

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu I. (2,0 điểm) Cho hàm số: $y = \frac{2x-3}{x-2}$ (C)

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
2. Viết phương trình tiếp tuyến của (C), biết tiếp tuyến đó cắt đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt tại 2 điểm A, B phân biệt sao cho $AB = \sqrt{2}IB$, với $I(2;2)$.

Câu II. (2,0 điểm) 1. Giải phương trình: $\frac{(\sin 2x - \sin x + 4) \cos x - 2}{2 \sin x + \sqrt{3}} = 0$

2. Giải bất phương trình: $\frac{6x^2 - 2(3x+1)\sqrt{x^2-1} + 3x - 6}{x+1 - \sqrt{x-1} - \sqrt{2-x} - \sqrt{2(x^2+2)}} \leq 0, (x \in \mathbb{R})$

Câu III. (1,0 điểm) Tính tích phân sau: $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin 2x + \tan x \cdot \ln \cos x}{\cos x} dx$

Câu IV. (1,0 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $d(SB; AD) = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

và $\angle SBC = \angle SDC = 90^\circ$. Tính theo a thể tích khối chóp $SABCD$ và khoảng cách giữa 2 đường thẳng AC và SB .

Câu V. (1,0 điểm) Cho $x > 1, y > 0, z > 0$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2}} - \frac{2}{x(y+1)(z+1)}$$

II. PHẦN RIÊNG (3 điểm) Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần A hoặc B)

A. Theo chương trình chuẩn

Câu VI_a. (2,0 điểm)

1. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho hình chữ nhật $ABCD$ có $A(5, -7)$, M là điểm sao cho $3\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{O}$, điểm C thuộc đường thẳng (d_1): $x - y + 4 = 0$. Đường thẳng (d_2) đi qua D và M có phương trình: $7x - 6y - 57 = 0$. Tìm tọa độ của B và C , biết điểm B có hoành độ âm.
2. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(0; 2; 0)$ và hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 có phương trình

$\Delta_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{1}; \Delta_2: \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{1}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua M song song với trục Ox , sao cho (P) cắt hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 lần lượt tại A, B thỏa mãn $AB = 1$.

Câu VII_a. (1,0 điểm) Tìm số phức z thỏa mãn $1 + \bar{z} = |\bar{z} - i|^2 + (iz - 1)^2$ và z có phần thực dương.

B. Theo chương trình nâng cao

Câu VI_b. (2,0 điểm)

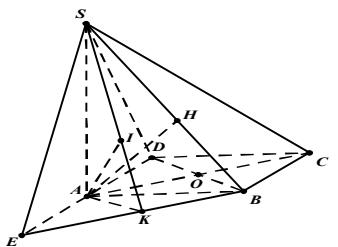
1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (T) có tâm $I(-\frac{3}{2}; 0)$ và (T) tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 4x + 2y - 19 = 0$, đường phân giác trong của góc A có phương trình: $x - y - 1 = 0$ (d). Viết phương trình đường thẳng BC , biết diện tích tam giác ABC bằng ba lần diện tích tam giác IBC và điểm A có tung độ âm.
2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(3; 0; 4)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{3}$.

Viết phương trình mp(P) đi qua A , song song với Δ và khoảng cách từ Δ tới (P) là lớn nhất.

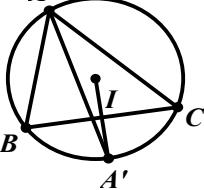
Câu VII_b. (1,0 điểm) Xét tập hợp các số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau được lập từ các chữ số $\{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của tập hợp trên. Tính xác suất để phần tử đó là một số không chia hết cho 5.

HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC LẦN 3 NĂM 2013-2014
Môn: TOÁN-khoi A-A1-B

	<u>Phần chung</u>	Điề m
	<p>1.(1 điểm)</p> <p>TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 2 \Rightarrow$ phương trình đường TCN: $y = 2$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow 2^-} y = -\infty; \lim_{x \rightarrow 2^+} y = +\infty \Rightarrow$ phương trình đường TCD: $x = 2$</p> <p>$y' = \frac{-1}{(x-2)^2} < 0 \quad \forall x \in D$</p> <p>$\Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$. Hàm số không có cực trị.</p> <p>Bảng biến thiên:</p>	0.25
	<p>Đồ thị:</p> <p>Giao điểm với trục tung: $A(0; 3/2)$</p> <p>Giao điểm với trục hoành: $B(3/2; 0)$</p>	0.25
Câu I (2 điểm)	<p>2.(1 điểm)</p> <p>Gọi $M(x_0; y_0) \in (C), x_0 \neq 2$ là tiếp điểm.</p> <p>PTTT của (C) tại M: $y = -\frac{1}{(x_0-2)^2}(x-x_0) + y_0$</p> <p>Do $AB = \sqrt{2}IB$ và tam giác AIB vuông tại $I \Rightarrow IA = IB$ nên hệ số góc của tiếp tuyến $k = 1$</p> <p>hoặc $k = -1$. vì $y' = \frac{-1}{(x-2)^2} < 0$ nên ta có hệ số góc tiếp tuyến $k = -1$.</p> <p>$\Leftrightarrow \frac{-1}{(x_0-2)^2} = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \\ x_0 = 3 \end{cases}$</p> <p>$\Rightarrow$ có hai phương trình tiếp tuyến: $y = -x + 2$; $y = -x + 6$</p>	0.25
Câu II (2 điểm)	<p>1.(1 điểm)</p> <p>Điều kiện: $2 \sin x + \sqrt{3} \neq 0$</p> <p>$(1) \Leftrightarrow \sin 2x \cos x - \frac{1}{2} \sin 2x + 4 \cos x - 2 = 0 \Leftrightarrow \sin 2x(\cos x - \frac{1}{2}) + 4(\cos x - \frac{1}{2}) = 0$</p> <p>$\Leftrightarrow (\cos x - \frac{1}{2})(\sin 2x + 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{1}{2} \\ \sin 2x + 4 = 0(VN) \end{cases}$</p> <p>$\Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$</p>	0.25

	Đối chiếu điều kiện nghiệm phương trình là: $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$	0.25
2.(1 điểm)		
	Điều kiện: $x \in [1; 2]$	
	$\forall x \in [1; 2]$ ta có: $(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1 \leq x^2 + x^2 + 1 + 1 = 2x^2 + 2 < 2x^2 + 4$	0.25
	$\Rightarrow x+1 < \sqrt{2(x^2+2)} \Rightarrow x+1 - \sqrt{x^2+1} - \sqrt{2-x} - \sqrt{2(x^2+2)} < 0$	
	Suy ra: $Bpt \Leftrightarrow 6x^2 - 2(3x+1)\sqrt{x^2-1} + 3x - 6 \geq 0$	
	$\Leftrightarrow 4(x^2-1) - 2(3x+1)\sqrt{x^2-1} + 2x^2 + 3x - 2 \geq 0$	
	$\Leftrightarrow (\sqrt{x^2-1} - x + \frac{1}{2})(\sqrt{x^2-1} - \frac{x}{2} - 1) \geq 0 \quad (1)$	0.25
	Xét $x \in [1; 2]$, ta có: $\sqrt{x^2-1} - \frac{x}{2} - 1 \leq \sqrt{3} - 2 < 0, \forall x \in [1; 2]$	0.25
	Do đó: (1) $\Leftrightarrow \sqrt{x^2-1} - x + \frac{1}{2} \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq \frac{5}{4}$.	0.25
	Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $T = \left[1; \frac{5}{4} \right]$	
Câu III (1 điểm)	(1 điểm)	
	$I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} 2 \sin x dx + \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\tan x \ln(\cos x)}{\cos x} dx = I_1 + I_2; I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{4}} 2 \sin x dx = -2 \cos x \Big _0^{\frac{\pi}{4}} = -\sqrt{2} + 2$	0.25
	Đặt $u = \ln \cos x; dv = \frac{\tan x}{\cos x} dx \Rightarrow du = \frac{-\sin x}{\cos x} dx; v = \frac{1}{\cos x} \Rightarrow I_2 = \frac{1}{\cos x} \ln \cos x \Big _0^{\frac{\pi}{4}} + \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx$	0.25
	$= \frac{2}{\sqrt{2}} \ln \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{\cos x} \Big _0^{\frac{\pi}{4}} = \sqrt{2} \ln \frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{2} - 1$	0.25
	*Kết quả $I = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \ln 2$	0.25
Câu IV (1 điểm)	(1 điểm)	
	+ Ta có: $BC \perp AB, BC \perp SB \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SA$	
	Tương tự: $DC \perp DA, DC \perp SD \Rightarrow DC \perp (SDA) \Rightarrow DC \perp SA$	0.25
	Từ đó suy ra: $SA \perp (ABCD)$	
	+ Trong (SAB) , kẻ $AH \perp SB \Rightarrow d(SB; AD) = AH = \frac{a\sqrt{2}}{2}$	
	Xét ΔSAB vuông tại A , đường cao $AH \Rightarrow SA = a \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{a^3}{3}$	0.25
		
	+ Trong $(ABCD)$, lấy E đối xứng với D qua A , kẻ $AK \perp BE$	
	+ Trong (SAK) , kẻ $AI \perp SK$.	0.25
	Từ đó suy ra: $d(SB; AC) = d(AC, (SBE)) \Rightarrow d(AI, (SBE)) = AI$	
	$\Rightarrow \frac{1}{AI^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AE^2} + \frac{1}{AB^2} \Rightarrow AI = \frac{a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow d(AC, SB) = \frac{a\sqrt{3}}{3}$	0.25
	Câu (1 điểm)	

V (1 diểm)	$P = \frac{1}{\sqrt{(x-1)^2 + y^2 + z^2 + 1}} - \frac{2}{x(y+1)(z+1)}$ <p>Đặt: $a = x-1; b = y; c = z; a, b, c > 0 \Rightarrow P = \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + 1}} - \frac{2}{(a+1)(b+1)(c+1)}$</p> $a^2 + b^2 + c^2 + 1 \geq \frac{(a+b)^2}{2} + \frac{(c+1)^2}{2} = \frac{1}{2}[(a+b)^2 + (c+1)^2] \geq \frac{1}{4}(a+b+c+1)^2$ $(a+1)(b+1)(c+1) \leq \left(\frac{a+1+b+1+c+1}{3}\right)^3 = \left(\frac{a+b+c+3}{3}\right)^3$ <p>Vậy $P \leq \frac{2}{a+b+c+1} - \frac{54}{(a+b+c+3)^3} = \frac{2}{t} - \frac{54}{(t+2)^3} = f(t)$, với $t = a+b+c+1, t > 1$</p> $f'(t) = -\frac{2}{t^2} + \frac{162}{(t+2)^4}; f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t=4 \\ t=1 \text{ (loại)} \end{cases}$ <p>Lập bảng biến thiên cho hàm số $f(t)$ ta có Max $P = \frac{1}{4}$ khi $\Leftrightarrow a=b=c=1 \Leftrightarrow x=2, y=1, z=1$</p>	0.25
Phản riêng		
1. (1 điểm) Gọi $C(c; c+4) \in d_1$, I là giao điểm của AC và $d_2: 7x - 6y - 57 = 0$. Ta có ΔAIM đồng dạng $\Delta CID \Rightarrow CI = 4AI \Rightarrow \overrightarrow{CI} = 4\overrightarrow{IA} \Rightarrow I\left(\frac{c+20}{5}; \frac{c-24}{5}\right)$	0.25	
Mà $I \in d_2$ nên ta có: $7\frac{c+20}{5} - 6\frac{c-24}{5} - 57 = 0 \Leftrightarrow c = 1$. Vậy $C(1; 5)$.	0.25	
Ta có: $M \in d_2 \Rightarrow M\left(t; \frac{7t-57}{6}\right) \Rightarrow B\left(4t-15; \frac{14t-51}{3}\right)$ $\Rightarrow \overrightarrow{AB} = \left(4t-20; \frac{14t-30}{3}\right), \overrightarrow{CB} = \left(4t-16; \frac{14t-66}{3}\right)$	0.25	
Do $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CB} = 0 \Leftrightarrow 17t^2 - 132t + 243 = 0 \Leftrightarrow t = 3$ hoặc $t = \frac{81}{17}$ $\Rightarrow B(-3; -3)$ hoặc $B\left(\frac{69}{17}; \frac{89}{17}\right)$ (loại). Vậy $B(-3; -3)$	0.25	
2.(1 điểm) Giả sử đã xác định được (P) thỏa mãn ycbt. $A \in \Delta_1 \Rightarrow A(1+2t; 2-2t; -1+t); B \in \Delta_2 \Rightarrow B(3+2s; -1-2s; s)$.	0.25	
Suy ra $\overrightarrow{AB} = (2+2(s-t); -3-2(s-t); 1+(s-t))$	0.25	
$\Rightarrow AB^2 = 9(s-t)^2 + 22(s-t) + 14 = 1 \Rightarrow s-t = -1$ hoặc $s-t = -\frac{13}{9}$.	0.25	
Với $s-t = -1 \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (0; -1; 0) \Rightarrow$ (P) có một vtpt $\vec{n}_1 = [\overrightarrow{AB}, \vec{i}] = (0; 0; 1)$, suy ra (P): $z = 0$ (loại do (P) chứa trục Ox).	0.25	
Với $s-t = -\frac{13}{9} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \left(-\frac{8}{9}; -\frac{1}{9}; -\frac{4}{9}\right)$, suy ra (P) có một vtpt $\vec{n}_2 = [\overrightarrow{AB}, \vec{i}] = (0; \frac{-4}{9}; \frac{1}{9})$	0.25	
Suy ra (P): $4y-z-8=0$ (TM).	0.25	
Câu VI_a (2 diểm)	Đặt $z = a+bi$, ($a, b \in R, a > 0$). Từ giả thiết ta có: $1+a-bi = a-(b+1)i ^2 + (-b-1+ai)^2$	0.25

VII_a (1 diểm)	$\Leftrightarrow 1+a-bi=2(b+1)^2-2a(b+1)i \Leftrightarrow \begin{cases} 1+a=2(b+1)^2 \\ b=2a(b+1) \end{cases}$ (I)	0.25
	Từ (I) suy ra : $1+\frac{b}{2(b+1)}=2(b+1)^2$ ($b \neq -1$) $\Leftrightarrow (b+2)(2b+1)^2=0 \Rightarrow b=-2$ hoặc $b=-\frac{1}{2}$	0.25
	+ Với $b=-\frac{1}{2} \Rightarrow a=-\frac{1}{2}$ (loại). + Với $b=-2 \Rightarrow a=1 \Rightarrow z=1-2i$	0.25
Câu VI_b (2 diểm)	1. (1 điểm) Đường tròn (T) có tâm $I\left(-\frac{3}{2}; 0\right)$, bán kính $R=d(I, \Delta)=\frac{5\sqrt{5}}{2}$ có pt: $x^2+y^2+3x-29=0$ Khi đó đường thẳng d cắt đường tròn (T) tại A và A' có tọa độ là nghiệm của hệ $\begin{cases} x^2+y^2+3x-29=0 \\ x-y-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow x=-4; y=-5 \text{ hoặc } x=\frac{7}{2}; y=\frac{5}{2}$ Diễn A có tung độ âm suy ra $A(-4; -5)$ và $A'\left(\frac{7}{2}; \frac{5}{2}\right)$	0.25
		
	Vì d là phân giác trong của góc A nên $cung BA'=cung CA' \Rightarrow IA' \perp BC$ Phương trình đường thẳng BC có dạng: $BC: 2x+y+m=0$	0.25
	Mặt khác ta có: $S_{ABC}=3S_{IBC} \Leftrightarrow \frac{1}{2}d(A, BC).BC=3.\frac{1}{2}d(I, BC).BC \Leftrightarrow d(A, BC)=3.d(I, BC)$	0.25
	$\frac{ m-13 }{\sqrt{5}}=3.\frac{ m-3 }{\sqrt{5}} \Leftrightarrow m-13 =3. m-3 \Leftrightarrow m=-2 \text{ hoặc } m=\frac{11}{2}$	0.25
	Với $m=-2$ khi đó $BC: 2x+y-2=0$, Với $m=\frac{11}{2}$ khi đó $BC: 4x+2y+11=0$ Vậy phương trình đường thẳng BC là: $2x+y-2=0$ và $4x+2y+11=0$.	0.25
	2. (1 điểm) Gọi H là hình chiếu của A trên Δ , mặt phẳng (P) đi qua A và $(P) \parallel \Delta$, khi đó khoảng cách giữa Δ và (P) là khoảng cách từ H đến (P). Giả sử điểm I là hình chiếu của H lên (P), ta có $AH \geq HI \Rightarrow HI$ lớn nhất khi $A \equiv I$ Vậy (P) cần tìm là mặt phẳng đi qua A và nhận \overrightarrow{AH} làm véc tơ pháp tuyến.	0.25
	$H \in \Delta \Rightarrow H(1+2t; t; 1+3t)$ vì H là hình chiếu của A trên Δ nên $AH \perp \Delta \Rightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \vec{u} = 0$ ($\vec{u}=(2; 1; 3)$ là véc tơ chỉ phương của Δ) $\Rightarrow H\left(\frac{40}{14}; \frac{13}{14}; \frac{53}{14}\right) \Rightarrow \overrightarrow{AH}\left(-\frac{2}{14}; \frac{13}{14}; \frac{3}{14}\right) \Rightarrow \vec{n}_p(2; -13; 3)$	0.25
Câu VII_b (1 diểm)	Vậy (P): $2(x-3)-13(y-0)+3(z-4)=0 \Leftrightarrow 2x-13y+3z-18=0$	0.25
	Gọi A là biến cố lập được số tự nhiên chia hết cho 5, có 5 chữ số khác nhau. Số các số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau kề cả số 0 đứng đầu: A_7^5	0.25
	Số các số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau và có số 0 đứng đầu là: A_6^4 số	0.25
	Số các số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau: $A_7^5 - A_6^4 = 2160$ số	0.25
	Số các số tự nhiên chia hết cho 5 có 5 chữ số khác nhau: $A_6^4 + 5 \cdot A_5^3 = 660$ số $\Rightarrow n(A) = 660$	0.25
	Ta có: $n(\Omega) = 2160, n(A) = 660 \Rightarrow P(A) = \frac{660}{2160} = \frac{11}{36} \Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - P(A) = \frac{25}{36}$	0.25

Lưu ý: Các cách giải khác đúng cho điểm tương đương từng phần.