TRƯỜNG THPT CHUYÊN NĐC **ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC VÀ CAO ĐẲNG NĂM 2014**

Môn: TOÁN; khối D

ĐỀ THI THỬ LẦN 2

Thời gian làm bài: 180 phút, không kể phát đề

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 *điểm*)

Câu 1: (2,0 điểm) Cho hàm số $y = 2x^3 - 3(2m+1)x^2 + 6m(m+1)x + 1$ (1) với m là tham số thực.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi m = -1
b) Chứng tỏ rằng với mọi m, đồ thị của hàm số (1) luôn luôn có hai điểm cực trị và khoảng cách giữa hai điểm này là một hằng số.

Câu 2: (1,0 điểm) Giải phương trình: $4 + 3\sin x + \sin^3 x = 3\cos^2 x + \cos^6 x$

Câu 3: (1,0 điểm) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 1 + xy + \sqrt{xy} = x \\ \dfrac{1}{x\sqrt{x}} + y\sqrt{y} = \dfrac{1}{\sqrt{x}} + 3\sqrt{y} \end{cases}$

Câu 4: (1,0 điểm) Tính tích phân $\mathrm{I} = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x - \sin^3 x}{\cos 2x - 7}dx$

Câu 5: (1,0 điểm) Cho lăng trụ tứ giác đều ABCD. A'B'C'D'. Chiều cao bằng h, hai đường chéo của hai mặt bên xuất phát từ một đỉnh hợp nhau một góc 60^o và O là tâm hình vuông ABCD. Tính thể tích hình lăng trụ theo h. Tính góc tạo bởi AB' và OC'.

Câu 6: (1,0 điểm) Cho x và y thuộc **R** thỏa: $\begin{cases} 2y - 3 \geq x^2 \\ y \leq x^2 + 3x - 2 \end{cases}$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức : $P = y - x^3 + 5x$ với $x \geq 0$

II. PHẦN RIÊNG (3,0 điểm) *Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (Phần A hoặc B)*

A. Theo chương trình Chuẩn

Câu 7a: (1,0 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC với $A(0;2\sqrt{3})$; $B(-2;0)$ và $C(2;0)$, đường cao BH. Tìm hai điểm M và N trên đường thẳng chứa đường cao BH sao cho ba tam giác MBC, NBC và ABC có chu vi bằng nhau.

Câu 8a: (1,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, lập phương trình mặt phẳng (P) cắt ba trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho H (2; 1; 1) là trực tâm của tam giác ABC.

Câu 9a: (1,0 điểm) Một nhóm học sinh gồm 9 em trong đó có 3 nữ, được chia thành 3 tổ đều nhau. Tính xác suất để mỗi tổ có 1 nữ.

B. Theo chương trình Nâng cao

Câu 7b: (1,0 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho ΔABC có A(-2 ; 0); B(2 ; 0), góc giữa hai đường thẳng BC và AB bằng 60^o. Tính diện tích tam giác ABC biết rằng $y_C > 2$.

Câu 8b: (1,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S) có phương trình : $x^2 + y^2 + z^2 - 3x - 3y - 3z = 0$ và mặt phẳng (P) : x + y + z – 6 = 0. Chứng tỏ mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo đường tròn (C). Tính thể tích khối nón có đỉnh là tâm của mặt cầu (S) và đáy là đường tròn (C).

Câu 9b: (1,0 điểm) Cho số phức z thỏa mãn $(z + 3 - i)(\overline{z} + 1 + 3i)$ là một số thực. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z|$

---------------- **Hết** -----------------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.

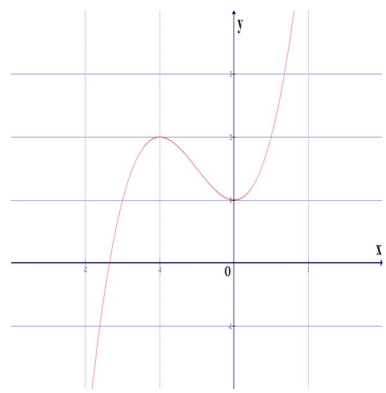
ĐÁP ÁN ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC LẦN 2 KHỐI D NĂM HỌC 2013 – 2014

<table>
<tr><th>Câu</th><th>Nội dung</th><th>Điểm</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Câu 1</td><td>

a) Khảo sát $y = 2x^3 + 3x^2 + 1$
+ TXĐ: D = **R**
+ $\lim\limits_{x\to+\infty} y = +\infty$; $\lim\limits_{x\to-\infty} y = -\infty$
+ $y' = 6x^2 + 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0; y = 1 \\ x = -1; y = 2 \end{array}\right.$
+ BBT

<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$ -1   0 $+\infty$</td></tr>
<tr><td>y'</td><td>+   0   -   0   +</td></tr>
<tr><td>y</td><td>$-\infty$ ↗ 2 ↘ 1 ↗ $+\infty$</td></tr>
</table>

Hàm số ĐB trên các khoảng $(-\infty;-1),(0;+\infty)$,
NB trên các khoảng $(-1;0)$
Hàm số đạt cực đại : $y_{CĐ} = 2$ tại $x_{CĐ} = -1$.
Hàm số đạt cực tiểu $y_{CT} = 1$ tại $x_{CT} = 0$.
+ Đồ thị



</td><td>

(2 điểm)
0.25
0.25
0.25
0.25

</td></tr>
<tr><td>

b) $y = 2x^2 - 3(2m + 1)x^2 + 6m(m + 1)x + 1$
+ $y' = 6x^2 - 6(2m + 1)x + 6m(m + 1)$;
$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - (2m + 1)x + m(m + 1) = 0$
+ $\Delta' = 1 > 0\ \forall m \to$ hs luôn luôn có 2 cực trị
phương trình đường thẳng nối 2 điểm cực trị: $y = -x + 2m^3 + 3m^2 + m + 1$
$x_1 = m \to y_1 = 2m^3 + 3m^2 + 1$
$x_2 = m + 1 \to y_2 = 2m^3 + 3m^2$
Hai điểm cực trị của đồ thị hàm số :$A(m; 2m^3 + 3m^2 + 1)$; $B(m+1; 2m^3 + 3m^2)$
$AB = \sqrt{2} \to$ đpcm

</td><td>

0.25
0.25
0.25
0.25

</td></tr>
<tr><td>Câu 2</td><td>

Giải phương trình: $4 + 3\sin x + \sin^3 x = 3\cos^2 x + \cos^6 x$
$\Leftrightarrow 1 + 3(1 - \cos^2 x) + 3\sin x + \sin^3 x = \cos^6 x$
$\Leftrightarrow 1 + 3\sin^2 x + 3\sin x + \sin^3 x = \cos^6 x$
$\Leftrightarrow (1 + \sin x)^3 = (\cos^2 x)^3$ (*).
Xét hàm số $f(t) = t^3$; $f'(t) = 3t^2 \geq 0 \to$ hàm số f(t) luôn luôn đồng biến
Từ (*) ta có $f(1 + \sin x) = f(\cos^2 x)$
$\Leftrightarrow 1 + \sin x = \cos^2 x$
$\Leftrightarrow \sin^2 x + \sin x = 0$
$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x = 0 \\ \sin x = -1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = k\pi \\ x = -\dfrac{\pi}{2} + k2\pi \end{array}\right.$

</td><td>

(1 điểm)
0.25
0.25
0.25
0.25

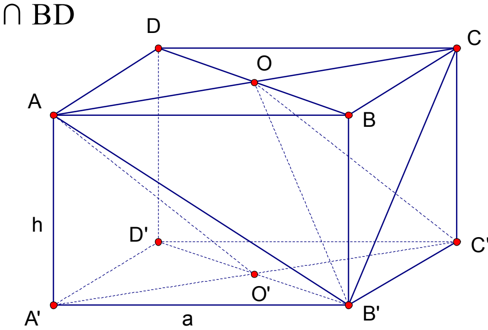
</td></tr>
<tr><td>Câu 3</td><td>

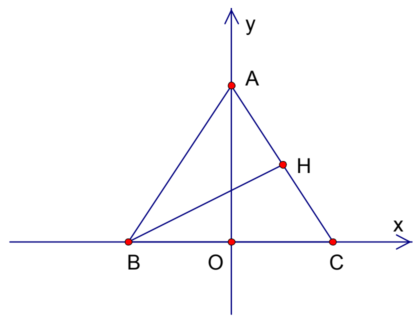
Giải hệ : $\begin{cases} 1 + xy + \sqrt{xy} = x \\ \dfrac{1}{x\sqrt{x}} + y\sqrt{y} = \dfrac{1}{\sqrt{x}} + 3\sqrt{y} \end{cases}$

</td><td>

(1 điểm)

</td></tr>
</table>

	ĐK: $x>0$; $y>0$ Đặt : $u=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$; $v=\sqrt{y}$ với $u>0;v>0$. Ta có hệ : $\begin{cases} u^2+v^2+uv=1 \\ u^3+v^3=u+3v \end{cases}$ Giải hệ ta được : $\begin{cases} u=1 \\ v=0 \end{cases}$ Nghiệm của hệ phương trình là : $(x;y)=(1;0)$	**0.25** **0.25** **0.25** **0.25**
Câu 4	Tính tích phân $\mathrm{I}=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\dfrac{\sin x-\sin^3 x}{\cos 2x-7}dx$	**(1 điểm)**
	$\mathrm{I}=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\dfrac{\sin x-\sin^3 x}{\cos 2x-7}dx=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\dfrac{\sin x(1-\sin^2 x)}{(2\cos^2 x-1)-7}dx=\dfrac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos^2 x\sin x}{\cos^2 x-4}dx$ Đặt t = cosx $\Rightarrow$ dt = –sinx dx . Đổi cận : x = 0 $\Rightarrow$ t = 1 , x = $\dfrac{\pi}{2}$ $\Rightarrow$ t = 0 $\Rightarrow I=\dfrac{1}{2}\int_0^1\dfrac{t^2}{t^2-4}dt=\dfrac{1}{2}\int_0^1\left(1+\dfrac{1}{t-2}-\dfrac{1}{t+2}\right)dt$ $=\dfrac{1}{2}\left(t+\ln\lvert t-2\rvert-\ln\lvert t+2\rvert\right)\Big\vert_0^1=\dfrac{1}{2}(1-\ln 3)$	**0.25** **0.25** **0.25** **0.25**
Câu 5	Cho lăng trụ tứ giác đều ABCD. A’B’C’D’. Chiều cao bằng h, hai đường chéo của hai mặt bên xuất phát từ một đỉnh hợp nhau một góc 60^o và O là tâm hình vuông ABCD. Tính thể tích hình lăng trụ theo h. Tính góc tạo bởi AB’ và OC’.	**(1 điểm)**
	Gọi x là cạnh hình vuông ABCD và O = AC ∩ BD Δ AB’C đều (do AB’ = B’C và $A\hat{B}'C=60^0$) $\Rightarrow$ AB’ = B’C = AC = $x\sqrt{2}$ Mà AB’ = $h\sqrt{2}$ $\Rightarrow$ x = h. Do đó $V_{ABCD.A'B'C'D'}=h^3$ Gọi O’ = A’C’ ∩ B’D’ $\Rightarrow$ AO’ // OC’. Ta có góc (AB’; OC’) = góc (AB’; AO’) Xét góc $O'\hat{A}B'=?$ Thông qua $\Delta O'AB'$  AB’ = h$\sqrt{2}$, O’B’ = O’A’ = $\dfrac{h\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$, O’A^2 = AA’^{2} + O’A’^{2} = h^2 + $\dfrac{2h^2}{4}=\dfrac{6h^2}{4}$ $\cos O'\hat{A}B'=\dfrac{O'A^2+AB'^2-O'B'^2}{2O'A.AB'}=\dfrac{\dfrac{6h^2}{4}+2h^2-\dfrac{2a^2}{4}}{2.\dfrac{\sqrt{2}h}{2}.\sqrt{2}.h}=\dfrac{3h^2}{\sqrt{6}h^2}=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$	**0.25** **0.25** **0.25** **0.25**
Câu 6	Cho x và y thuộc **R** thỏa: $\begin{cases} 2y-3\ge x^2 \\ y\le x^2+3x-2 \end{cases}$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức : $P=y-x^3+5x$ với x≥0	**(1 điểm)**
	Từ gt ta có $\dfrac{x^2+3}{2}\le y\le x^2+3x-2\Leftrightarrow x^2+6x-7\ge 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x\le -7 \\ x\ge 1 \end{array}\right.$ P$\le -x^3+5x+x^2+3x-2=f(x)=-x^3+x^2+8x-2$	**0.25** **0.25**

	f'(x) = $-3x^2+2x+8$; f'(x) = 0 $\Leftrightarrow$ x = $-\dfrac{4}{3}$; x = 2 Với $x \geq 0$ ta có f(x) $\leq$ 10 $\Rightarrow$ P $\leq$ 10 KQ : P_{max} = 10 xảy ra khi $\begin{cases} x=2 \\ y=-8 \end{cases}$	**0.25** **0.25**
Câu 7a	Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC với $A(0;2\sqrt{3})$; $B(-2;0)$ và C(2;0), đường cao BH. Tìm hai điểm M và N trên đường thẳng chứa đường cao BH sao cho ba tam giác MBC, NBC và ABC có chu vi bằng nhau.	**(1 điểm)**
	ΔABC đều cạnh bằng 4, M và N cần tìm thỏa điều kiện MB + MC = NB + NC = 8 Nên M, N nằm trên (E) có hai tiêu điểm B(-2;0) và C(2;0) Trục lớn 2a = 8 $\Rightarrow$ a = 4. Tiêu cự 2c = 4 $\Rightarrow$ c = 2. Trục bé b = $\sqrt{a^2-c^2}$ = $\sqrt{12}$ (E) có phương trình $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{12}=1$  ΔABC đều $\Rightarrow$ H là trung điểm AC $\Rightarrow$ H(1 ; $\sqrt{3}$) Phương trình BH: $x-\sqrt{3}y+2=0$ Tọa độ M và N là nghiệm của hệ $\begin{cases} x-\sqrt{3}y+2=0 \\ 3x^2+4y^2=48 \end{cases}$ Kết quả M $\left(\dfrac{-8+24\sqrt{3}}{13};\dfrac{6\sqrt{3}+24}{13}\right)$; N $\left(\dfrac{-8-24\sqrt{3}}{13};\dfrac{6\sqrt{3}-24}{13}\right)$	**0.25** **0.25** **0.25** **0.25**
Câu 8a	Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, lập phương trình mặt phẳng (P) cắt ba trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho H (2; 1; 1) là trực tâm của tam giác ABC.	**(1 điểm)**
	• A(a;0;0) . B(0;b;0) . C(0;0;c) . H(2;1;1) • $\overrightarrow{AH}$ = (2 – a; 1; 1), $\overrightarrow{BC}$ = (0; -b; c) ; $\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{BC}$ = 0 $\rightarrow$ b = c • $\overrightarrow{BH}$ = (2; 1 – b; 1), $\overrightarrow{AC}$ = (-a; 0; c) ; $\overrightarrow{BH}.\overrightarrow{AC}$ = 0 $\rightarrow$ 2a = c $\rightarrow$ a = $\dfrac{c}{2}$ • Phương trình mp (P): $\dfrac{2x}{c}+\dfrac{y}{c}+\dfrac{z}{c}=1$ (P) đi qua H(2; 1; 1) $\Leftrightarrow$ $\dfrac{6}{c}=1$ $\Leftrightarrow$ c = 6 & a = 3 Kq: phương trình của mp (P); $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{6}+\dfrac{z}{6}=1 \Leftrightarrow 2x+y+z-6=0$	**0.25** **0.25** **0.25** **0.25**
Câu 9a	Một nhóm học sinh gồm 9 em trong đó có 3 nữ, được chia thành 3 tổ đều nhau. Tính xác suất để mỗi tổ có 1 nữ.	**(1 điểm)**
	Gọi A là biến cố : “ chia 3 tổ học sinh đều nhau mỗi tổ có 1 nữ” Không gian mẫu Ω: “chia 3 tổ học sinh đều nhau” Ta có : $\lvert\Omega\rvert = C_9^3.C_6^3.C_3^3 = 1680$ $\lvert A\rvert = 3!C_6^2.C_4^2.C_2^2 = 540$ $P(A)=\dfrac{\lvert A\rvert}{\lvert\Omega\rvert}=\dfrac{540}{1680}=\dfrac{27}{84}$	**0.25** **0.5** **0.25**
Câu 7b	Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho ΔABC có A(-2 ; 0); B(2 ; 0), góc giữa hai đường thẳng BC và AB bằng 60^o. Tính diện tích tam giác ABC biết rằng $y_C > 2$.	**(1 điểm)**

<table>
<tr><td></td><td>C(x; y) với y > 2 ; $\overrightarrow{AB} = (4; 0)$, $\overrightarrow{AC} = (x+2 ; y)$, $\overrightarrow{BC} = (x-2 ; y)$
Theo gt ta có $\begin{cases} \cos 30^o = \left|\cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)\right| \\ \cos 30^o = \left|\cos\left(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{AB}\right)\right| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\lvert 4(x+2)\rvert}{4.\sqrt{(x+2)^2+y^2}} \\ \frac{1}{2} = \frac{\lvert 4(x-2)\rvert}{4\sqrt{(x-2)^2+y^2}} \end{cases}$
$\Leftrightarrow \begin{cases} 3y^2 = (x+2)^2 \\ y^2 = 3(x-2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \to y = \pm\sqrt{3} \\ x = 4 \to y = \pm 2\sqrt{3} \end{cases}$
Từ đó suy ra C(4; 2 $\sqrt{3}$)
AB thuộc trục Ox $\Rightarrow$ $S_{ABC} = \frac{1}{2}$ AB.d (C; Ox) = = 4 $\sqrt{3}$ đvdt</td><td>0.25
0.25

0.25
0.25</td></tr>
<tr><td>Câu 8b</td><td>Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S) có phương trình : $x^2+y^2+z^2-3x-3y-3z=0$ và mặt phẳng (P) : x + y + z – 6 = 0. Chứng tỏ mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo đường tròn (C). Tính thể tích khối nón có đỉnh là tâm của mặt cầu (S) và đáy là đường tròn (C).</td><td>(1 điểm)</td></tr>
<tr><td></td><td>• Mặt cầu (S) tâm I $\left(\frac{3}{2};\frac{3}{2};\frac{3}{2}\right)$ và bán kính R = $\frac{3\sqrt{3}}{2}$
• d(I; (P)) = $\frac{\sqrt{3}}{2} < R \Rightarrow (P)$ cắt (S) theo đường tròn (C)
• Gọi r là bán kính đường tròn (C) ; r = $\sqrt{R^2-d^2(I,P)}$ = $\sqrt{6}$
• Mặt cầu (S) có thể tích V = $\frac{1}{3}$ S(c).h = $\sqrt{3}.\pi$</td><td>0.25
0.25
0.25
0.25</td></tr>
<tr><td>Câu 9b</td><td>Cho số phức z thỏa mãn $(z+3-i)(\overline{z}+1+3i)$ là một số thực. Tìm giá trị nhỏ nhất của $\lvert z\rvert$</td><td>(1 điểm)</td></tr>
<tr><td></td><td>Giả sử $z = x+yi$.
Từ gt : w = $(z+3-i)(\overline{z}+1+3i) = (x+3+(y-1)i)(x+1-(y-3)i)$
$= x^2+y^2+4x+4y+6+2(x-y-4)i$
Ta có $w \in \mathbf{R} \Leftrightarrow x-y-4=0$
Tập hợp biểu diễn của z là đt (d) : $x-y-4=0$. Gọi M là điểm biểu diễn của z.
$\lvert z\rvert_{\min} \Leftrightarrow OM_{\min} \Leftrightarrow OM \perp (d)$
Tìm được $M(-2;2) \Leftrightarrow z = -2+2i$</td><td>0.25
0.25
0.25
0.25</td></tr>
</table>