# ĐỀ THI BỔ SUNG CHỌN HỌC SINH VÀO ĐỘI TUYỂN DỰ THI IMO 2005

*****************

**Bài 1:**

Cho tam giác ABC có $AB \neq AC$ và các góc $B, C$ đều nhọn (*). Kí hiệu (O) là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Gọi D là chân đường cao ứng với đỉnh A; từ C hạ CH vuông góc với đường thẳng AO. Kí hiệu (I) là đường tròn đi qua điểm H và tiếp xúc với đường tròn (P) đường kính AB tại điểm D.

**1.** Tìm giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn OI đối với tất cả các tam giác ABC thoả mãn điều kiện (*) , có $BC = 1$ và có bán kính các đường tròn (I) và (P) bằng nhau.

**2.** Gọi Q là trung điểm cạnh AC, G là trọng tâm tam giác ABC. Đường phân giác trong góc A của tam giác ABC cắt đường thẳng IQ tại E và đường tròn (P) tại F. Đường phân giác ngoài góc A của tam giác ABC cắt đường tròn (O) tại K (K khác A).

Chứng minh rằng GK đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác DEF."

**Bài 2:**

Xét số $A = 2004^{2005} - 2005^{2004} - 2052^{1991}$.

Hãy chứng minh rằng A là một hợp số dương và tổng các ước số dương của A chia hết cho 24.

**Bài 3:**

Cho bảng vuông kích thước $n \times n,\ n \geq 2$. Hai ô vuông được gọi là kề nhau nếu chúng là hai ô liên tiếp trên cùng một hàng hoặc cùng một cột .

**1.** Tìm số nguyên dương $p$ lớn nhất để tồn tại một cách đánh dấu $p$ ô trên bảng thoả mãn: Trong số các ô kề với mỗi ô được đánh dấu có không quá một ô được đánh dấu.

**2.** Hai cách đánh dấu được gọi là $q$ kề nhau nếu chúng đều có $q$ ô được đánh dấu, trong đó có $q-1$ ô có vị trí trùng nhau trên bảng và hai ô còn lại của hai cách này là hai ô kề nhau. Tìm số nguyên dương $q$ nhỏ nhất để tồn tại một cách đánh dấu $q$ ô trên bảng thoả các điều kiện:

i) Tất cả các ô kề với mỗi ô được đánh dấu đều không được đánh dấu.

ii) Mọi cách đánh dấu $q$ kề nhau với nó đều không thoả mãn điều kiện i).