sqrt{e^x + 1}} e^x dx = 2 \int_2^3 \frac{t^2 - 2}{t^2 - 1} dt$	0,25	
	$= 2 \int_2^3 \left(1 - \frac{1}{(t - 1)(t + 1)}\right) dt = 2 \int_2^3 dt - 2 \int_2^3 \left(\frac{1}{t - 1} - \frac{1}{t + 1}\right) dt = (2t - \ln(t - 1) + \ln(t + 1)) \Big _2^3$	0,25	
	$= 2 + \ln \frac{2}{3}$. Vậy $I = 2 + \ln \frac{2}{3}$.	0,25	
5		Ta có: $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = a\sqrt{3}$ Vì $ACC'A'$ là hình vuông có cạnh bằng $a\sqrt{3}$ nên: $S_{A'MN} = S_{ACC'A'} - S_{A'M} - S_{A'N} - S_{CMN}$ $= \frac{3}{8} S_{ACC'A'} = \frac{3}{8} 3a^2 = \frac{9}{8} a^2$	0,25
		Ta có: $AB \perp AC$, $AB \perp AA' \Rightarrow AB \perp (ACC'A')$ Xét tam giác ABC vuông tại A có: $CH \cdot BC = AC^2 \Rightarrow CH = \frac{AC^2}{BC} = \frac{3a}{2}$. Do đó: $\frac{d(H; (AMN))}{AB} = \frac{CH}{CB} = \frac{3}{4} \Rightarrow d(H; (AMN)) = \frac{3}{4} AB = \frac{3a}{4}$. Suy ra: $V_{H.A'MN} = \frac{1}{3} d(H; (A'MN)) \cdot S_{A'MN} = \frac{9a^3}{32}$.	0,25
		Gọi E là trung điểm $B'C'$, khi đó dễ thấy $MP \parallel CE$ nên $MP \parallel (BCC'B')$, suy ra: $d(MP; HN) = d(MP; (BCC'B')) = d(M; (BCC'B'))$ Vì M là trung điểm AC nên $d(M; (BCC'B')) = \frac{1}{2} d(A; (BCC'B')) = \frac{1}{2} AH$	0,25
		Vậy $d(MP; HN) = \frac{1}{2} AH = \frac{1}{2} \cdot \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.	0,25
6	Áp dụng bất đẳng thức Côsi ta có: $a^2 + b^2 + c^2 + 1 \geq \frac{1}{2}(a + b)^2 + \frac{1}{2}(c + 1)^2 \geq \frac{1}{4}(a + b + c + 1)^2$ và $(a + 1)(b + 1)(c + 1) \leq \left(\frac{a + b + c + 3}{3}\right)^3$.	0,25	
	Suy ra $P \leq \frac{4}{a + b + c + 1} - \frac{9}{a + b + c + 3}$. Đặt $t = a + b + c + 1, t > 1$. Khi đó: $P \leq \frac{4}{t} - \frac{9}{t + 2}$	0,25	
	Xét hàm số $f(t) = \frac{2}{t} - \frac{18}{t + 2}$ trên $(1; +\infty)$. Ta có: $f'(t) = -\frac{2}{t^2} + \frac{18}{(t + 2)^2}$; $f'(t) = 0 \Leftrightarrow 9t^2 = 4(t + 2)^2 \Leftrightarrow t = 4$. Ta có bảng biến thiên:	0,25	

	<table><tr><td>t</td><td>1</td><td>4</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(t)$</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr><tr><td>$f(t)$</td><td colspan="3"> $-\frac{1}{2}$ </td></tr></table> Dựa vào bảng biến thiên ta có $P \leq -\frac{1}{2}$. Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi: $t = 4 \Leftrightarrow a = b = c = 1$. Vậy giá trị lớn nhất của P là $-\frac{1}{2}$ đạt được khi $a = b = c = 1$.	t	1	4	$+\infty$	$f'(t)$	+	0	-	$f(t)$	$-\frac{1}{2}$			0,25
t	1	4	$+\infty$											
$f'(t)$	+	0	-											
$f(t)$	$-\frac{1}{2}$													
7a	Đường tròn (C) có tâm $I(0;1)$ bán kính $R = \sqrt{5}$. Gọi H là trung điểm AB. Khi đó $AH = \frac{1}{2}AB = \frac{\sqrt{10}}{2}$.	0,25												
	Xét tam giác AMI vuông tại I có: $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AI^2} \Leftrightarrow \frac{2}{5} = \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{5} \Rightarrow AM = \sqrt{5}$. Khi đó: $IM = \frac{AM \cdot AI}{AH} = \sqrt{10}$. Vì $M \in d$ nên $M\left(a; \frac{2a+16}{5}\right)$. Ta có:	0,25												
	$IM = \sqrt{10} \Leftrightarrow a^2 + \left(\frac{2a+11}{5}\right)^2 = 10 \Leftrightarrow a = -3$ hoặc $a = \frac{43}{29}$	0,25												
	Vậy có hai điểm thỏa mãn là: $M(-3;2), M\left(\frac{43}{29}; \frac{110}{29}\right)$.	0,25												
8a	(P) có một vector pháp tuyến là $\vec{n}(3;2;3)$.	0,25												
	Gọi $B = d \cap \Delta$, khi đó: $B(3+3t;3+2t;-2-2t) \Rightarrow \overrightarrow{AB}(-1+3t;2+2t;-5-2t)$.	0,25												
	Vì $\Delta \parallel (P)$ nên $\vec{n} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \Leftrightarrow 3(-1+3t)+2(2+2t)+3(-5-2t) = 0 \Leftrightarrow t = 2$	0,25												
	$\Rightarrow \overrightarrow{AB}(5;6;-9)$ là vector chỉ phương của Δ . Δ có phương trình là: $\frac{x-4}{5} = \frac{y-1}{6} = \frac{z-3}{-9}$	0,25												
9a	Giả sử $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) từ giả thiết ta có:	0,25												
	$\begin{cases} (x+1) + (y-3)i = (x+3) + (y-1)i \\ x+yi = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+1)^2 + (y-3)^2 = (x+3)^2 + (y-1)^2 \\ x^2 + y^2 = 9 \end{cases}$	0,25												
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -y \\ x^2 + y^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow x = -y = \frac{3}{\sqrt{2}} \text{ hoặc } x = -y = -\frac{3}{\sqrt{2}}$	0,25												
	Vậy $z = \frac{3}{\sqrt{2}} - \frac{3}{\sqrt{2}}i$ hoặc $z = -\frac{3}{\sqrt{2}} + \frac{3}{\sqrt{2}}i$.	0,25												
7b	Giả sử phương trình chính tắc của elip có dạng: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($0 < b < a$). Vì đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật cơ sở có bán kính là $R = \sqrt{34}$ nên: $a^2 + b^2 = 34$	0,25												
	Từ đó ta có hệ: $\begin{cases} a^2 + b^2 = 34 \\ \frac{c}{a} = \frac{4}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = 34 \\ 25(a^2 - b^2) = 16a^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 25 \\ b^2 = 9 \end{cases} \Rightarrow a = 5, b = 3, c = 4$.	0,25												
	Phương trình chính tắc của elip là: $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$.													
	Giả sử $M(x_M; y_M) \in (E)$, khi đó: $MF_1 = a + ex = 5 + \frac{4}{5}x$, $MF_2 = a - ex = 5 - \frac{4}{5}x$. Ta có: $\widehat{F_1MF_2} = 90^\circ \Leftrightarrow MF_1^2 + MF_2^2 = F_1F_2^2 \Leftrightarrow \left(5 + \frac{4}{5}x\right)^2 + \left(5 - \frac{4}{5}x\right)^2 = 64$	0,25												

	$\Leftrightarrow 16x^2 = 175 \Leftrightarrow x = \frac{5\sqrt{7}}{4} \text{ hoặc } x = -\frac{5\sqrt{7}}{4}, \text{ loại.}$ Với $x = \frac{5\sqrt{7}}{4}$ ta có: $M\left(\frac{5\sqrt{7}}{4}; \frac{9}{4}\right)$ hoặc $M\left(\frac{5\sqrt{7}}{4}; -\frac{9}{4}\right)$	0,25
8b	Vì $A \in d_1, B \in d_2, C \in d_3$ nên tọa độ của chúng có dạng: $A(a; 4-a; -1+2a), B(b; 2-3b; -3b), C(-1+5c; 1+2c; -1+c)$.	0,25
	Theo giả thiết $AB = BC$ nên B trung điểm AC do đó:	0,25
	$\begin{cases} 2x_B = x_A + x_C \\ 2y_B = y_A + y_C \\ 2z_B = z_A + z_C \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2b = -1 + a + 5c \\ 2(2-3b) = 5 - a + 2c \\ -6b = -2 + 2a + c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - 2b + 5c = 1 \\ -a + 6b + 2c = -1 \\ 2a + 6b + c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = 0 \end{cases}$	0,25
	Suy ra $A(1; 3; 1), B(0; 2; 0), C(-1; 1; -1) \Rightarrow \overrightarrow{BA}(1; 1; 1)$ là vector chỉ phương của Δ . Phương trình đường thẳng Δ là: $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$.	0,25
9b	Điều kiện: $n \geq 3$. Ta có: $4C_{n+1}^3 = A_n^3 - 2C_n^2 \Leftrightarrow 4 \frac{(n+1)n(n-1)}{6} = n(n-1)(n-2) - n(n-1)$	0,25
	$\Leftrightarrow n^2 - 12n + 11 = 0 \Leftrightarrow n = 11$ hoặc $n = 1$, loại.	0,25
	Với $n = 11$, ta có: $\left(x^2 - \frac{3}{x}\right)^{11} = \sum_{k=0}^{11} C_{11}^k (x^2)^{11-k} \left(-\frac{3}{x}\right)^k = \sum_{k=0}^{11} C_{11}^k (-3)^k x^{22-3k}$.	0,25
	Số hạng chứa x^7 ứng với $22 - 3k = 7 \Leftrightarrow k = 5$. Suy ra hệ số của x^7 là: $C_{11}^5 (-3)^5 = -112266$.	0,25
	TỔNG	10,0

HẾT.