

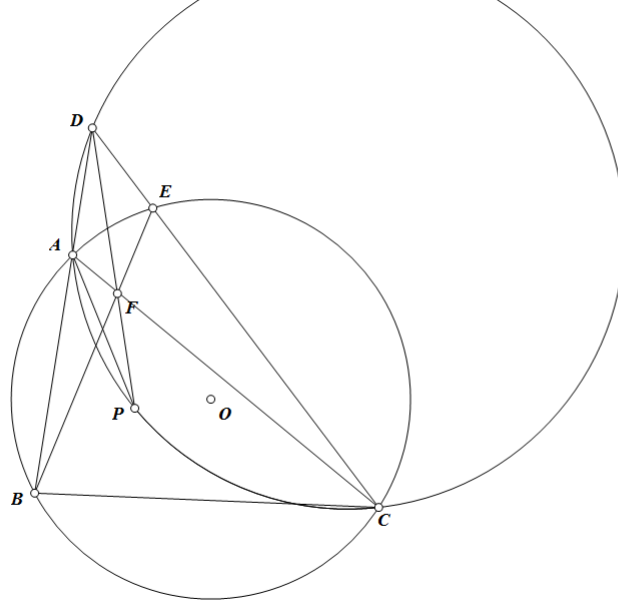
Tuyển tập các bài toán hình học trong các đề thi vào lớp 10 chuyên(Số 2)

Nguyễn Duy Khương-chuyên Toán khoá 1518-THPT chuyên Hà Nội Amsterdam

Tóm tắt nội dung: Để giúp các bạn lớp 9 chuẩn bị, mình viết tuyển tập này nhằm giúp các bạn có định hướng tốt hơn khi đối mặt với những bài toán tương tự cũng như từ đó giúp các bạn có nguồn tư liệu ôn thi. Mỗi số mình sẽ đăng lời giải cho 5 bài toán hình học trong các đề thi vào lớp 10 chuyên đồng thời cũng sẽ đề nghị 5 bài toán để các bạn luyện tập. Mong các bạn tiếp tục ủng hộ mình trong những thời gian sắp tới. Ở số này mình muốn giới thiệu một số bài toán trong các đề thi thử vào 10 của các trường chuyên-các bài toán này rất chất lượng không kém gì các bài thi thật.

Bài toán 11(Thi thử vòng 1 chuyên KHTN 2011-2012): Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O) . P là 1 điểm nằm trong tam giác ABC sao cho BA cắt (PAC) tại điểm $D \neq A$ thì A nằm giữa B, D . Gọi $CD \cap (O) = C, E$.

- 1) Chứng minh rằng: DP cắt BE tại điểm F thuộc (PAB) .
- 2) Chứng minh rằng: C, P, E, F đồng viên.
- 3) Giả sử $F \in AC$. Chứng minh rằng: B, P, E, D đồng viên.



Lời giải: 1) Ta có: $\angle APF = \angle ACE = \angle ABF$ do đó $ABPF$ nội tiếp hay là $F = PD \cap BE \in (PAB)$ (đpcm).

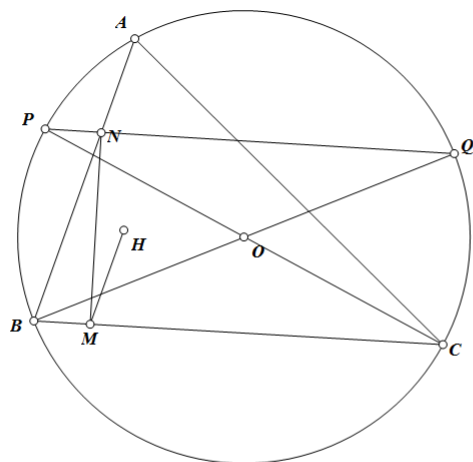
2) Từ câu 1) thì hiển nhiên $DF.DP = DA.DB = DE.DC$ (theo hệ thức lượng trong đường tròn) do đó $PFEC$ nội tiếp(đpcm).

3) Nếu $F \in AC$ thế thì áp dụng tính chất của tứ giác toàn phần $AFCEDB$ (chú ý từ 1) 2) ta đã có: $AFPB$ và $PFEC$ nội tiếp) do đó B, P, E, D đồng viên.

Nhận xét: Bài toán không khó. Các bạn có thể tham khảo các tính chất tứ giác toàn phần trong bài viết **Các chuyên đề hình học dành cho các bạn THCS(Số 2)**.

Bài toán 12(Thi thử vào chuyên KHTN đợt 2/2008-2009): Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O) . Gọi H là chân đường cao hạ từ A xuống BC .

1. Chứng minh rằng: $\angle BAH = \angle OAC$.
2. Đường tròn qua A, C và tiếp xúc BC cắt AO kéo dài tại P . Chứng minh rằng: $CT \perp AB$.



Lời giải: 1) Ta có CP là đường kính của (O) do đó $AP \perp AC$ hay là $AP \parallel BH$. Lại có: $BP \parallel AH$ (cùng vuông góc BC) do đó $BPAH$ là 1 hình bình hành.

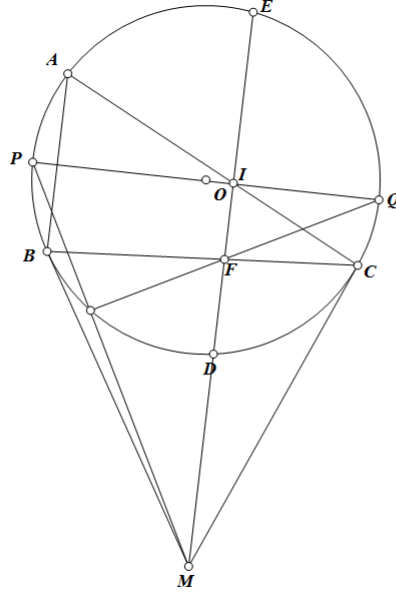
2) Ta dễ thấy tứ giác $ANMH$ có các cặp cạnh đối song song do đó nó là 1 hình bình hành. Vậy $MN \parallel AH \parallel PB$ do đó tứ giác $PNBM$ là 1 hình bình hành có 1 góc vuông do đó nó là 1 hình chữ nhật vậy là $\angle QPB = 90^\circ$ do đó BQ là đường kính của (O) (đpcm).

Bài toán 14 (Thi thử môn Toán dành cho thí sinh thi vào chuyên Toán ĐHSP 2014-2015): Cho đường tròn (O) có dây cung BC không là 1 đường kính. Gọi A là điểm chính giữa cung lớn BC . Các tiếp tuyến của (O) tại B, C cắt nhau ở S . Gọi H là hình chiếu vuông góc của C trên AB , M là trung điểm của CH . $AM \cap (O) = A, N$.

a) Gọi $SA \cap BC = D$. Chứng minh rằng: $CMDN$ nội tiếp.

b) Tia SA cắt (O) tại điểm tại điểm thứ hai là E . Chứng minh rằng: $CE \parallel SA$.

c) Chứng minh rằng: CN chia đôi SD .



Lời giải: Bài toán này khá hay và rất ấn tượng với tôi trong các bài thi vào 10 năm đó. Do $AB \parallel DE$ do đó $\angle MIC = \angle BAC = \angle MBC$ do đó $MBIC$ nội tiếp suy ra $FI.FM = FB.FC = FD.FE$. Áp dụng hệ thức *Maclaurin* đảo (các bạn có thể xem kĩ trong chuyên đề 3 dành cho THCS mà tôi viết về vấn đề hàng điểm điều hoà dưới góc nhìn kiến thức THCS) thì I là trung điểm DE . Do đó dĩ nhiên OI hay PQ chính là đường kính của (O) . Lại để ý rằng: $FI.FM = FT.FQ$ do đó $\angle QTM = \angle QID = 90^\circ$ mà $\angle PTQ = 90^\circ$ (Cmt) do đó P, T, M thẳng hàng (đpcm).

Một số bài tập đề nghị:

Bài toán 16 (Thi thử vào chuyên Toán KHTN 2012): Cho tam giác ABC ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O) . Phân giác góc $\angle BAC$ cắt (O) tại D, A . Lấy E đối xứng D qua O . Gọi F là 1 điểm thuộc cung BD không chứa A, C của (O) , $FE \cap BC = G$. Lấy $H \in AF : GH \parallel AD$. Chứng minh rằng: HG là phân giác góc $\angle BHC$.

Bài toán 17 (Thi thử vào chuyên KHTN 2015): Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O) . AD là phân giác BAC với D nằm giữa B, C . AD cắt (O) tại điểm $E \neq A$. EF là đường kính của (O) . P là 1 điểm nằm giữa A, D . Gọi $FP \cap (O) = Q, F$. Đường thẳng qua P vuông góc AD cắt CA, AB tại M, N .

a) Chứng minh rằng: $PBQN, PQCM$ là các tứ giác nội tiếp.

b) Giả sử QN cắt PC trên (O) . Chứng minh rằng: QM cũng cắt PB trên (O) .

Bài toán 18 (Thi thử vào chuyên KHTN 2015-đợt 3): Cho tam giác ABC

vuông tại A với phân giác $BE (E \in CA)$. Giả sử $(BCE) \cap AB = F, B$.

1) Chứng minh rằng: $BC = AB + AF$.

2) Gọi K là hình chiếu của A lên BC . Trên đoạn AB lấy điểm L sao cho $BL = BK$.

Chứng minh rằng: $\frac{AL}{AF} = \sqrt{\frac{BK}{BC}}$.

Bài toán 19(Thi tuyển sinh vào 10 chuyên ĐHSP cho mọi thí sinh 2015):

Cho tam giác ABC có các góc nhọn và $\angle BAC = 60^\circ$. Các đường phân giác trong BB_1, CC_1 cắt nhau tại I .

1. Chứng minh rằng: AB_1IC_1 nội tiếp.

2. Gọi $K, B = BC \cap (BC_1I)$. Chứng minh rằng: $CKIB_1$ nội tiếp.

3. Chứng minh rằng: $AK \perp B_1C_1$.

Bài toán 20(Trích đề thi thử vào chuyên Toán KHTN đợt 3-2015): Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp (O) . Gọi P là 1 điểm nằm trên phân giác góc $\angle BAC$. Gọi đường tròn đường kính AP cắt (O) tại các điểm A, P . Gọi AH là đường cao của tam giác ABC . Gọi L là hình chiếu của P lên AH . Giả sử GL chia đôi HP . Chứng minh rằng: P là tâm nội tiếp tam giác ABC .