

Olympic gặp gỡ toán học 2017 khối 12

Phạm Quốc Sang

Cựu học sinh trường THPT Chuyên Nguyễn Bình Khiêm, tỉnh Quảng Nam

Phạm Hữu Hiệp

Cựu học sinh trường THPT Chuyên Tiền Giang, tỉnh Tiền Giang

Bài 1

Có một nhóm $n(n > 4)$ người thỏa mãn điều kiện

- i) 2 người quen nhau thì không có người quen chung.
- ii) 2 người không quen nhau thì có đúng 2 người quen chung.
- a) Chứng minh $8n - 7$ chính phương.
- b) Tìm n nhỏ nhất thỏa mãn đề bài.

Lời giải. a) Giả sử tập Q là những người quen A và tập K là những người ko quen A khi đó 2 người bất kỳ trong Q thì ko quen nhau và 2 người này có đúng 1 người quen trong K .

Ngược lại mỗi người trong K cũng có đúng 2 người quen trong Q nên có 1 song ánh giữa 2 người trong Q và 1 người trong K nên $|Q| + \frac{|Q|}{2} + 1 = n$.

Từ đó mỗi người đều có số người quen giống nhau và nếu gọi số người trong Q là k thì $k + C_k^2 + 1 = n$ nên $8n - 7 = (2k + 1)^2$ đpcm.

Trích bài giải của "Hai Smit"



Nguồn tham khảo

1. diendantoanhoc.net