

Họ, tên thí sinh:.....

Đề thi lần 1

Nick VMF:.....

Bài 1:

a) Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} \sqrt{5x^2 + 2xy + 2y^2} + \sqrt{2x^2 + 2xy + 5y^2} = 3(x + y) \\ \sqrt{2x + y + 1} + 2\sqrt[3]{7x + 12y + 8} = 2xy + y + 5 \end{cases}$$

b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của tam thức: $f(x) = x^2 + ax + b$ với $a, b \in [-1, 1]$. Chứng minh:

$$(|x_1| + 1)(|x_2| + 1) \leq 2 + \sqrt{5}$$

Bài 2:

Tìm tất cả các giá trị của m để bất phương trình sau có nghiệm:

$$\sqrt{x-1} - 2\sqrt[4]{x^2-x} + m\sqrt{x} \leq 0$$

Bài 3:

a) Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O) . Gọi I là trung điểm của AC và M là điểm thỏa mãn: $\overrightarrow{OM} = 2\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$. Biết rằng OM vuông góc với BI và $AC^2 = 3BC \cdot BA$. Tính $\widehat{ABC}$

b) Tam giác ABC có các cạnh a, b, c và bán kính đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp lần lượt là R, r thỏa mãn đẳng thức: .

$$\frac{a^3 + b^3 + c^3}{abc} + \frac{2r}{R} = 4$$

Chứng minh tam giác ABC đều.

Bài 4:

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC . Gọi H, K lần lượt là chân đường cao hạ từ các đỉnh B, C của tam giác ABC . Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC biết $H(5, -1), K\left(\frac{1}{5}, \frac{3}{5}\right)$, phương trình đường thẳng BC là $x + 3y + 4 = 0$ và điểm B có hoành độ âm.

Bài 5:

Cho a, b, c dương. Chứng minh rằng:

$$a^2 + b^2 + c^2 + a^2b^2c^2 \geq 2(ab + bc + ca - 1)$$

Hết