

Đề chính thức
(Đề thi gồm 01 trang)

Thời gian làm bài: 180 phút (Không kể thời gian giao đề)

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - mx + 2$ có đồ thị (C_m) .

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số khi $m = 0$
2. Tìm số thực m để đồ thị hàm số (C_m) có hai điểm cực trị và đường thẳng đi qua hai điểm cực trị đó tạo với hai trục tọa độ một tam giác cân.

Câu 2 (1,0 điểm). Giải phương trình: $\frac{3 + 4\cos 2x - 8\cos^4 x}{\sin 2x - \cos 2x} = \frac{1}{\sin 2x}$

Câu 3 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^3 - 3x - y^3 - 6y^2 - 9y - 2 + \ln \frac{x-1}{y+1} = 0 \\ y[\log_2(x-3) + \log_3 y] = x + 1 \end{cases}$$

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân: $I = \int_{e^3}^{e^8} \frac{\ln x - 1}{x^2 - \ln^2 x} dx$.

Câu 5 (1,0 điểm). Cho lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = 2$, $BC = 4$. Hình chiếu vuông góc của điểm A_1 trên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm của AC . Góc giữa hai mặt phẳng (BCC_1B_1) và (ABC) bằng 60° . Tính thể tích khối lăng trụ đã cho và khoảng cách giữa hai đường thẳng AA_1 và BC .

Câu 6 (1,0 điểm). Cho a, b, c là các số thực không âm thỏa mãn $a + b + c = 5$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $S = a^4b + b^4c + c^4a$

II. PHẦN RIÊNG (3,0 điểm). Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần A hoặc B)

A. Theo chương trình Chuẩn.

Câu 7.a (1,0 điểm).

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có phương trình $AB: 2x + y - 1 = 0$, phương trình $AC: 3x + 4y + 6 = 0$ và điểm $M(1;3)$ nằm trên đường thẳng BC thỏa mãn $3MB = 2MC$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

Câu 8.a (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình thoi $ABCD$ với $A(-1;2;1)$, $B(2;3;2)$.

Tìm tọa độ các đỉnh C, D biết tâm I của hình thoi thuộc đường thẳng $d: \frac{x+1}{-1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{1}$

Câu 9.a (1,0 điểm). Cho số phức z thỏa mãn $1 + \bar{z} = |\bar{z} - i|^2 + (iz - 1)^2$. Tính mô đun của $z + \frac{4}{z+1}$.

B. Theo chương trình Nâng cao.

Câu 7.b (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích bằng 22, đường thẳng AB có phương trình $3x + 4y + 1 = 0$, đường thẳng BD có phương trình $2x - y - 3 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C, D .

Câu 8.b (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho tam giác ABC , $A(0;0;3)$, $B(0;1;0)$, $C(-2;0;0)$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm là H (H là trực tâm tam giác ABC) và tiếp xúc với trục Ox .

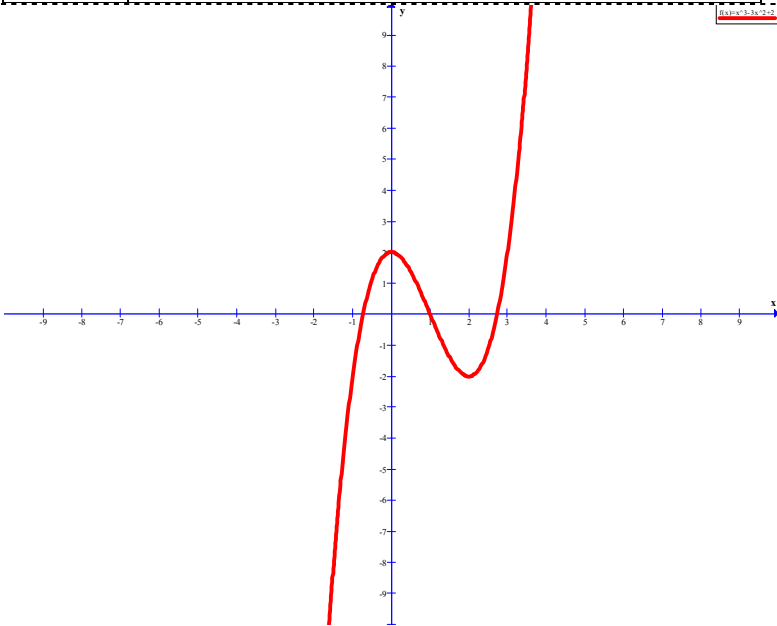
Câu 9.b (1,0 điểm). Cho các số phức $z_1 = \cos \alpha + i \sin \alpha$, $z_2 = \cos \beta + i \sin \beta$ thỏa mãn $z_1 + z_2 = \frac{4}{5} + \frac{3}{5}i$. Tính $\tan(\alpha + \beta)$

----- HẾT -----

Đáp án chính thức

(gồm 06 trang)

*Thời gian làm bài: 180 phút (Không kể thời gian giao đề)***I/ Đáp án**

Câu	Đáp án	Điểm																
Câu 1 (2 điểm)	Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - mx + 2$ có đồ thị (C_m) . 1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số khi $m = 0$																	
	Khi $m = 0$ hàm số có dạng $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.	0.25																
	Ta có: $y' = 3x^2 - 6x = 3x(x - 2)$ $y' = 0 \Leftrightarrow 3x(x - 2) = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = 2$ $y' > 0$ khi $x < 0$ hoặc $x > 2 \Rightarrow$ hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$ $y' < 0$ khi $0 < x < 2 \Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0 \Rightarrow y_{CD} = y(0) = 2$; Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2 \Rightarrow y_{CT} = y(2) = -2$; Giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \left(1 - \frac{3}{x} + \frac{2}{x^3}\right) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 \left(1 - \frac{3}{x} + \frac{2}{x^3}\right) = -\infty$	0.25																
	Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td>$-\infty$</td><td>2</td><td>-2</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	y'	+	0	-	0	+	y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	0.25
	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$													
y'	+	0	-	0	+													
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$														
 Đồ thị:	0.25																	
2. Tìm số thực m để đồ thị hàm số (C_m) có hai điểm cực trị và đường thẳng đi qua hai điểm cực trị đó tạo với hai trục tọa độ một tam giác cân.																		
	$y' = 3x^2 - 6x - m$. Hàm số có hai cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' = 9 + 3m > 0 \Leftrightarrow m > -3$	0.25																

	Ta có $y = \frac{1}{3}(x-1).y' - 2\left(\frac{m}{3} + 1\right)x + 2 - \frac{m}{3} \Rightarrow$ Đường thẳng (Δ) đi qua hai điểm cực trị của đồ thị có phương trình $(\Delta): y = -2\left(\frac{m}{3} + 1\right)x + 2 - \frac{m}{3}$	0.25	
	$(\Delta) \cap Ox = \left\{A\left(\frac{m-6}{2(m+3)}; 0\right)\right\}, (\Delta) \cap Oy = \left\{B\left(0; \frac{6-m}{3}\right)\right\}$	0.25	
	Tam giác OAB cân $\Leftrightarrow OA = OB \Leftrightarrow \left \frac{m-6}{2(m+3)}\right = \left \frac{6-m}{2}\right \Leftrightarrow m = 6; m = -\frac{9}{2}; m = -\frac{3}{2}$ đổi chiều điều kiện và tồn tại tam giác $OAB \Rightarrow m = -\frac{3}{2}$	0.25	
Câu 2 (1 điểm)	Giải phương trình : $\frac{3+4\cos 2x-8\cos^4 x}{\sin 2x-\cos 2x} = \frac{1}{\sin 2x}$		
	$\mathbb{D}/\mathbb{K} \begin{cases} \sin 2x - \cos 2x \neq 0 \\ \sin 2x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{8} + l\frac{\pi}{2} \\ x \neq l\frac{\pi}{2} \end{cases} (l \in \mathbb{Z}) \quad (*)$	0.25	
	Ta có $8\cos^4 x = 2(1+\cos 2x)^2 = 2\left(1+2\cos 2x+\frac{1+\cos 4x}{2}\right) = 3+4\cos 2x+\cos 4x$		
	Với $\mathbb{D}/\mathbb{K} \quad (*)$ phương trình đã cho		
	$\Leftrightarrow -\frac{\cos 4x}{\sin 2x-\cos 2x} = \frac{1}{\sin 2x} \Leftrightarrow (\sin 2x-\cos 2x)(\sin 2x+\cos 2x) = \sin 2x-\cos 2x$		0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin 2x-\cos 2x=0(loại) \\ \sin 2x+\cos 2x=1 \end{cases} \Leftrightarrow \cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{\pi}{4}+k\pi \\ x=k\pi(loại) \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$		0.25
	Vậy phương trình có một họ nghiệm duy nhất : $x = \frac{\pi}{4} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$		0.25
Câu 3 (1 điểm)	Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^3-3x-y^3-6y^2-9y-2+\ln\frac{x-1}{y+1}=0 & (1) \\ y[\log_2(x-3)+\log_3 y]=x+1 & (2) \end{cases}$		
	$\mathbb{D}/\mathbb{K} \begin{cases} \frac{x-1}{y+1} > 0 \\ x-3 > 0 \\ y > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ y > 0 \end{cases}$ Từ phương trình (1) biến đổi ta được	0.25	
	$(x-1)^3+3(x-1)^2+\ln(x-1)=(y+1)^3+3(y+1)^2+\ln(y+1) \quad (3)$		
	Xét hàm số $f(t)=t^3+3t^2+\ln t$ trên khoảng $(0;+\infty)$ $f'(t)=3t^2+6t+\frac{1}{t} > 0 \quad \forall t > 0 \Rightarrow$ hàm số $f(t)$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$		0.25
	Phương trình (3) $\Leftrightarrow f(x-1)=f(y+1) \Leftrightarrow x-1=y+1 \Leftrightarrow y=x-2 \quad (4)$ Thế (4) vào (2) ta được $(x-2)[\log_2(x-3)+\log_3(x-2)]=x+1$		0.25

	$\Leftrightarrow \log_2(x-3) + \log_3(x-2) = \frac{x+1}{x-2} \Leftrightarrow \log_2(x-3) + \log_3(x-2) - \frac{x+1}{x-2} = 0 \quad (5)$								
	Xét hàm số $g(x) = \log_2(x-3) + \log_3(x-2) - \frac{x+1}{x-2}$ trên khoảng $(3; +\infty)$ $g'(x) = \frac{1}{(x-3)\ln 2} + \frac{1}{(x-2)\ln 3} + \frac{3}{(x-2)^2} > 0 \quad \forall x > 3 \Rightarrow \text{hàm số } g(x) \text{ đồng biến}$ trên khoảng $(3; +\infty)$. Phương trình (5) $\Leftrightarrow g(x) = g(5) \Leftrightarrow x = 5 \xrightarrow{(4)} y = 3$ Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (5; 3)$	0.25							
Câu 4 (1 điểm)	Tính tích phân : $I = \int_{e^3}^{e^8} \frac{\ln x - 1}{x^2 - \ln^2 x} dx$								
	$I = \int_{e^3}^{e^8} \frac{\ln x - 1}{x^2 - \ln^2 x} dx = \int_{e^3}^{e^8} \frac{\ln x - 1}{\frac{\ln^2 x}{\frac{x^2}{\ln^2 x} - 1}} dx = \int_{e^3}^{e^8} \frac{\ln x - 1}{\left(\frac{x}{\ln x}\right)^2 - 1} dx$	0.25							
	Đặt $t = \frac{x}{\ln x} \Rightarrow dt = \frac{\ln x - 1}{\ln^2 x} dx$, đổi cận	<table><tr><td>x</td><td>e^3</td><td>e^8</td></tr><tr><td>t</td><td>$\frac{e^3}{3}$</td><td>$\frac{e^8}{8}$</td></tr></table>	x	e^3	e^8	t	$\frac{e^3}{3}$	$\frac{e^8}{8}$	0.25
	x	e^3	e^8						
	t	$\frac{e^3}{3}$	$\frac{e^8}{8}$						
$I = \int_{\frac{e^3}{3}}^{\frac{e^8}{8}} \frac{1}{t^2 - 1} dt = \frac{1}{2} \int_{\frac{e^3}{3}}^{\frac{e^8}{8}} \left(\frac{1}{t-1} - \frac{1}{t+1} \right) dt$	0.25								
$\Leftrightarrow I = \frac{1}{2} \ln \frac{t-1}{t+1} \Big _{\frac{e^3}{3}}^{\frac{e^8}{8}} = \frac{1}{2} \ln \frac{(e^8 - 8)(e^3 + 3)}{(e^8 + 8)(e^3 - 3)}$	0.25								
Câu 5 (1 điểm)	Cho lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = 2$, $BC = 4$. Hình chiếu vuông góc của điểm A_1 trên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm của AC . Góc giữa hai mặt phẳng (BCC_1B_1) và (ABC) bằng 60° . Tính thể tích khối lăng trụ đã cho và khoảng cách giữa hai đường thẳng AA_1 và BC .								
	Từ gt ta có $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = 2\sqrt{3}$. Gọi H là trung điểm của $AC \Rightarrow A_1H \perp (ABC)$. Vẽ hình bình hành $ABCE$, Vẽ $HI \perp AE$ tại I. Do $(A_1AE) // (BCC_1B_1)$ nên $((BCC_1B_1), (ABC)) = ((A_1AE), (ABC))$, ta có $AE \perp HI, AE \perp A_1H$ suy ra $AE \perp (A_1HI) \Rightarrow ((A_1AE), (ABC)) = \widehat{A_1HI} = 60^\circ$	0.25							
	Ta có $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = 2\sqrt{3}$, do $AB = \frac{1}{2} BC \Rightarrow \widehat{ACB} = 30^\circ = \widehat{EAC}$ (so le trong) $\Rightarrow HI = \frac{1}{2} AH = \frac{1}{4} AC = \frac{\sqrt{3}}{2}, A_1H = HI \cdot \tan 60^\circ = \frac{3}{2}$. Vậy thể tích khối lăng trụ là $V_{ABC.A_1B_1C_1} = A_1H \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{3}{2} \cdot 2\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$ (đvtt)	0.25							

	Do $BC \parallel (A_1AE)$, $d(BC, AA_1) = d(BC, (A_1AE)) = d(C, (A_1EA)) = 2d(H, (A_1EA))$ Vẽ $HK \perp A_1I$, $AE \perp (A_1HI) \Rightarrow HK \perp (A_1AE) \Rightarrow HK = d(H, (A_1AE)) = \frac{1}{2} A_1H = \frac{3}{4}$	0.25
	Vậy khoảng cách giữa hai đường thẳng AA_1 và BC bằng $\frac{3}{2}$ (đvdd)	0.25
Câu 6 (1 điểm)	Cho a, b, c là các số thực không âm thỏa mãn $a + b + c = 5$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $S = a^4b + b^4c + c^4a$	
	Trong 3 số a, b, c có 1 số nằm giữa 2 số chẳng hạn là b nên ta có $c(b-a)(b^3 - c^3) \leq 0$ (1)	0.25
	(1) $\Leftrightarrow b^4c + c^4a \leq c^4b + ab^3c \Leftrightarrow S = a^4b + b^4c + c^4a \leq b(a^4 + c^4 + b^2ac)$ $\leq b(a^4 + c^4 + (a+c)^2ac) \leq b(a+c)^4$	0.25
	$= \frac{1}{4} \cdot 4b(a+c)^4 \leq \frac{1}{4} \left[\frac{4b + (a+c) + (a+c) + (a+c) + (a+c)}{5} \right]^5 = 256$ (2) (bđt AM-GM)	0.25
	dấu bằng xảy ra ở (2) $\Leftrightarrow a = 4; b = 1; c = 0$ Vậy GTLN của $F(a; b; c) = 256$ đạt được khi $a = 4, b = 1, c = 0$	0.25
Câu 7a. (1 điểm)	Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có phương trình $AB: 2x + y - 1 = 0$, phương trình $AC: 3x + 4y + 6 = 0$ và điểm $M(1; 3)$ nằm trên đường thẳng BC thỏa mãn $3MB = 2MC$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC.	
	$\{A\} = AB \cap AC \Rightarrow$ Tọa độ A là nghiệm hpt $\begin{cases} 2x + y - 1 = 0 \\ 3x + 4y + 6 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases} \Rightarrow A(2; -3)$ $B(b; -2b+1) \in AB, C(4c-2; -3c) \Rightarrow \overrightarrow{MB} = (b-1; -2b-2); \overrightarrow{MC} = (4c-3; -3c-3)$	0.25
	Do M, B, C thẳng hàng và $3MB = 2MC$ nên có hai trường hợp +TH1 $3\overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MC} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(b-1) = 2(4c-3) \\ 3(-2b-2) = 2(-3c-3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{3}{5} \\ c = \frac{3}{5} \end{cases} \Rightarrow B\left(\frac{3}{5}; -\frac{1}{5}\right), C\left(\frac{2}{5}; -\frac{9}{5}\right)$	0.25
	Khi đó tọa độ trọng tâm $G\left(1; -\frac{5}{3}\right)$ +TH2 $3\overrightarrow{MB} = -2\overrightarrow{MC} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(b-1) = -2(4c-3) \\ 3(-2b-2) = -2(-3c-3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -5 \\ c = 3 \end{cases} \Rightarrow B(-5; 11), C(10; -9)$	0.25
	Khi đó tọa độ trọng tâm $G\left(\frac{7}{3}; -\frac{1}{3}\right)$ Vậy tọa độ trọng tâm $G\left(1; -\frac{5}{3}\right)$ hoặc $G\left(\frac{7}{3}; -\frac{1}{3}\right)$.	0.25
Câu 8a. (1 điểm)	Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hình thoi ABCD với $A(-1; 2; 1), B(2; 3; 2)$. Tìm tọa độ các đỉnh C, D biết tâm I của hình thoi thuộc đường thẳng $d: \frac{x+1}{-1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{1}$	

	Gọi $I(-1-t; -t; 2+t) \in d$. Ta có $\overrightarrow{IA} = (t; t+2; -t-1)$, $\overrightarrow{IB} = (t+3; t+3; -t)$	0.25
	Do $ABCD$ là hình thoi nên $\overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{IB} = 0 \Leftrightarrow 3t^2 + 9t + 6 = 0 \Leftrightarrow t = -1, t = -2$	0.25
	Do C đối xứng với A qua I và D đối xứng với B qua I nên	0.25
	$t = -1 \Rightarrow I(0; 1; 1) \Rightarrow C(1; 0; 1), D(-2; -1; 0)$ $t = -2 \Rightarrow I(1; 2; 0) \Rightarrow C(3; 2; -1), D(0; 1; -2)$	0.25
Câu 9a. (1 điểm)	Cho số phức z thỏa mãn $1 + \bar{z} = \bar{z} - i ^2 + (iz - 1)^2$. Tính mô đun của $z + \frac{4}{z+1}$.	
	Đặt $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$). Từ gt suy ra $1 + a - bi = a - (b+1)i ^2 + (-b-1+ai)^2$ $\Leftrightarrow 1 + a - bi = 2(b+1)^2 - 2a(b+1)i \Leftrightarrow \begin{cases} 1+a = 2(b+1)^2 \\ b = 2a(b+1) \end{cases}$	0.25
	$\Leftrightarrow 1 + \frac{b}{2(b+1)} = 2(b+1)^2, (b \neq -1) \Leftrightarrow (b+2)(2b+1)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = -2 \Rightarrow a = 1 \\ b = -\frac{1}{2} \Rightarrow a = -\frac{1}{2} \end{cases}$ $z = 1 - 2i$ hoặc $z = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$	0.25
	$z = 1 - 2i \Rightarrow \left z + \frac{4}{z+1} \right = \left 1 - 2i + \frac{4}{2-2i} \right = 1 - 2i + 1 + i = 2 - i = \sqrt{5}$	0.25
	$z = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i \Rightarrow \left z + \frac{4}{z+1} \right = \left -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i + \frac{8}{1-i} \right = \frac{7}{2} 1+i = \frac{7\sqrt{2}}{2}$	0.25
Câu 7b. (1 điểm)	Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho hình chữ nhật ABCD có diện tích bằng 22, đường thẳng AB có phương trình $3x + 4y + 1 = 0$, đường thẳng BD có phương trình $2x - y - 3 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C, D..	
	Điểm B là giao giữa AB và BD $\Rightarrow B(1; -1)$ $S_{\square ABCD} = AB \cdot AD = 22$ (1). Đường thẳng AB có vtpt $\vec{n}_1 = (3; 4)$, AC có vtpt $\vec{n}_2 = (2; -1)$ $\cos \widehat{ABD} = \cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2) = \frac{ \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 }{ \vec{n}_1 \vec{n}_2 } = \frac{2}{5\sqrt{5}} \Rightarrow \tan \widehat{ABD} = \frac{11}{2} = \frac{AD}{AB}$ (2) từ (1), (2) $\Rightarrow AD = 11, AB = 2$ (3)	0.25
	$D \in BB \Rightarrow D(a; 2a-3), AD = d(D; (AB)) = \frac{ 11a-11 }{5}$ (4). Từ (3) & (4) suy ra $ 11a-11 = 55 \Leftrightarrow a = 6, a = -4$	0.25
	$a = 6 \Rightarrow D(6; 9)$. Do $AD \perp AB \Rightarrow AD: 4x - 3y + 3 = 0 \Rightarrow A\left(-\frac{3}{5}; \frac{1}{5}\right), I\left(\frac{7}{2}; 4\right)$ trung điểm của BD. C đối xứng A qua I $\Rightarrow C\left(\frac{38}{5}; \frac{39}{5}\right)$	0.25
	$a = -4 \Rightarrow D(-4; -11)$ tương tự trên ta tính được $A\left(\frac{13}{5}; -\frac{11}{5}\right) \& C\left(-\frac{28}{5}; -\frac{49}{5}\right)$	0.25
Câu 8b. (1 điểm)	Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho tam giá ABC, $A(0; 0; 3), B(0; 1; 0), C(-2; 0; 0)$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm là H (H là trực tâm tam giác ABC), tiếp xúc với trục Ox.	
	Ta có $OA \perp OB, OB \perp OC, OC \perp OA$ $OA \perp (OBC) \Rightarrow OA \perp BC$ mặt khác $AH \perp BC \Rightarrow BC \perp (OAH) \Rightarrow BC \perp OH$ Tương tự $CA \perp OH$ từ đó $OH \perp (ABC)$	0.25

Câu 9b. (1 điểm)	Mặt phẳng $(ABC): \frac{x}{-2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1 \Leftrightarrow (ABC): 3x - 6y - 2z + 6 = 0$ đường thẳng $\begin{cases} \text{Qua } O(0;0;0) \\ \text{vtcp } \vec{u} = \text{vtpt } \vec{n}_{(ABC)} = (3; -6; -2) \end{cases} \Leftrightarrow (OH) \begin{cases} x = 3t \\ y = -6t \\ z = -2t \end{cases}$	0.25
	Toạ độ H là nghiệm hpt $\begin{cases} x = 3t \\ y = -6t \\ z = -2t \\ 3x - 6y - 2z + 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -\frac{2}{13} \\ x = -\frac{6}{13} \\ y = \frac{12}{13} \\ z = \frac{4}{13} \end{cases} \Leftrightarrow H\left(-\frac{6}{13}; \frac{12}{13}; \frac{4}{13}\right)$	0.25
	Hình chiếu của H trên trục Ox là $H_1\left(-\frac{6}{13}; 0; 0\right) \Rightarrow HH_1 = \sqrt{\left(\frac{12}{13}\right)^2 + \left(\frac{4}{13}\right)^2} = \frac{\sqrt{160}}{13}$ Mặt cầu cần tìm có tâm $H\left(-\frac{6}{13}; \frac{12}{13}; \frac{4}{13}\right)$, bán kính $R = \frac{\sqrt{160}}{13}$ có phương trình $\left(x + \frac{6}{13}\right)^2 + \left(x - \frac{12}{13}\right)^2 + \left(x - \frac{4}{13}\right)^2 = \frac{160}{169}$	0.25
	Cho các số phức $z_1 = \cos \alpha + i \sin \alpha, z_2 = \cos \beta + i \sin \beta$ thỏa mãn $z_1 + z_2 = \frac{4}{5} + \frac{3}{5}i$. Tính $\tan(\alpha + \beta)$	
	$ z_1 = z_2 = z_1 + z_2 = 1$	0.25
	$1 = z_1 + z_2 ^2 = (z_1 + z_2)(\overline{z_1 + z_2}) = (z_1 + z_2)(\bar{z}_1 + \bar{z}_2) = (z_1 + z_2)\left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2}\right) = \frac{(z_1 + z_2)^2}{z_1 z_2}$	0.25
	$z_1 z_2 = (z_1 + z_2)^2 \Leftrightarrow \cos(\alpha + \beta) + i \sin(\alpha + \beta) = \left(\frac{4}{5} + \frac{3}{5}i\right)^2$ $\Leftrightarrow \cos(\alpha + \beta) + i \sin(\alpha + \beta) = \frac{7}{25} + \frac{24}{25}i \Rightarrow \begin{cases} \cos(\alpha + \beta) = \frac{7}{25} \\ \sin(\alpha + \beta) = \frac{24}{25} \end{cases}$	0.25
	$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha + \beta)} = \frac{24}{7}$	0.25

-----Hết-----