

ĐỀ CHÍNH THỨC

MÔN THI: TOÁN

Ngày thi: 06 – 10 – 2010

SBD:

Thời gian **180 phút**, không kể thời gian giao đề
(Đề gồm 04 bài, 01 trang)

Bài 1 (5,0 điểm)

Tìm tất cả các hàm $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, sao cho: f hoặc không có hoặc chỉ có hữu hạn các 0 – điểm (ta gọi z là 0 – điểm của f nếu $f(z)=0$), đồng thời $f(x^4 + y) = x^3f(x) + f(f(y))$ với mọi $x, y \in \mathbb{R}$.

Bài 2 (5,0 điểm)

Cho p là một số nguyên tố lớn hơn 2 và thoả mãn điều kiện: $p-2$ chia hết cho 3. Gọi $S = \{y^2 - x^3 - 1 \mid x, y \in \mathbb{Z}, 0 \leq x, y \leq p-1\}$. Chứng minh rằng có nhiều nhất $p-1$ phần tử của S chia hết cho p .

Bài 3 (4,0 điểm)

Giả sử M, N là các điểm nằm trong tam giác ABC sao cho $\widehat{MAB} = \widehat{NAC}$, $\widehat{MBA} = \widehat{NBC}$. Chứng minh rằng:

$$\frac{AM \cdot AN}{AB \cdot AC} + \frac{BM \cdot BN}{BA \cdot BC} + \frac{CM \cdot CN}{CA \cdot CB} = 1.$$

Bài 4 (6,0 điểm)

Cho trước một đa diện lồi với $n \geq 5$ mặt, mà từ mỗi đỉnh của nó có đúng 3 cạnh. Hai người chơi một trò chơi như sau: Mỗi người lần lượt viết tên của mình lên một trong các mặt còn trống. Để thắng, người chơi cần viết tên mình lên 3 mặt có cùng đỉnh chung. Chứng minh rằng tồn tại một cách chơi mà người thứ nhất luôn thắng.

--- HẾT---

Giám thị không được giải thích gì thêm.