

TUYỂN TẬP CÁC ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN

WWW.MOLYMPIAD.COM

Ngày 13 tháng 5 năm 2018

TÓM TẮT NỘI DUNG. Tuyển tập này tổng hợp các đề thi tuyển sinh vào lớp 10 qua nhiều năm của các trường THPT chuyên trên khắp cả nước. Đáp án chính thức hoặc lời giải tham khảo một số đề thi có thể được tìm thấy tại trang web www.molympiad.com hoặc nhấn trực tiếp vào tiêu đề của đề thi tương ứng. Tuyển tập này sẽ tiếp tục được bổ sung và cập nhật các đề thi mới, **nhấn vào đây** để cập nhật **phiên bản mới** được phân biệt bởi “*ngày tháng màu xanh*” phía trên. Mong rằng đây sẽ là tài liệu quý giá cho quý thầy cô và các bạn học sinh chuẩn bị cho kỳ thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT Chuyên.

Tuyển tập này được viết lại từ đề thi gốc sử dụng L^AT_EX, một số từ ngữ và thuật ngữ toán học được chúng tôi biên tập lại cho phù hợp và nhất quán, nhưng vẫn đảm bảo tính chính xác về mặt toán học. Chúng tôi rất vui lòng nhận được sự hỗ trợ từ tất cả các bạn để tuyển tập này được đầy đủ và hoàn thiện theo thời gian bằng cách chỉ ra lỗi trong tuyển tập này và gửi đề của tỉnh mình (file T_EX, PDF, Word theo thứ tự ưu tiên) đến e-mail bbt.molympiad@gmail.com hoặc sử dụng **mẫu liên hệ**.



MỤC LỤC

1. Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên tỉnh An Giang 2016–2017	6
2. Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên tỉnh An Giang 2017–2018	7
3. Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên tỉnh Bà Rịa Vũng Tàu 2007-2008	8
4. Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên tỉnh Bà Rịa Vũng Tàu 2014-2015 (Vòng 1)	9
5. Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên tỉnh Bà Rịa Vũng Tàu 2014-2015 (Vòng 2)	10
6. Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên tỉnh Bà Rịa Vũng Tàu 2016-2017 (Vòng 1)	11
7. Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên tỉnh Bà Rịa Vũng Tàu 2016-2017 (Vòng 2)	12
8. Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên tỉnh Bà Rịa Vũng Tàu 2017-2018 (Vòng 1)	13
9. Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên tỉnh Bà Rịa Vũng Tàu 2017-2018 (Vòng 2)	14
10. Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên tỉnh Bắc Giang 2006-2007	15
11. Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên tỉnh Bắc Giang 2010-2011	16
12. Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên tỉnh Bắc Giang 2011-2012	17
13. Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên tỉnh Bắc Giang 2012-2013	18
14. Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên tỉnh Bắc Giang 2014-2015	19
15. Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên tỉnh Bắc Giang 2015-2016	20
16. Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên tỉnh Bắc Giang 2017-2018	21
17. Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên tỉnh Bạc Liêu 2017-2018	22
18. Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên tỉnh Bắc Ninh 2012-2013	23
19. Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên tỉnh Bắc Ninh 2016-2017	24
20. Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên tỉnh Bắc Ninh 2017-2018	25
21. Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên tỉnh Bến Tre 2014-2015	26
22. Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên tỉnh Bình Định 2016-2017	27
23. Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên tỉnh Bình Định 2017-2018 (Vòng 1)	28
24. Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên tỉnh Bình Định 2017-2018 (Vòng 2)	29
25. Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên tỉnh Bình Dương 2014-2015	30
26. Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên tỉnh Bình Dương 2017-2018	31
27. Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên tỉnh Bình Phước 2013-2014	32
28. Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên tỉnh Bình Phước 2015-2016	34
29. Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên tỉnh Bình Phước 2017-2018	35
30. Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên tỉnh Bình Thuận 2012-2013	37
31. Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên tỉnh Bình Thuận 2015-2016 (Chuyên Tin)	38
32. Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên tỉnh Bình Thuận 2015-2016 (Chuyên Toán)	39
33. Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên tỉnh Bình Thuận 2016-2017	40

34.	Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên tỉnh Bình Thuận 2017-2018 (Vòng 1)	41
35.	Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên tỉnh Bình Thuận 2017-2018 (Vòng 2)	42
36.	Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên thành phố Cần Thơ 2017-2018	43
37.	Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên thành phố Đà Nẵng 2005-2006	44
38.	Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên thành phố Đà Nẵng 2009-2010	45
39.	Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên thành phố Đà Nẵng 2011-2012 (Chuyên Toán)	46
40.	Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên thành phố Đà Nẵng 2011-2012 (Chuyên Tin)	47
41.	Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên thành phố Đà Nẵng 2012-2013	48
42.	Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên thành phố Đà Nẵng 2016-2017	49
43.	Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên thành phố Đà Nẵng 2017-2018	50
44.	Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên tỉnh Đắk Lắk 2009-2010	51
45.	Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên tỉnh Đắk Lắk 2011-2012	52
46.	Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên tỉnh Đắk Lắk 2012-2013	53
47.	Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên tỉnh Đắk Lắk 2014-2015	54
48.	Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên tỉnh Đắk Lắk 2015-2016	55
49.	Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên tỉnh Đắk Lắk 2017-2018	56
50.	Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên tỉnh Đắk Lắk 2013-2014	57
51.	Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên tỉnh Điện Biên 2014-2015	58
52.	Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên tỉnh Đồng Nai 2012-2013	59
53.	Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên tỉnh Đồng Nai 2013-2014	60
54.	Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên tỉnh Đồng Nai 2014-2015	61
55.	Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên tỉnh Đồng Nai 2015-2016	62
56.	Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên tỉnh Đồng Nai 2016-2017	63
57.	Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên tỉnh Đồng Nai 2017-2018 (Vòng 1)	64
58.	Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên tỉnh Đồng Nai 2017-2018 (Vòng 2)	65
59.	Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên tỉnh Đồng Tháp 2017-2018	66
60.	Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên tỉnh Gia Lai 2014-2015 (Vòng 1)	68
61.	Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên tỉnh Gia Lai 2014-2015 (Vòng 2)	69
62.	Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên tỉnh Gia Lai 2017-2018	70
63.	Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên thành phố Hà Nội 2013-2014	71
64.	Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên thành phố Hà Nội 2014-2015 (Chuyên Toán)	72
65.	Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên thành phố Hà Nội 2014-2015 (Chuyên Tin)	73
66.	Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên Thành phố Hà Nội 2017-2018 (Chuyên Toán)	74
67.	Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên thành phố Hà Nội 2017-2018 (Chuyên Tin)	75
68.	Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên Sư Phạm thành phố Hà Nội 2013-2014 (Vòng 1)	76

69.	Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên Sư Phạm thành phố Hà Nội 2013-2014 (Vòng 2)	77
70.	Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên Sư Phạm Hà Nội 2014-2015	78
71.	Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên Sư Phạm Hà Nội 2015-2016	79
72.	[Đáp án] Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên Sư Phạm thành phố Hà Nội 2017-2018 (Vòng 1)	80
73.	[Đáp án] Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên Sư Phạm thành phố Hà Nội 2017-2018 (Vòng 2)	81
74.	Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên Khoa Học Tự Nhiên Hà Nội 2014-2015 (Vòng 1)	82
75.	Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên Khoa Học Tự Nhiên Hà Nội 2014-2015 (Vòng 2)	83
76.	Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên Khoa Học Tự Nhiên Hà Nội 2015-2016 (Vòng 1)	84
77.	Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên Khoa Học Tự Nhiên Hà Nội 2015-2016 (Vòng 2)	85
78.	Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên Khoa Học Tự Nhiên Hà Nội 2016-2017 (Vòng 1)	86
79.	Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên Khoa Học Tự Nhiên Hà Nội 2016-2017 (Vòng 2)	87
80.	Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên Khoa Học Tự Nhiên Hà Nội 2017-2018 (Vòng 1)	88
81.	Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên Khoa Học Tự Nhiên Hà Nội 2017-2018 (Vòng 2)	89
82.	Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên Ngoại Ngữ Đại Học Quốc Gia thành phố Hà Nội 2014-2015	90
83.	Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên Amsterdam Hà Nội 2016-2017	91
84.	Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên tỉnh Hà Tĩnh 2004-2005 (Vòng 2)	92
85.	Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên tỉnh Hà Tĩnh 2004-2005 (Vòng 1)	93
86.	Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên tỉnh Hà Tĩnh 2013-2014	94
87.	Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên tỉnh Hà Tĩnh 2015-2016	95
88.	Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên tỉnh Hà Tĩnh 2014-2015 (Vòng 2)	96
89.	Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên tỉnh Hà Tĩnh 2014-2015 (Vòng 1)	97
90.	Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên tỉnh Hà Tĩnh 2016-2017	98
91.	Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên tỉnh Hải Dương 2007-2008	99
92.	Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên tỉnh Hải Dương 2012-2013	100
93.	Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên tỉnh Hải Dương 2013-2014	101
94.	Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT tỉnh Hải Dương 2017-2018	102
95.	Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên tỉnh Hải Dương 2014-2015 (Vòng 2)	103
96.	Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên tỉnh Hải Dương 2014-2015 (Vòng 1)	104
97.	Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên tỉnh Hải Dương 2017-2018	105
98.	Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên thành phố Hải Phòng 2013-2014	106

99.	Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên thành phố Hải Phòng 2015-2016	107
100.	Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên thành phố Hải Phòng 2016-2017	108
101.	Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên thành phố Hải Phòng 2017-2018 (Vòng 1)	109
102.	Đề thi Tuyển sinh Lớp 10 THPT Chuyên thành phố Hải Phòng 2017-2018 (Vòng 2)	111

1. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH AN GIANG 2016–2017

Bài 1. a) Không dùng máy tính bỏ túi, hãy tính giá trị biểu thức

$$A = (\sqrt{26} + 5\sqrt{2})\sqrt{19 - 5\sqrt{13}}.$$

b) Cho biểu thức

$$B = \frac{x^2 - \sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1} - \frac{3x - \sqrt{x}}{\sqrt{x}}.$$

Rút gọn B và tìm x để $B = 1$.

Bài 2. a) Cho parabol $(P) : y = ax^2$. Tìm hệ số a để đường thẳng $(d) : y = 2$ cắt (P) tại hai điểm A và B sao cho tam giác AOB vuông.

b) Tìm tham số m để phương trình

$$x^2 + (m - 2)x - (m - 1)(2m - 3) = 0$$

có hai nghiệm phân biệt sao cho nghiệm này bằng bình phương nghiệm kia.

Bài 3. a) Giải phương trình

$$(\sqrt{x - 3} + 2)^2 + x = 3.$$

b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{1}{x-2} + \frac{3}{y+1} = -2 \\ \frac{5}{x-2} - \frac{2}{y+1} = 7 \end{cases}.$$

Bài 4. Cho tam giác ABC ($AB > AC$) ngoại tiếp đường tròn (I) . Gọi D, E, F lần lượt là tiếp điểm của đường tròn (I) với các cạnh BC, AC, AB . Các đường thẳng DE, DF lần lượt cắt tia AI tại K và L , gọi H là chân đường cao hạ từ A xuống BC .

a) Giả sử $\angle BAC = a^\circ$, tính số đo $\angle BIC$ theo a .

b) Chứng minh $BK \parallel EF$.

c) Gọi M là trung điểm BC . Chứng minh tứ giác $KMLH$ nội tiếp.

Bài 5. Cho hai số thực x, y thỏa mãn $0 < x \leq 1, 0 < y \leq 1$ và $x + y = 3xy$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = x^2 + y^2 - 4xy$$

2. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH AN GIANG 2017–2018

Bài 1. Cho $x = \frac{13}{\sqrt{19+8\sqrt{3}}}$. Tính giá trị của biểu thức $A = x^2 - 8x + 15$.

Bài 2. Cho hàm số $y = ax + b$ ($a \neq 0$) có đồ thị là đường thẳng (d) trên mặt phẳng tọa độ Oxy . Viết theo a và b phương trình đường thẳng (d') . Biết rằng (d) và (d') vuông góc với nhau đồng thời cắt nhau tại một điểm thuộc trục hoành.

Bài 3. Tìm x, y, z biết

$$\begin{cases} x^2 + (y - z + 1)^2 &= 0 \\ 5y - 3z - 9 &= 0 \end{cases}$$

Bài 4. Cho hai phương trình bậc hai tham số m sau

$$2x^2 + (m - 1)x - 3 = 0,$$

$$4x^2 - (m - 7)x - 9 = 0.$$

a) Tìm m để cả hai phương trình đều có nghiệm.

b) Tìm m để hai phương trình đã cho có ít nhất một nghiệm chung.

Bài 5. Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O . Biết $\widehat{A} = 60^\circ$; $\widehat{B}$ và $\widehat{C}$ là hai góc nhọn có số đo khác nhau. Vẽ các đường cao BE, CF của tam giác ABC (E, F lần lượt thuộc AC, AB).

a) Chứng minh rằng $\widehat{BCF} = \widehat{BEF}$.

b) Gọi I là trung điểm của BC . Chứng minh tam giác IEF là tam giác đều.

c) Gọi K là trung điểm của EF . Chứng minh rằng IK song song OA .

Bài 6. Trong một hình vành khăn với các bán kính đường tròn là $10R$ và $8R$. Xếp các hình tròn có bán kính R tiếp xúc với cả hai đường tròn của hình vành khăn sao cho các hình tròn này không chồng lấn nhau. Hỏi xếp được nhiều nhất bao nhiêu hình tròn như thế?

3. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH BÀ RỊA VŨNG TÀU 2007-2008**Bài 1.** a) Rút gọn biểu thức

$$P = \frac{x^2 - \sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1} - \frac{2x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{2(x-1)}{\sqrt{x}-1}.$$

b) Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn đẳng thức

$$2y^2x + x + y + 1 = x^2 + 2y^2 + xy$$

Bài 2. Cho phương trình

$$x^2 + (4m + 1)x + 2(m - 4) = 0.$$

a) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $x_2 - x_1 = 17$.b) Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm không phụ thuộc m .**Bài 3.** a) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y = \sqrt{4z - 1} \\ y + z = \sqrt{4x - 1} \\ z + x = \sqrt{4y - 1} \end{cases}.$$

b) Cho x, y là các số nguyên dương thỏa mãn $x + y = 2007$. Tìm giá trị nhỏ nhất, lớn nhất của biểu thức

$$F = x(x^2 + y) + y(y^2 + x)$$

Bài 4. Cho một điểm P ở ngoài đường tròn (O) . Qua P kẻ cát tuyến PMN với đường tròn. Các tiếp tuyến của đường tròn tại M và N cắt nhau tại Q . Qua Q kẻ đường thẳng vuông góc với OP , cắt OP tại E và cắt đường tròn (O) tại I và K (I nằm giữa Q và K). Gọi F là giao điểm của OQ và MN . Chứng minh 5 điểm P, I, F, O, K cùng nằm trên một đường tròn.

Bài 5. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O) . Gọi I là một điểm trên cung nhỏ AB . Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của I trên các đường thẳng BC, AC . Xác định vị trí của I để MN có độ dài lớn nhất.

**4. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH BÀ RỊA VŨNG TÀU
2014-2015 (VÒNG 1)**

Bài 1. a) Rút gọn biểu thức

$$A = \frac{2\sqrt{7} - \sqrt{14}}{2 - \sqrt{2}} - \sqrt{28} + \sqrt{7} - \sqrt{5}.$$

b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 3x + 2y = 13 \\ 2x + 3y = 12 \end{cases}.$$

c) Giải phương trình

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

Bài 2. Cho parabol $(P) : y = -\frac{1}{2}x^2$.

a) Vẽ parabol (P) .

b) Chứng minh rằng nếu đường thẳng $(D) : y = -x + m$ đi qua điểm $A(-4; 8)$ thì (D) và (P) không có điểm chung.

Bài 3. a) Cho phương trình $x^2 + mx - m - 1 = 0$ (m là tham số). Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình trên có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn

$$x_1^2 + x_2^2 - 6x_1x_2 = 8.$$

b) Giải phương trình

$$x^2 + 2\sqrt{x^2 + 1} = 2$$

Bài 4. Cho đường tròn (O) , đường kính AB và điểm M cố định thuộc đường tròn (M khác A và B). D là điểm di động trên đoạn thẳng AM (D khác A và M). Đường thẳng BD cắt (O) tại K (K khác B). Hai đường thẳng AK và BM cắt nhau tại C .

a) Chứng minh tứ giác $KCMD$ nội tiếp.

b) Kẻ $MH \perp AB$ tại H . Chứng minh

$$\frac{AM \cdot BM}{HM} = \sqrt{AK^2 + BK^2}.$$

c) Đường thẳng CD cắt AB tại I . Chứng minh IC là phân giác của góc MIK .

d) Xác định vị trí của điểm D trên đoạn AM để tích $DB \cdot DK$ đạt giá trị lớn nhất.

Bài 5. Cho hai số dương a, b thỏa mãn $a + b + ab \leq 3$. Chứng minh

$$\frac{1}{a+b} - \frac{1}{a+b-3} - (a+b) \geq \frac{1}{4}(ab-3).$$

**5. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH BÀ RỊA VŨNG TÀU
2014-2015 (VÒNG 2)**

Bài 1. a) Rút gọn biểu thức

$$A = \left(\frac{x\sqrt{x} + y\sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} - \sqrt{xy} \right) : (x - y) + \frac{2\sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}$$

với $x > 0, y > 0, x \neq y$.

b) Giải phương trình

$$x^2 + 4 \left(\sqrt{1-x} + \sqrt{1+3} \right) - 8 = 0.$$

c) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} xy - 2x + y &= 6 \\ (x+1)^2 + (y-2)^2 &= 8 \end{cases}.$$

Bài 2. Trong hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $\Delta : y = kx - k + 2$ (k là tham số khác 2). Tìm k sao cho khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng Δ lớn nhất

Bài 3. a) Tìm tất cả các số tự nhiên n sao cho

$$p = 3n^3 - 7n^2 + 3n + 6$$

là một số nguyên tố.

b) Cho a, b là hai số dương thay đổi và thoả mãn

$$(\sqrt{a} + 2)(\sqrt{b} + 2) \geq 9.$$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{a^3}{a^2 + 2b^2} + \frac{b^3}{b^2 + 2a^2}$$

Bài 4. Cho trước đường tròn (O) và điểm M nằm ngoài (O) . Từ M vẽ đến (O) hai tiếp tuyến MA, MB (A, B là các tiếp điểm) và cát tuyến MCD thay đổi nhưng không đi qua O (C nằm giữa M và D). AB cắt OM tại E . Các tiếp tuyến của (O) tại C và D cắt nhau tại S .

a) Chứng minh $\triangle MEC$ đồng dạng với $\triangle MDO$.

b) Chứng minh

$$\frac{EB}{ED} = \frac{AC}{AD}.$$

c) Chứng minh điểm S nằm trên một đường thẳng cố định.

Bài 5. Cho hình bình hành $ABCD$ có diện tích $2S$ ($S > 0$). Gọi M là điểm tùy ý trên cạnh AB ($M \neq A, M \neq S$). Gọi P là giao điểm của MC và BD , Q là giao điểm của MD và AC . Xác định vị trí của điểm M trên cạnh AB sao cho tứ giác $CPQD$ có diện tích nhỏ nhất

**6. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH BÀ RỊA VŨNG TÀU
2016-2017 (VÒNG 1)**

Bài 1. a) Rút gọn biểu thức

$$A = \frac{1}{\sqrt{3}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}-1} + \frac{2\sqrt{2}-\sqrt{6}}{\sqrt{2}}.$$

b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 3x - y = 1 \\ 2x + 3y = 8 \end{cases}.$$

c) Giải phương trình

$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

Bài 2. Cho parabol $(P) : y = -x^2$ và đường thẳng $(d) : y = 4x - m$.

a) Vẽ parabol (P) .

b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để (d) và (P) có đúng một điểm chung.

Bài 3. a) Cho phương trình tham số m sau

$$x^2 - 5x + 3m + 1 = 0.$$

Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình trên có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn

$$|x_1^2 - x_2^2| = 15.$$

b) Giải phương trình

$$(x-1)^4 = x^2 - 2x + 3$$

Bài 4. Cho nửa đường tròn (O) có đường kính $AB = 2R$. CD là dây cung thay đổi của nửa đường tròn sao cho $CD = R$ và C thuộc cung AD (C khác A và D khác B). AD cắt BC tại H ; hai đường thẳng AC cắt BD cắt nhau tại F .

a) Chứng minh tứ giác $CFDH$ nội tiếp.

b) Chứng minh $CF \cdot CA = CH \cdot CB$.

c) Gọi I là trung điểm của HF . Chứng minh OI là tia phân giác của góc $\widehat{COD}$.

d) Chứng minh điểm I thuộc một đường tròn cố định khi CD thay đổi.

Bài 5. Cho a, b, c là ba số dương thỏa mãn $ab + bc + ca = 3abc$. Chứng minh rằng

$$\frac{a}{a^2 + bc} + \frac{b}{b^2 + ca} + \frac{c}{c^2 + ab} \leq \frac{3}{2}$$

**7. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH BÀ RỊA VŨNG TÀU
2016-2017 (VÒNG 2)**

Bài 1. a) Cho $x \geq 1$. Rút gọn biểu thức

$$A = (\sqrt{x-1} - 1)^2 + \sqrt{4x-3+4\sqrt{x-1}}.$$

b) Giải phương trình

$$x + \sqrt{x^2 + 3x + 2} = x\sqrt{x+2} + \sqrt{x+1}.$$

c) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y &= 3 + \sqrt{xy} \\ x^2 + y^2 &= 18 \end{cases}.$$

Bài 2. a) Tìm tất cả các cặp số nguyên tố $(p; q)$ thỏa mãn

$$p^2 - 5q^2 = 4.$$

b) Cho đa thức $f(x) = x^2 + bx + c$. Biết b, c là các hệ số dương và $f(x)$ có nghiệm. Chứng minh rằng $f(2) \geq 9\sqrt[3]{c}$.

Bài 3. Cho x, y, z là ba số dương thỏa mãn $x^2 + y^2 + z^2 = 3xyz$. Chứng minh rằng

$$\frac{x^2}{y+2} + \frac{y^2}{z+2} + \frac{z^2}{x+2} \geq 1$$

Bài 4. Cho hai đường tròn $(O; R)$ và $(O'; R')$ cắt nhau tại A và B ($OO' > R > R'$). Trên nửa mặt phẳng bờ là OO' có chứa điểm A , kẻ tiếp tuyến chung MN của hai đường tròn trên (với M thuộc (O) và N thuộc (O')). Biết BM cắt (O') tại điểm E nằm trong đường tròn (O) và đường thẳng AB cắt MN tại I .

a) Chứng minh rằng $\widehat{MAN} + \widehat{MBN} = 180^\circ$ và I là trung điểm của MN .

b) Qua B kẻ đường thẳng (d) song song với MN , (d) cắt (O) tại C và cắt (O') tại D (với C, D khác B). Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của CD và EM . Chứng minh tam giác AME đồng dạng với tam giác ACD và các điểm A, B, P, Q cùng thuộc một đường tròn.

c) Chứng minh tam giác BIP cân.

Bài 5. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn và H là trực tâm. Chứng minh rằng

$$\frac{HA}{BC} + \frac{HB}{CA} + \frac{HC}{AB} \geq \sqrt{3}$$

**8. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH BÀ RỊA VŨNG TÀU
2017-2018 (VÒNG 1)**

Bài 1. a) Giải phương trình

$$x^2 - 7x - 8 = 0.$$

b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 3x - 2y = 7 \\ x + 3y = -5 \end{cases}.$$

c) Rút gọn biểu thức

$$A = \frac{1}{2}\sqrt{48} + \sqrt{(2 - \sqrt{3})^2 - \sqrt{3}}.$$

Bài 2. Cho hàm số $y = \frac{3}{2}x^2$ có đồ thị (P) và đường thẳng $(d) : y = mx - m + 2$ (m là tham số).

a) Vẽ (P) .

b) Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi giá trị của m .

Bài 3. a) Cho phương trình $x^2 - (2m - 1)x + m^2 - 2m - 1 = 0$ (m là tham số). Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 4$.

b) Giải phương trình

$$\sqrt{(x+1)^2 + 3} = x^2 + 2x + 2.$$

Bài 4. Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$), nội tiếp đường tròn (O) . Kẻ AH vuông góc với BC tại H ; AO cắt (O) tại N khác A . Gọi E là hình chiếu của B trên đường thẳng AN .

a) Chứng minh tứ giác $AEHB$ nội tiếp.

b) Chứng minh $BH \cdot AN = AB \cdot NC$.

c) Chứng minh HE song song với CN .

d) Gọi I, J lần lượt là tâm đường tròn nội tiếp các tam giác AHB và AHC ; BI cắt CJ tại M . Chứng minh AM vuông góc với IJ .

Bài 5. Cho a, b, c là các số thực dương. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = \frac{a^2b + b^2c + c^2a}{a^2 + b^2 + c^2} - \frac{1}{3}(a^2 + b^2 + c^2)$$

**9. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH BÀ RỊA VŨNG TÀU
2017-2018 (VÒNG 2)**

Bài 1. Cho $a > 0$, $a \neq 1$. Rút gọn biểu thức

$$P = \left(\frac{\sqrt{a} + 1}{\sqrt{a} - 1} - \frac{\sqrt{a} - 1}{\sqrt{a} + 1} + 4\sqrt{a} \right) : \frac{\sqrt{a}}{a - 1}$$

Bài 2. a) Giải phương trình

$$(x - 2)\sqrt{x - 3} = 3x - 6.$$

b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2 + xy - 2y^2 &= 0 \\ 3x + 2y &= 5xy \end{cases}$$

Bài 3. a) Cho đa thức $P(x) = ax^2 + bx + c$ với $a, b, c \in \mathbb{R}$. Biết $P(x) > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Chứng minh rằng

$$\frac{5a + b + 3c}{a - b + c} > 1.$$

b) Cho p là số nguyên tố. Tìm tất cả các số nguyên n để $A = n^4 + 4n^{p+1}$ là số chính phương.

Bài 4. Cho x, y là các số thực dương. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{xy}{x^2 + y^2} + \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) \sqrt{2(x^2 + y^2)}$$

Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$), nội tiếp đường tròn (O) . Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC . Tia AI cắt (O) tại J khác A . Đường thẳng JO cắt (O) tại K khác J và cắt BC tại E .

a) Chứng minh rằng J là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác JBC và $JE \cdot JK = JI^2$.

b) Tiếp tuyến của (O) tại B và C cắt nhau tại S . Chứng minh rằng $SJ \cdot EK = SK \cdot EJ$.

c) Đường thẳng SA cắt (O) tại D khác A , đường thẳng DI cắt (O) tại M khác D . Chứng minh JM đi qua trung điểm của đoạn thẳng IE .

Bài 5. Cho tứ giác lồi $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC ; AN cắt BM tại P , DN cắt CM tại Q . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$S = \frac{NA}{NP} + \frac{ND}{NQ} + \frac{MB}{MP} + \frac{MC}{MQ}$$

10. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH BẮC GIANG 2006-2007

Bài 1. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} y + xy^2 &= 6x^2 \\ 1 + x^2y^2 &= 5x^2 \end{cases}.$$

Bài 2. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 4x + 1 = 0$. Chứng minh số $S = x_1^{2002} + x_2^{2002}$ không phải là số chính phương nhưng có thể phân tích được thành tổng của ba số chính phương liên tiếp.

Bài 3. Trong tất cả các tam giác nhọn ABC nội tiếp trong một đường tròn bán kính 1, hãy tìm tam giác làm cho biểu thức sau đạt giá trị nhỏ nhất

$$F = \frac{1}{m_a} + \frac{1}{l_b} + \frac{1}{h_c}.$$

trong đó m_a, l_b, h_c lần lượt là độ dài các đường trung tuyến kẻ từ A ; phân giác trong của góc $\angle B$ và đường cao hạ từ C .

Bài 4. Cho $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $a, b, c \in \mathbb{R}$. Biết $f(1) = 10, f(2) = 20, f(3) = 30$. Tính

$$P = \frac{1}{10}[f(12) + f(-8)] + 18$$

Bài 5. Cho các số nguyên x, y thỏa mãn

$$3x^2 + 3y^2 - 2xy + 2x + 2y - 8 = 0.$$

Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$T = x + xy + y$$

Bài 6. Cho các số thực a, b thỏa mãn $0 < b < a \leq 2, 2ab \leq 2b + a$. Chứng minh rằng

$$a^2 + b^2 \leq 5$$

11. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH BẮC GIANG 2010-2011

Bài 1. Cho biểu thức

$$T = \frac{2x - \sqrt{x} + 2}{\sqrt{x}} + \frac{x\sqrt{x} - 1}{x - \sqrt{x}} - \frac{x\sqrt{x} + 1}{x + \sqrt{x}}.$$

- Rút gọn T .
- Tìm tất cả các giá trị của x nguyên để T nguyên.

Bài 2. Gọi x_1, x_2 là các nghiệm nguyên của phương trình bậc hai $x^2 - 5x + 2 = 0$.

- Tính giá trị của biểu thức $H = |3x_1 - x_2| + |3x_2 - x_1|$.
- Chứng minh rằng $S = (5 - 2\sqrt{17})^{2010} + (5 + 2\sqrt{17})^{2010}$ là số nguyên.

Bài 3. Xác định tất cả các giá trị của tham số m để hệ phương trình sau có nghiệm

$$\begin{cases} \sqrt{(x+1)^2 + y^2} + \sqrt{(x-1)^2 + y^2} = 2 \\ 3\sqrt{1-y^2} + 2|x| = 4-m \end{cases}$$

Bài 4. Cho nửa đường tròn (O) đường kính $AB = 2R$, (R là một độ dài cho trước). Hai điểm M, N chạy trên nửa đường tròn (O) sao cho M thuộc cung AN và độ dài dây MN bằng R .

- Tính tổng các khoảng cách d từ hai điểm A, B đến đường thẳng (MN) .
- Gọi E là giao điểm của dây AN và BM . Tính bán kính của đường tròn (O_1) ngoại tiếp tam giác EMN theo R .
- Đường thẳng AM cắt đường tròn (O_1) tại điểm thứ hai K , ($K \neq M$). Tìm giá trị lớn nhất của diện tích tam giác KAB khi M, N thay đổi trên nửa đường tròn (O) nhưng vẫn thỏa mãn giả thiết của bài toán.

Bài 5. Cho $f(x) = x^2 + bx + c$. Chứng minh rằng nếu $f(x) > 0$ với $x \in \mathbb{R}$ thì $f(x)$ có thể phân tích thành tổng các bình phương của hai nhị thức bậc nhất (tức là chứng minh tồn tại các số thực m_1, m_2, n_1, n_2 với $m_1 \neq 0, m_2 \neq 0$ sao cho

$$f(x) = (m_1x + n_1)^2 + (m_2x + n_2)^2$$

Bài 6. Biết rằng với hai số thực không âm a, b bất kì ta luôn có $a + b \geq 2\sqrt{ab}$. Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a = b$. Chứng minh rằng

- Với ba số thực không âm a, b, c bất kì ta luôn có

$$a + b + c \geq 3\sqrt[3]{abc}.$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c$.

- Với ba số thực dương x, y, z bất kì ta luôn có

$$\frac{1}{x+y+z+1} - \frac{1}{(x+1)(y+1)(z+1)} \leq \frac{1}{8}.$$

Khi nào xảy ra dấu đẳng thức?.

12. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH BẮC GIANG 2011-2012**Bài 1.** Cho biểu thức

$$A = \left[\frac{a-x}{\sqrt{a}-\sqrt{x}} - \frac{a\sqrt{a}-x\sqrt{x}}{a-x} \right] \left[\frac{(\sqrt{a}+\sqrt{x})^2}{a\sqrt{a}+x\sqrt{x}} \right] : \left(\sqrt[3]{\frac{7-5\sqrt{2}}{8}} + \sqrt[3]{\frac{7+5\sqrt{2}}{8}} \right).$$

a) Rút gọn A .b) Trong trường hợp A có nghĩa, hãy so sánh (có giải thích) A với A^{2011} .**Bài 2.** Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x(x^2 + 4y^2) &= 8y^4(y^2 + 1) \\ \sqrt{5x+6} + \sqrt{2y^2+7} &= 7 \end{cases}.$$

Bài 3. Cho các số $a = 111\dots 11$ (gồm 2012 chữ số 1), $b = 1000\dots 005$ (trong đó có 2011 chữ số 0) và $T = \sqrt{ab+1}$. Chứng minh rằng T là số nguyên. Hãy tìm số dư trong phép chia T cho 7.**Bài 4.** Trên đường tròn C tâm O , bán kính R vẽ dây $AB < 2R$. Từ A, B vẽ các tiếp tuyến Ax, By với đường tròn C . Lấy điểm M bất kì trên cung nhỏ AB . Gọi H, K, I lần lượt là chân các đường vuông góc hạ từ M xuống AB, Ax và By .a) Chứng minh rằng $MH^2 = MK \cdot MI$.b) Giả sử AM cắt KH tại E, BM cắt HI tại F . Chứng minh rằng EF là tiếp tuyến chung của hai đường tròn ngoại tiếp các tam giác MEK, MFI .c) Gọi D là giao điểm thứ hai của hai đường tròn ngoại tiếp các tam giác MEK và MFI . Chứng minh rằng khi M di chuyển trên cung nhỏ AB thì đường thẳng DM luôn đi qua một điểm cố định.**Bài 5.** Cho hai đa thức

$$P(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + 1, \quad Q(x) = x^4 + cx^3 + bx^2 + ax + 1$$

với $a \neq c$. Biết các phương trình $P(x) = 0, Q(x) = 0$ có hai nghiệm chung. Hãy tìm tất cả các nghiệm của hai phương trình đó.**Bài 6.** Cho các số thực $a_1, a_2, \dots, a_{2011} \in [1; 3]$ và thoả mãn

$$S = a_1^3 + a_2^3 + \dots + a_{2011}^3 = 12307.$$

Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = a_1 + a_2 + \dots + a_{2011}$.

13. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH BẮC GIANG 2012-2013**Bài 1.** a) Tính $\frac{1}{\sqrt{2}-1} - \sqrt{2}$.b) Xác định giá trị của a , biết đồ thị hàm số $y = ax - 1$ đi qua điểm $M(1; 5)$.**Bài 2.** Rút gọn biểu thức

$$A = \left(\frac{1}{\sqrt{a}-2} - \frac{2}{a-2\sqrt{a}} \right) \left(\frac{a-3\sqrt{a}+2}{\sqrt{a}-2} + 1 \right)$$

với $a > 0$, $a \neq 4$.**Bài 3.** a) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x - 5y = 9 \\ 3x + y = 5 \end{cases}$$

b) Chứng minh rằng phương trình

$$x^2 + mx + m - 1 = 0$$

luôn có nghiệm với mọi giá trị của m . Giả sử x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình đã cho. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$B = x_1^2 + x_2^2 - 4(x_1 + x_2).$$

Bài 4. Một ô tô tải đi từ A đến B với vận tốc $40km/h$. Sau 2 giờ 30 phút thì một ô tô taxi cũng xuất phát đi từ A đến B với vận tốc $60km/h$ và đến B cùng lúc với xe ô tô tải. Tính độ dài quãng đường AB .**Bài 5.** Cho đường tròn (O) và một điểm A sao cho $OA = 3R$. Qua A kẻ hai tiếp tuyến AP và AQ của đường tròn (O) , với P và Q là hai tiếp điểm. Lấy M thuộc đường tròn (O) sao cho PM song song với AQ . Gọi N là giao điểm thứ hai của đường thẳng AM và đường tròn (O) . Tia PN cắt đường thẳng AQ tại K . Chứng minha) $APOQ$ là tứ giác nội tiếp.b) $KA^2 = KN.KP$.c) Kẻ đường kính QS của đường tròn (O) . Chứng minh tia NS là tia phân giác của góc $\widehat{PNM}$.d) Gọi G là giao điểm của hai đường thẳng AO và PK . Tính độ dài đoạn thẳng AG theo bán kính R .**Bài 6.** Cho a, b, c là ba số thực khác không và thoả mãn

$$\begin{cases} a^2(b+c) + b^2(c+a) + c^2(a+b) + 2abc = 0 \\ a^{2013} + b^{2013} + c^{2013} = 1. \end{cases}$$

Hãy tính giá trị của biểu thức

$$Q = \frac{1}{a^{2013}} + \frac{1}{b^{2013}} + \frac{1}{c^{2013}}.$$

14. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH BẮC GIANG 2014-2015

Bài 1. Cho

$$P = \left(\frac{a + 3\sqrt{a} + 2}{(\sqrt{a} + 2)(\sqrt{a} - 1)} - \frac{a + \sqrt{a}}{a - 1} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{a} + 1} + \frac{1}{\sqrt{a} - 1} \right).$$

a) Rút gọn P .b) Tìm a nguyên để $P + \frac{1}{4}$ là số nguyên.**Bài 2.** a) Giải phương trình

$$2\sqrt{x-1} + 3\sqrt{x-2} = \sqrt{x^2 - 3x + 2} + 6.$$

b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{3x}{y} - 2 &= \sqrt{3x - 2y} + 6y \\ 2\sqrt{3x + \sqrt{3x - 2y}} &= 6(x + y) - 4 \end{cases}.$$

Bài 3. Cho a, b, c nguyên dương và thỏa mãn $b \mid a^4$, $c \mid b^4$ và $a \mid c^4$. Chứng minh rằng

$$abc \mid (a + b + c)^{21}$$

Bài 4. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A ($AB < AC$). (O_1) đường kính AB . (O_2) đường kính AC . Hai đường tròn trên cắt nhau tại D . M là điểm chính giữa cung nhỏ CD của (O_2) . AM cắt (O_1) tại N và cắt BC tại E .a) Chứng minh rằng $ME \cdot BN = MC \cdot AN$.b) Tứ giác DMO_2N nội tiếp.c) K là trung điểm MN . Chứng minh rằng $\widehat{O_1KO_2} = 90^\circ$ **Bài 5.** Cho $a, b, c > 0$ thỏa mãn $a + b + c = 3$. Chứng minh rằng

$$\frac{a^2}{\sqrt{b+3}} + \frac{b^2}{\sqrt{c+3}} + \frac{c^2}{\sqrt{a+3}} \geq \frac{3}{2}$$

15. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH BẮC GIANG 2015-2016

Bài 1. Cho biểu thức

$$A = \left(2 - \frac{2\sqrt{xy} + 1}{1 + \sqrt{xy}} + \frac{1}{1 - \sqrt{xy}} + \frac{2\sqrt{x}}{1 - xy} \right) : \left(\frac{\sqrt{xy} - \sqrt{x}}{\sqrt{xy} + 1} - \frac{\sqrt{xy} + \sqrt{x}}{\sqrt{xy} - 1} \right).$$

- a) Tìm điều kiện của x, y để biểu thức A có nghĩa, từ đó hãy rút gọn biểu thức A .
 b) Cho $\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}} = 12$. Chứng minh $A \leq 36$.

Bài 2. Cho phương trình

$$x^4 - 2mx^2 + m^2 - 1 = 0$$

với x là ẩn, m là tham số. Tìm giá trị của m để phương trình có 4 nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3, x_4 sao cho

$$x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 + x_4^4 = 40$$

Bài 3. a) Giải phương trình

$$15\sqrt{x^3 - 1} = 4(x^2 + 2).$$

b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 2\sqrt{x+y} &= y^2 + y - x \\ x(y^2 + y) &= (y^4 - y^2)^2 - 2 \end{cases}.$$

Bài 4. a) Tìm tất cả các nghiệm nguyên của phương trình

$$54x^3 - 1 = y^3.$$

b) Trong tất cả các tam giác nội tiếp đường tròn (O) bán kính $R > 0$ cho trước, hãy xác định tam giác có diện tích lớn nhất.

Bài 5. Cho điểm A cố định nằm ngoài đường tròn $(O; R)$. Một đường thẳng thay đổi luôn đi qua A và không qua O cắt đường tròn tại B, C sao cho $AB < AC$. Các tiếp tuyến tại B và C của đường tròn (O) cắt nhau tại D . Đường thẳng qua D vuông góc AO cắt AO tại H và cung nhỏ BC của đường tròn (O) tại M .

- a) Chứng minh AM là tiếp tuyến của đường tròn (O) .
 b) Chứng minh đường tròn ngoại tiếp $\triangle BOC$ luôn đi qua điểm cố định.
 c) Chứng minh

$$\frac{AC}{AB} = \left(\frac{HM}{HB} \right)^2$$

Bài 6. Chứng minh rằng trong 2015 số tự nhiên liên tiếp bất kì, luôn tồn tại ít nhất một số có tổng các chữ số chia hết cho 28.

16. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH BẮC GIANG 2017-2018

Bài 1. Cho $x \geq 0$, $x \neq 1$ và biểu thức

$$A = \left(\frac{x\sqrt{x} + x - 2}{x - 1} - \frac{\sqrt{x} + 2}{x + 3\sqrt{x} + 2} \right) \frac{\sqrt{x} - 1}{2x + \sqrt{x} - 3}.$$

a) Rút gọn các biểu thức A .

b) Tính giá trị của A khi $\frac{x}{4} = \sqrt{\frac{1009 + \sqrt{2017}}{2}} - \sqrt{\frac{1009 - \sqrt{2017}}{2}}$

Bài 2. Cho phương trình $x^2 - 2x - 2m - 1 = 0$ với x là ẩn số, m là tham số. Tìm các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn

$$\frac{x_1^2 + (2m + 5)x_2 + 2m}{2} + \frac{2}{x_2^2 + (2m + 5)x_1 + 2m} = \frac{122}{11}$$

a) Giải phương trình

$$\sqrt{2x^2 - x} + \sqrt{4 - 3x} = 2\sqrt{x^2 - 2x + 2}.$$

b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2y^2 + 4 & = 2y^2 \\ (xy + 2)(y - x) & = x^3y^3 \end{cases}$$

Bài 3. Tìm tất cả bộ số nguyên dương (x, y, z) thỏa mãn $\frac{x + y\sqrt{2017}}{y + z\sqrt{2017}}$ là số hữu tỉ đồng thời $(y + 2)(4zx + 6y - 3)$ là số chính phương.

Bài 4. Trong hình vuông cạnh 1dm đặt một số hình vuông nhỏ có tổng chu vi bằng 9dm. Chứng minh rằng luôn tồn tại một đường thẳng cắt ít nhất ba hình vuông nhỏ (không kể hình vuông bao ngoài).

Bài 5. Cho tam giác OAI vuông tại A , B là điểm đối xứng với A qua đường thẳng OI . Gọi H, E lần lượt là trung điểm của AB, BI , D là giao điểm của đường thẳng AE và đường tròn (C) tâm O bán kính OA (D khác A).

a) Chứng minh rằng tứ giác $BHDE$ nội tiếp đường tròn.

b) Gọi J là giao điểm của đường thẳng ID và đường tròn (C) (J khác D). Chứng minh rằng tam giác BJA cân tại B .

c) Gọi K là giao điểm của đường thẳng ID với đường tròn (C) (K khác D). Chứng minh rằng $IH^2 = ID.IK - DH.HK$.

Bài 6. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $2\sqrt{xy} + \frac{x}{3} = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{y}{x} + \frac{4x}{3y} + 15xy.$$

17. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH BẠC LIÊU 2017-2018

Bài 1. a) Cho $n = 2018 \cdot 2017^{2018} - 11^{2017} - 6^{2018}$. Chứng minh n chia hết cho 17.

b) Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn

$$x^2 + y^2 + 5x^2y^2 + 60 = 37xy.$$

Bài 2. a) Cho $a = \sqrt{x^2 + \sqrt[3]{x^4y^2}} + \sqrt{y^2 + \sqrt[3]{x^2y^4}}$. Chứng minh

$$\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{y^2} = \sqrt[3]{a^2}.$$

b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2 + 2y^2 - 2y = x - 3xy \\ 2x^2 + y^2 - 17 = 3xy - x \end{cases}$$

Bài 3. a) Cho phương trình $x^4 + 2(m - 3)x^2 + 3m + 9 = 0$ (với m là tham số). Tìm tất cả các giá trị m để phương trình có 4 nghiệm phân biệt.

b) Cho các số a, b, c thỏa mãn $a \geq 1, b \geq 4, c \geq 9$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$M = \frac{bc\sqrt{a-1} + ca\sqrt{b-4} + ab\sqrt{c-9}}{abc}$$

Bài 4. Cho ba điểm A, B, C cố định thẳng hàng (B nằm giữa A và C). Vẽ đường tròn $(O; R)$ bất kì đi qua B và C ($BC \neq 2R$). Từ A kẻ các tiếp tuyến AM, AN đến $(O; R)$ (M, N là tiếp điểm). Gọi I, K lần lượt là trung điểm của BC và MN .

a) Chứng minh $AM^2 = AB \cdot AC$.

b) Gọi O' là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OID . Chứng minh O' thuộc đường thẳng cố định khi đường tròn.

c) Đường thẳng FE cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai K . Chứng minh đường thẳng BC tiếp xúc với đường $(O; R)$ thay đổi.

Bài 5. Cho đường tròn (O) đường kính BC , trên đường tròn lấy điểm A (A khác B và C), tia phân giác góc BAC cắt (O) tại E . Gọi AI là đường cao của tam giác ABC . Xác định vị trí điểm A trên đường tròn để tam giác AIE có diện tích lớn nhất.

18. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH BẮC NINH 2012-2013

Bài 1. a) Rút gọn biểu thức sau

$$A = \sqrt{4 - \sqrt{10 - 2\sqrt{5}}} - \sqrt{4 + \sqrt{10 - 2\sqrt{5}}}.$$

b) Giải phương trình

$$x^2 + \sqrt{x^2 - 2x - 19} = 2x + 39$$

Bài 2. a) Cho ba số a, b, c thỏa mãn $4a - 5b + 9c = 0$. Chứng minh rằng phương trình $ax^2 + bx + c$ luôn có nghiệm.

b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} xy + y^2 + x &= 7y \\ \frac{x}{y}(x + y) &= 12 \end{cases}.$$

Bài 3. a) Cho ba số dương a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 1$. Chứng minh rằng

$$(1 + a)(1 + b)(1 + c) \geq 8(1 - a)(1 - b)(1 - c).$$

b) Phân chia 9 số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 thành ba nhóm tùy ý, mỗi nhóm ba số. Gọi T_1 là tích của ba số nhóm thứ nhất, T_2 là tích ba số nhóm thứ hai, T_3 là tích ba số nhóm thứ ba. Hỏi tổng $T_1 + T_2 + T_3$ có giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu.

Bài 4. Cho đường tròn tâm O bán kính R và dây BC cố định khác đường kính. Gọi A là một điểm chuyển động trên cung lớn BC của (O) sao cho tam giác ABC nhọn. AD, BE, CF là các đường cao của tam giác ABC . Các đường thẳng BE, CF cắt đường tròn (O) tại các điểm thứ hai là Q, R .

a) Chứng minh rằng $QR \parallel EF$.

b) Chứng minh rằng diện tích tứ giác $AEOF$ bằng $\frac{EF \cdot R}{2}$.

c) Xác định vị trí điểm A để chu vi tam giác DEF lớn nhất.

Bài 5. a) Tìm hai số nguyên a, b để $a^4 + 4b^4$ là số nguyên tố.

b) Hãy chia một tam giác bất kì thành 7 tam giác cân trong đó có 3 tam giác bằng nhau.

19. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH BẮC NINH 2016-2017

Bài 1. a) Phân tích đa thức sau thành nhân tử

$$x^4 + 5x^3 + 5x^2 - 5x - 6.$$

b) Rút gọn biểu thức sau với $x > 1$ và $x \neq 2$

$$Q = \frac{\sqrt{x - \sqrt{4(x-1)}} + \sqrt{x + \sqrt{4(x-1)}}}{\sqrt{x^2 - 4(x-1)}} \left(1 - \frac{1}{x-1}\right)$$

Bài 2. a) Giải phương trình

$$2(2x - 1) - 3\sqrt{5x - 6} = \sqrt{3x - 8}.$$

b) Cho bốn số thực a, b, c, d khác 0 thỏa mãn các điều kiện sau: a, b là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 10cx - 11d = 0$; c, d là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 10ax - 11b = 0$. Tính giá trị của $S = a + b + c + d$

Bài 3. Cho $a, b, c > 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của

$$M = \frac{3a^4 + 3b^4 + c^3 + 2}{(a + b + c)^3}$$

Bài 4. Trên đường tròn (C) tâm O , bán kính R vẽ dây cung $AB < 2R$. Từ A và B vẽ hai tiếp tuyến Ax, By với đường tròn (C) . Lấy điểm M bất kì thuộc cung nhỏ AB (M khác A và B). Gọi H, K, I lần lượt là chân các đường vuông góc hạ từ M xuống AB, Ax và By .

a) Chứng minh rằng $MH^2 = MK \cdot MI$.

b) Gọi E là giao điểm của AM và KH , F là giao điểm của BM và HI . Chứng minh rằng đường thẳng EF là tiếp tuyến chung của hai đường tròn ngoại tiếp các tam giác MEK và MFI .

c) Gọi D là giao điểm thứ hai của hai đường tròn ngoại tiếp các tam giác MEK và MFI . Chứng minh rằng khi M di chuyển trên cung nhỏ AB thì đường thẳng DM luôn đi qua 1 điểm cố định

Bài 5. a) Tìm ba số nguyên tố a, b, c thỏa mãn $a < b < c$, $(bc - 1)$ chia hết cho a , $(ca - 1)$ chia hết cho b , $(ab - 1)$ chia hết cho c .

b) Các nhà khoa học gặp nhau tại một hội nghị. Một số người là bạn của nhau. Tại hội nghị không có hai nhà khoa học nào có số bạn bằng nhau lại có bạn chung. Chứng minh rằng có một nhà khoa học chỉ có đúng 1 người bạn

20. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH BẮC NINH 2017-2018

Bài 1. Cho $x \geq 0$, $x \neq 4$ và hai biểu thức

$$P = \frac{2x - 3\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 2}, \quad Q = \frac{\sqrt{x^3} - \sqrt{x} + 2x - 2}{\sqrt{x} + 2}.$$

- a) Rút gọn biểu thức P và Q .
b) Tìm tất cả các giá trị x để $P = Q$.

Bài 2. a) Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{a}$. Tính giá trị của biểu thức

$$P = \frac{4a + 6b + 2017c}{4a - 6b + 2017c}.$$

- b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2 + 2y &= xy + 4 \\ x^2 - x + 3 - x\sqrt{6} &= (y - 3)\sqrt{y - 3} \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R})$$

Bài 3. a) Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $a + b + c \leq 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{a^2 + 6a + 3}{a^2 + a} + \frac{b^2 + 6b + 3}{b^2 + b} + \frac{c^2 + 6c + 3}{c^2 + c}.$$

b) Cho tam giác vuông có số đo là các số tự nhiên có hai chữ số. Nếu đổi chỗ hai chữ số của số đo cạnh huyền ta được số đo một cạnh góc vuông. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác đó.

Bài 4. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O) . Tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) cắt đường thẳng BC tại M . Kẻ đường cao BF của tam giác ABC (F thuộc AC). Từ F kẻ đường thẳng song song với MA cắt AB tại E . Gọi H là giao điểm của CE và BF , D là giao điểm của AH và BC .

- a) Chứng minh $AM^2 = MB \cdot MC$ và $\frac{MC}{MB} = \frac{AC^2}{AB^2}$.
b) Chứng minh rằng AH vuông góc với BC tại D .
c) Gọi I là trung điểm của BC . Chứng minh rằng bốn điểm E, F, D, I cùng nằm trên một đường tròn.
d) Từ H kẻ đường thẳng vuông góc với HI cắt AB, AC lần lượt tại P và Q . Chứng minh rằng H là trung điểm của PQ .

Bài 5. Cho $2n + 1$ số nguyên, trong đó có đúng một số 0 và các số $1, 2, 3, \dots, n$ mỗi số xuất hiện đúng hai lần. Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên n ta luôn sắp xếp được $2n + 1$ số nguyên trên thành một dãy sao cho với mọi $m = 1, 2, \dots, n$ có đúng m số nằm giữa hai số m .

21. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH BẾN TRE 2014-2015

Bài 1. Không dùng máy tính cầm tay hãy tính giá trị của

$$A = \frac{\sqrt{14 + \sqrt{40} + \sqrt{56} + \sqrt{140}}}{\sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{7}}.$$

Bài 2. Cho biểu thức

$$B = \frac{2\sqrt{a}(\sqrt{a} + \sqrt{2a} - \sqrt{3b}) + \sqrt{3b}(2\sqrt{a} - \sqrt{3b}) - 2a\sqrt{2}}{a\sqrt{2} + \sqrt{3ab}}.$$

a) Tìm điều kiện của a và b để B xác định và rút gọn B .

b) Không dùng máy tính cầm tay hãy tính giá trị của B khi $a = 1 + 3\sqrt{2}$, $b = 10 + \frac{11\sqrt{8}}{3}$.

Bài 3. Cho phương trình bậc hai với tham số m sau

$$x^2 - 2(m-1)x + 2m^2 - 3m + 1 = 0.$$

a) Chứng minh rằng phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $0 \leq m \leq 1$. Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình

b) Chứng minh $|x_1 + x_2 + x_1x_2| \leq \frac{9}{8}$.

c) Tìm giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt trái dấu thỏa $|x_1 - x_2| = 1$.

Bài 4. a) Cho biểu thức $x^2 - x - 1 = 0$. Tính giá trị của biểu thức

$$Q = \frac{x^6 - 3x^5 + 3x^4 - x^3 + 2014}{x^6 - x^3 - 3x^2 - 3x + 2014}.$$

b) Cho các số dương x, y, z . Chứng minh bất đẳng thức

$$\sqrt{\frac{x}{y+z}} + \sqrt{\frac{y}{x+z}} + \sqrt{\frac{z}{x+y}} > 2$$

Bài 5. Cho đường tròn (O) , đường thẳng d cắt (O) tại hai điểm C và D . Từ điểm M tùy ý trên d kẻ các tiếp tuyến MA và MB với (O) , A và B là các tiếp điểm. Gọi I là trung điểm của CD .

a) Chứng minh tứ giác $MAIB$ nội tiếp.

b) Các đường thẳng MO và AB cắt nhau tại H . Chứng minh H thuộc đường tròn ngoại tiếp tam giác COD .

c) Chứng minh đường thẳng AB luôn đi qua một điểm cố định khi M thay đổi trên đường thẳng d .

d) Chứng minh $\frac{MD}{MC} = \frac{HA^2}{HC^2}$.

22. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH BÌNH ĐỊNH 2016-2017

Bài 1. a) Cho biểu thức

$$P = x^2 + 5y^2 - 4xy + 2x - 14y + 2016.$$

Tìm x, y để P đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm giá trị nhỏ nhất đó.

b) Với mỗi số tự nhiên n , xét hai số

$$a_n = 2^{2n+1} + 2^{n+1} + 1, \quad b_n = 2^{2n+1} - 2^{n+1} + 1.$$

Chứng minh rằng có một và chỉ một trong hai số trên chia hết cho 5.

Bài 2. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} (x+y)(x^2+y^2) &= 15 \\ (x-y)(x^2-y^2) &= 3 \end{cases}.$$

Bài 3. Tìm số chính phương có bốn chữ số biết rằng khi tăng thêm mỗi chữ số một đơn vị thì số mới được tạo thành cũng là số chính phương có bốn chữ số

Bài 4. Từ một điểm S ở ngoài đường tròn tâm O kẻ các tiếp tuyến SA, SC và cát tuyến SBD (B nằm giữa S và D). Gọi I là giao điểm của AC và BD . Chứng minh rằng

a) $AB \cdot DC = AD \cdot BC$.

b) $\frac{SB}{SD} = \frac{IB}{ID} = \frac{AB \cdot CB}{AD \cdot CD}$.

Bài 5. Cho nửa đường tròn tâm O , đường kính $AB = 2R$. Điểm M nằm trên nửa đường tròn sao cho $\widehat{MAB} = 60^\circ$. Kẻ MH vuông góc với AB tại H , HE vuông góc với AM tại E , HF vuông góc với BM tại F . Các đường thẳng EF và AB cắt nhau tại K . Tính diện tích tam giác MEF và độ dài các đoạn thẳng KA, KB theo R .

Bài 6. Cho $a, b, c > 0$ và $a + b + c < 1$. Chứng minh rằng

$$\frac{1}{a^2 + 2bc} + \frac{1}{b^2 + 2ca} + \frac{1}{c^2 + 2ab} > 9$$

23. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH BÌNH ĐỊNH 2017-2018
(VÒNG 1)

Bài 1. Cho biểu thức

$$A = \frac{x\sqrt{x} - 1}{x - \sqrt{x}} - \frac{x\sqrt{x} + 1}{x + \sqrt{x}} + \frac{x + 1}{\sqrt{x}}.$$

- a) Rút gọn biểu thức A .
- b) Tìm x để $A = 4$.

Bài 2. Cho parabol $P : y = x^2$ và đường thẳng $(d) : y = (2m - 1)x - m + 2$ (m là tham số).

- a) Chứng minh rằng với mọi m đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt.
- b) Tìm các giá trị của m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$ thỏa mãn $x_1y_1 + x_2y_2 = 0$.

Bài 3. Hai thành phố A và B cách nhau $450km$. Một ô tô đi từ A đến B với vận tốc không đổi trong một thời gian dự định. Khi đi, ô tô tăng vận tốc hơn dự kiến $5km/h$ nên đã đến sớm hơn 1 giờ với thời gian dự định. Tính vận tốc dự kiến ban đầu của ô tô.

Bài 4. Cho đường tròn (O) , dây BC không phải là đường kính. Các tiếp tuyến của (O) tại B và C cắt nhau ở A . Lấy điểm M trên cung nhỏ BC (M khác B và C). Gọi I , H , K lần lượt là chân đường vuông góc hạ từ M xuống BC , CA và AB .

- a) Chứng minh các tứ giác $BKMI$, $CHMI$ nội tiếp.
- b) Chứng minh $MI^2 = MK \cdot MH$.
- c) Giả sử BM cắt IK tại D , CM cắt IH tại E . Chứng minh $DE \parallel BC$.

Bài 5. Cho $a, b, c \in [0; 1]$. Chứng minh rằng

$$a + b^2 + c^3 - ab - bc - ca \leq 1.$$

**24. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH BÌNH ĐỊNH 2017-2018
(VÒNG 2)**

Bài 1. Cho biểu thức

$$A = \left(\frac{\sqrt{x} - 2}{x - 1} - \frac{\sqrt{x} + 2}{x + 2\sqrt{x} + 1} \right) \frac{x^2 - 2x + 1}{2}.$$

- a) Tìm điều kiện của x để biểu thức A có nghĩa. Rút gọn A .
- b) Tìm x để $A \geq 0$.
- c) Tìm giá trị lớn nhất của A .

Bài 2. a) Giải phương trình

$$4x^4 + 4x^3 - 20x^2 + 2x + 1 = 0.$$

b) Chứng minh rằng nếu số tự nhiên $\overline{abc}$ là số nguyên tố thì $b^2 - 4ac$ không là số chính phương.

Bài 3. Cho đa thức $f(x) = x^2 - 2(m + 2)x + 6m + 1$ (m là tham số). Bằng cách đặt $x = t + 2$. Tính $f(x)$ theo t và tìm điều kiện của m để phương trình $f(x) = 0$ có hai nghiệm lớn hơn 2.

Bài 4. Cho đường tròn (T) tâm O đường kính AB , trên tiếp tuyến tại A lấy một điểm P khác A , K thuộc đoạn OB (K khác O và B). Đường thẳng PK cắt đường tròn (T) tại C và D (C nằm giữa P và D), H là trung điểm của CD .

- a) Chứng minh tứ giác $AOHP$ nội tiếp được đường tròn.
- b) Kẻ ID song song với PO , điểm I thuộc AB , chứng minh $\widehat{PDI} = \widehat{BAH}$.
- c) Chứng minh đẳng thức $PA^2 = PC \cdot PD$.
- d) BC cắt OP tại J , chứng minh AJ song song với DB .

Bài 5. Cho tam giác ABC vuông tại A . Từ điểm I thuộc miền trong tam giác, kẻ $IM \perp BC$, kẻ $IN \perp AC$, $IK \perp AB$. Tìm vị trí của I sao cho tổng $IM^2 + IN^2 + IK^2$ nhỏ nhất.

Bài 6. Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $xyz \leq 1$. Chứng minh rằng

$$\frac{x(1 - y^3)}{y^3} + \frac{y(1 - z^3)}{z^3} + \frac{z(1 - x^3)}{x^3} \geq 0.$$

25. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH BÌNH DƯƠNG 2014-2015**Bài 1.** Chứng minh rằng

$$x_0 = \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}} - \sqrt{6 - 3\sqrt{2 + \sqrt{3}}}$$

là nghiệm của phương trình

$$x^4 + 16x^2 + 32 = 0$$

Bài 2. Cho đường thẳng $(d) : y = mx + 2$ với m là tham số khác 0. Tìm m để khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng (d) bằng $\frac{2}{3}$. Vẽ đường thẳng (d) trong mặt phẳng tọa độ với giá trị m tìm được.

Bài 3. a) Giải phương trình

$$x^3 + 3x^2 + 3x + 2 = 0.$$

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = 3(x^2 + y^2)$, biết

$$x^2 + y^2 = xy + 12.$$

Bài 4. a) Tìm m để phương trình sau có hai nghiệm phân biệt

$$x^2 - 2x - |x - 1| + m = 0.$$

b) Cho phương trình

$$mx^2 + x + m - 1 = 0.$$

Xác định m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn

$$\left| \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \right| > 1$$

Bài 5. Cho đường tròn (O) và một điểm M cố định bên ngoài đường tròn. Một đường thẳng (d) qua M cắt đường tròn (O) tại A và B ($MA < MB$, (d) không đi qua O). Gọi C là giao điểm của hai tiếp tuyến kẻ từ A và B .

a) Chứng minh rằng điểm O nằm trên đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .b) Gọi D là giao điểm (khác O) giữa OM và đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Chứng minh $MA \cdot MB = MD \cdot MO$.c) Chứng minh rằng đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC luôn đi qua hai điểm cố định khi đường thẳng (d) quay quanh M .

Bài 6. Cho tam giác đều ABC , (O) là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Điểm M thay đổi, thuộc cung nhỏ AC của đường tròn tâm (O) (M khác A và C). CM cắt AB tại E , AM cắt BC tại F . Qua A kẻ đường thẳng song song với BC cắt đường thẳng EF tại D . Chứng minh EF luôn đi qua điểm cố định D khi M thay đổi.

26. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH BÌNH DƯƠNG 2017-2018

Bài 1. a) Giải phương trình

$$x^2 - 3x + 1 = -\frac{\sqrt{3}}{3}\sqrt{x^4 + x^2 + 1}$$

b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2 - |x| = |yz| \\ y^2 - |y| = |xz| \\ z^2 - |z| = |xy| \end{cases}$$

Bài 2. Với x, y là các số dương thỏa mãn điều kiện $x \geq 2y$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$M = \frac{x^2 + y^2}{xy}$$

Bài 3. a) Cho a, b, c, d là các số thực thỏa mãn $b + d \neq 0$, $\frac{ac}{b+d} \geq 2$. Chứng minh rằng phương trình sau luôn có nghiệm

$$(x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d) = 0.$$

b) Tìm các cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn $x^2 - y^2 = xy + 8$

Bài 4. Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$) ngoại tiếp đường tròn tâm O . Gọi D, E, F lần lượt là tiếp điểm của (O) với các cạnh AB, AC, BC ; I là giao điểm của BO với EF , M là điểm di động trên đoạn CE .

a) Tính số đo góc $\angle BIF$.

b) Gọi H là giao điểm của BM và EF . Chứng minh rằng nếu $AM = AB$ thì tứ giác $ABHI$ là tứ giác nội tiếp.

c) Gọi N là giao điểm của BM với cung nhỏ EF của (O) ; P, Q lần lượt là hình chiếu vuông góc của N lên các đường thẳng DE, DF . Xác định vị trí của điểm M để độ dài PQ lớn nhất.

27. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH BÌNH PHƯỚC 2013-2014

Bài 1. a) Tính

$$A = \sqrt{8 + 2\sqrt{7}} + \sqrt{16 - 6\sqrt{7}}.$$

b) Cho $x > 0$, $x \neq 1$. Rút gọn biểu thức

$$M = \left(\frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} - \frac{\sqrt{x} + 1}{x + \sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x} + 1}{x}.$$

Bài 2. Cho phương trình tham số m sau

$$x^2 - 4x + 2m - 3 = 0.$$

Tìm các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn

$$\sqrt{3}(\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}) = \sqrt{x_1 x_2 + 17}$$

Bài 3. a) Giải phương trình

$$\sqrt{x+1} + \sqrt{5x} = \sqrt{4x-3} + \sqrt{2x+4}.$$

b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} (x+2y-2)(2x+y) &= 2x(5y-2) - 2y \\ x^2 - 7y &= -3 \end{cases}.$$

Bài 4. a) Chứng minh rằng trong ba số chính phương tùy ý luôn tồn tại hai số mà hiệu của chúng chia hết cho 4.

b) Giải phương trình nghiệm nguyên

$$3x^2 - 2y^2 - 5xy + x - 2y - 7 = 0.$$

Bài 5. Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O) , $AB < AC$. Các tiếp tuyến tại B và C của đường tròn (O) cắt nhau tại E ; AE cắt đường tròn (O) tại D (khác điểm A). Kẻ đường thẳng (d) qua điểm E và song song với tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) , đường thẳng (d) cắt các đường thẳng AB, AC lần lượt tại P và Q . Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng BC . Đường thẳng AM cắt đường tròn (O) tại N (khác điểm A).

a) Chứng minh rằng $EB^2 = ED \cdot EA$ và $\frac{BA}{BD} = \frac{CA}{CD}$.

b) Chứng minh các đường tròn ngoại tiếp của ba tam giác ABC, EBP, ECQ cùng đi qua một điểm.

c) Chứng minh E là tâm đường tròn ngoại tiếp của tứ giác $BCQP$.

d) Chứng minh tứ giác $BCND$ là hình thang cân.

Bài 6. a) Chứng minh rằng với a, b là hai số dương thì

$$a^3 + b^3 \geq ab(a + b).$$

b) Cho a, b là hai số dương thỏa mãn $a + b \geq 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$F = (a^3 + b^3)^2 + (a^2 + b^2) + \frac{3}{2}ab.$$

28. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH BÌNH PHƯỚC 2015-2016

Bài 1. Cho $a > 0$, $a \neq 1$ và

$$P = \left(\frac{1}{a-1} + \frac{3\sqrt{a}+5}{a\sqrt{a}-a-\sqrt{a}+1} \right) \cdot \left(\frac{(\sqrt{a}+1)^2}{4\sqrt{a}} - 1 \right).$$

a) Rút gọn P .

b) Đặt $Q = (a - \sqrt{a} + 1) \cdot P$. Chứng minh $Q > 1$.

Bài 2. Cho phương trình

$$x^2 - 2(m+1)x + m^2 = 0.$$

Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn

$$(x_1 - m)^2 + x_2 = m + 2$$

Bài 3. a) Giải phương trình

$$(x+1)\sqrt{2(x^2+4)} = x^2 - x - 2.$$

b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{y} = x^2 + xy - 2y^2 \\ (\sqrt{x+3} - \sqrt{y})(1 + \sqrt{x^2+3x}) = 3 \end{cases}.$$

Bài 4. Giải phương trình trên tập số nguyên

$$x^{2015} = \sqrt{y(y+1)(y+2)(y+3)} + 1$$

Bài 5. Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn $(O; R)$. Gọi H là trực tâm của tam giác ABC . Gọi M là trung điểm của BC .

a) Chứng minh $AH = 2OM$.

b) Dựng hình bình hành $AHIO$. Gọi J là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OBC . Chứng minh rằng $OI \cdot OJ = R^2$.

c) Gọi N là giao điểm của AH với đường tròn (O) (N khác A). Gọi D là điểm bất kì trên cung nhỏ NC của đường tròn tâm (O) (D khác N và C). Gọi E là điểm đối xứng với D qua AC , K là giao điểm của AC và HE . Chứng minh rằng $\widehat{ACH} = \widehat{ADK}$.

Bài 6. a) Cho a, b là hai số thực dương. Chứng minh rằng

$$\sqrt{(1+a)(1+b)} \geq 1 + \sqrt{ab}.$$

b) Cho a, b là hai số thực dương thỏa mãn $a + b = ab$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{1}{a^2 + 2a} + \frac{1}{b^2 + 2b} + \sqrt{(1+a^2)(1+b^2)}$$

29. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH BÌNH PHƯỚC 2017-2018

Bài 1. a) Cho biểu thức

$$P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2} + \frac{-x + x\sqrt{x} + 6}{x + \sqrt{x} - 2} - \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1}.$$

với $x \geq 0, x \neq 1$. Rút gọn biểu thức P .

b) Cho biểu thức

$$Q = \frac{(x + 27)P}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 2)}$$

với $x \geq 0, x \neq 1, x \neq 4$. Chứng minh rằng $Q \geq 6$.

Bài 2. Cho phương trình

$$x^2 - 2(m - 1)x + m^2 - 3 = 0$$

với x là ẩn, m là tham số. Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho

$$x_1^2 + 4x_1 + 2x_2 - 2mx_1 = 1$$

Bài 3. a) Giải phương trình

$$x + 2\sqrt{7 - x} = 2\sqrt{x - 1} + \sqrt{-x^2 + 8x - 7} + 1$$

b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 4\sqrt{x + 1} - xy\sqrt{y^2 + 4} &= 0 \\ \sqrt{x^2 - xy^2 + 1} + 3\sqrt{x - 1} &= xy^2 \end{cases}$$

Bài 4. Cho tam giác ABC có góc $\angle BAC = 60^\circ$, $AC = b$, $AB = c$ ($b > c$). Đường kính EF của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC vuông góc với BC tại M (E thuộc cung lớn BC). Gọi I và J là chân đường vuông góc hạ từ E xuống các đường thẳng AB và AC . Gọi H và K là chân đường vuông góc hạ từ F xuống các đường thẳng AB và AC .

a) Chứng minh rằng các tứ giác $AIEJ$, $CMJE$ nội tiếp và $EA \cdot EM = EC \cdot EI$.

b) Chứng minh rằng I, J, M thẳng hàng và IJ vuông góc với HK .

c) Tính độ dài cạnh BC và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ANC theo b, c

Bài 5. Chứng minh biểu thức

$$S = n^3(n + 2)^2 + (n + 1)(n^3 - 5n + 1) - 2n - 1$$

chia hết cho 120, với n là số nguyên.

Bài 6. a) Cho ba số a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 0$, $|a| \leq 1$, $|b| \leq 1$, $|c| \leq 1$. Chứng minh

$$a^4 + b^6 + c^8 \leq 2.$$

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$T = \frac{(x^3 + y^3) - (x^2 + y^2)}{(x - 1)(y - 1)}$$

với x, y là các số thực lớn hơn 1

30. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH BÌNH THUẬN 2012-2013**Bài 1.** Cho phương trình

$$x^2 - 2x - m^2 - 2 = 0.$$

a) Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi giá trị của m .

b) Tìm m để hai nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1 = -3x_2$.

Bài 2. a) Cho $a, b \neq 0, a + b \neq 0$. Chứng minh rằng

$$\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{(a+b)^2}} = \left| \frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{1}{a+b} \right|.$$

b) Không dùng máy tính hãy tính

$$S = \frac{2012}{2013} + \sqrt{1 + 2012^2 + \frac{2012^2}{2013^2}}$$

Bài 3. Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn

$$y(x-2) = x^2 + 1$$

Bài 4. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a và điểm E di động trên cạnh CD (E khác D). Đường thẳng AE cắt BC tại F và đường thẳng vuông góc với AE tại A cắt CD tại K .

a) Chứng minh trung điểm I của FK di chuyển trên một đường thẳng cố định.

b) Chứng minh $\frac{1}{AE^2} + \frac{1}{AF^2} = \frac{1}{a^2}$.

c) Cho $DE = x$ ($0 < x \leq a$). Tính diện tích S của tam giác AKE theo a và x .

d) Tìm vị trí điểm E trên CD để S nhỏ nhất.

31. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH BÌNH THUẬN 2015-2016
(CHUYÊN TIN)

Bài 1. Cho phương trình tham số m sau

$$x^2 - (3m + 14)x + (4m + 12)(2 - m) = 0.$$

a) Định giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt.

b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình. Định giá trị của m để biểu thức $P = x_1x_2$ đạt giá trị lớn nhất.

Bài 2. a) Cho x, y là các số thực dương sao cho $x^2 - 3y^2 = 2xy$. Tính giá trị biểu thức

$$A = \frac{x^2 + y^2}{xy}.$$

b) Giải phương trình

$$\frac{(\sqrt{x+1} + 1)(5-x)}{x} = 2$$

Bài 3. a) Tìm tất cả số nguyên x để $x^2 + x + 1$ là số chính phương.

b) An mua một cuốn tập 200 trang và đánh số trang theo thứ tự từ 1 đến 200. An đổ Bình chọn 25 tờ bất kì trong cuốn tập đó sao cho tổng của 50 số trên 25 tờ được chọn bằng 2016. Hỏi bình có thể thực hiện được hay không?. Vì sao?.

Bài 4. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn và đường cao AD . Gọi E, F, G lần lượt là trung điểm của AB, AC và EF ; (O) là đường tròn ngoại tiếp tam giác BED ; H là giao điểm thứ hai của đường thẳng DG với đường tròn (O) . Chứng minh rằng

a) EF là tiếp tuyến của đường tròn (O) .

b) $GF^2 = GH.GD$.

c) Tứ giác $DHFC$ nội tiếp được đường tròn.

**32. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH BÌNH THUẬN 2015-2016
(CHUYÊN TOÁN)**

Bài 1. Giải phương trình

$$\sqrt{x-8+2\sqrt{x-9}} = x-20$$

Bài 2. Một bác nông dân đem trứng ra chợ bán. Tổng số trứng bán ra được tính như sau

- Ngày thứ nhất bán được 8 trứng và $\frac{1}{8}$ số trứng còn lại.
- Ngày thứ hai bán được 16 trứng và $\frac{1}{8}$ số trứng còn lại.
- Ngày thứ ba bán được 24 trứng và $\frac{1}{8}$ số trứng còn lại.
-

Cứ như vậy cho đến ngày cuối cùng thì bán hết trứng. Nhưng thật thú vị, số trứng bán được trong mỗi ngày đều bằng nhau. Hỏi tổng số trứng bán được là bao nhiêu và bán hết trong mấy ngày?.

Bài 3. Cho các số thực dương x, y, z sao cho $x + y + z = 3\sqrt{2}$. Chứng minh rằng

$$\frac{1}{\sqrt{x(3y+5z)}} + \frac{1}{\sqrt{y(3z+5x)}} + \frac{1}{\sqrt{z(3x+5y)}} \geq \frac{3}{4}.$$

Đẳng thức xảy ra khi nào?.

Bài 4. Cho đường tròn (O) đường kính $AB = 2R$, điểm C di động sao cho $\angle ACB = 60^\circ$ và các đoạn thẳng AC, BC lần lượt cắt đường tròn (O) tại hai điểm D, E .

a) Chứng minh rằng khi điểm C di động thì đường thẳng DE luôn tiếp xúc với một đường tròn cố định.

b) Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B lên đường thẳng DE . Xác định vị trí điểm C để tích $AM \cdot BN$ đạt giá trị lớn nhất.

Bài 5. Trên bảng viết các số

$$\frac{1}{2015}; \frac{2}{2015}; \dots; \frac{2014}{2015}; \frac{2015}{2015}.$$

Mỗi lần biến đổi, xóa đi hai số a, b bất kì và thay bằng $a + b - 5ab$. Hỏi sau 2014 lần thực hiện phép biến đổi, trên bảng còn lại số nào?.

33. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH BÌNH THUẬN 2016-2017

Bài 1. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x^2 + 2x - \sqrt{y-1} = 2 \\ x^2 + x + 2\sqrt{y-1} = 6 \end{cases}.$$

Bài 2. Cho hai số nguyên dương lẻ m, n nguyên tố cùng nhau và thỏa

$$n \mid (m^2 + 2), \quad m \mid (n^2 + 2).$$

Chứng minh rằng $4mn \mid (m^2 + n^2 + 2)$.

Bài 3. Cho các số dương x, y, z . Chứng minh rằng

$$\frac{xy}{x^2 + yz + zx} + \frac{yz}{y^2 + zx + xy} + \frac{zx}{z^2 + xy + yz} \leq \frac{x^2 + y^2 + z^2}{xy + yz + zx}.$$

Đẳng thức xảy ra khi nào?

Bài 4. Cho đường tròn $(O; R)$ và dây cung $BC < 2R$, điểm A di động trên (O, R) sao cho $\triangle ABC$ là tam giác nhọn. Kẻ các đường cao AD, BE, CF của $\triangle ABC$. Gọi K, L lần lượt là tâm đường tròn nội tiếp hai tam giác BDF, CDE .

- Chứng minh hai tam giác BFD, ECD đồng dạng.
- Chứng minh $\widehat{DKL} = \widehat{DFC}$.
- Chứng minh rằng đường thẳng d qua A và vuông góc với KL luôn đi qua một điểm cố định khi A di động.

Bài 5. Giả sử trên bảng viết 2016 câu khẳng định như sau:

- Câu 1. Trên bảng có ít nhất 1 câu khẳng định sai.
- Câu 2. Trên bảng có ít nhất 2 câu khẳng định sai.
-
- Câu 2016. Trên bảng có ít nhất 2016 câu khẳng định sai.

Hỏi những câu khẳng định nào trên bảng là đúng?

**34. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH BÌNH THUẬN 2017-2018
(VÒNG 1)**

Bài 1. Cho $x > 0$ và biểu thức

$$A = \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x} + 1} \right) : \frac{\sqrt{x}}{x + \sqrt{x}}.$$

a) Rút gọn biểu thức A .

b) Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để biểu thức A có giá trị nguyên.

Bài 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol $(P) : y = \frac{1}{4}x^2$.

a) Vẽ (P) .

b) Đường thẳng $(d) : y = x + \frac{5}{4}$ cắt (P) tại M và N . Tính diện tích tam giác OMN .

Bài 3. a) Giải phương trình

$$(x^2 - 5x + 6)(x^2 - 5x + 4) = 24.$$

b) Cho phương trình $x^2 - (m + 1)x - 3m + 2 = 0$ (m là tham số). Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm x_1 và x_2 thỏa mãn $3x_1 + 2x_2 = 5$.

Bài 4. Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$), nội tiếp đường tròn tâm O , bán kính R . Gọi AD, BE, CF là các đường cao của tam giác ABC , H là giao điểm của AD và BE .

a) Chứng minh tứ giác $BFHD$ nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh FH là tia phân giác của $\widehat{EFD}$.

c) Gọi I là giao điểm của AD và EF . Chứng minh $IH \cdot AD = HD \cdot AI$.

d) Giả sử bốn điểm B, H, O, C cùng nằm trên một đường tròn. Tính theo R độ dài đoạn EF .

Bài 5. Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $xyz \leq 1$. Chứng minh rằng

$$\frac{x(1 - y^3)}{y^3} + \frac{y(1 - z^3)}{z^3} + \frac{z(1 - x^3)}{x^3} \geq 0.$$

**35. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH BÌNH THUẬN 2017-2018
(VÒNG 2)**

Bài 1. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} y^2 + 1 &= xy \\ x^2 + y^2 + 1 + 2(x + y) &= 0 \end{cases}$$

Bài 2. Cho n là số nguyên $a_1, a_2, \dots, a_n$ thỏa mãn $S = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$ chia hết cho 6. Chứng minh rằng $P = a_1^3 + a_2^3 + a_3^3 + \dots + a_n^3$ cũng chia hết cho 6.

Bài 3. Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn $x + y + z + xyz = 4$. Chứng minh

$$\left(1 + xy + \frac{y}{z}\right) \left(1 + yz + \frac{z}{x}\right) \left(1 + zx + \frac{x}{y}\right) \geq 27$$

Bài 4. Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) có AD là đường cao, H là trực tâm của tam giác ABC . Tia BH cắt đường tròn đường kính AC tại E, F sao cho $BE < BF$, tia CH cắt đường tròn đường kính AB tại G, K sao cho $CG < CK$, đường tròn ngoại tiếp tam giác EDG cắt BC tại điểm thứ hai là P .

- a) Chứng minh A là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $KEGF$.
- b) Chứng minh ba điểm P, E, K thẳng hàng.
- c) Giả sử bốn điểm K, D, P, F cùng nằm thuộc một đường tròn.

Bài 5. Trong ngày quốc tế thiếu nhi 1/6 vừa qua, có 97 em nhỏ đến từ 3 trường của một huyện miền núi được nhận mỗi em một món quà. Biết rằng chỉ có 4 loại quà được phát ra nếu trong 5 em nhỏ bất kì đến từ một trường nhận cùng một loại quà thì có 2 em cùng tuổi. Chứng minh rằng luôn có 3 em nhỏ đến từ cùng một trường, cùng tuổi và nhận cùng một loại quà.

36. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN THÀNH PHỐ CẦN THƠ 2017-2018

Bài 1. Cho x, y là hai số thực dương phân biệt. Rút gọn biểu thức

$$\left(\frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} + \frac{3\sqrt{xy}}{x\sqrt{x} + y\sqrt{y}} \right) \cdot \left[\left(\frac{1}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} - \frac{3\sqrt{xy}}{x\sqrt{x} - y\sqrt{y}} \right) : \frac{x - y}{x + \sqrt{xy} + \sqrt{y}} \right]$$

Bài 2. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng

$$(d) : y = \frac{2m - 4}{2m + 5}x + 4 - 2m$$

với m là tham số thực khác $-\frac{5}{2}$. Tìm tất cả các giá trị của m để (d) cắt tia Ox, Oy lần lượt tại hai điểm phân biệt A, B sao cho diện tích của tam giác OAB đạt giá trị lớn nhất, với O là gốc tọa độ.

Bài 3. a) Giải phương trình

$$2(x - 2)\sqrt{x(x + 3)} + x^3 + x^2 - 14x + 16 = 0.$$

b) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình sau có nghiệm là số nguyên

$$x^2 - (3 + 2m)x + 40 - m = 0$$

Bài 4. Một khu vườn hình chữ nhật có chu vi bằng 140(m). Tỉ số giữa chiều dài và chiều rộng của khu vườn là $\frac{5}{2}$. Để thuận tiện cho việc chăm sóc, thu hoạch và đi lại trong khu vườn, người ta làm một lối đi xung quanh khu vườn dọc theo chiều rộng x (m) và dọc theo y (m). Biết rằng $x = 2y$ và diện tích phần đất còn lại sau khi đã làm lối đi là 828m² (như hình vẽ bên dưới). Tính tỉ số k giữa chu vi của phần đất còn lại và chu vi ban đầu của khu vườn này.

Bài 5. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, nội tiếp đường tròn (O) , $AB < AC$ và các đường cao AD, BE, CF ($D \in BC, E \in CA, F \in AB$) cắt nhau tại H . Gọi I là trung điểm của cạnh BC . (O') là đường tròn ngoại tiếp tam giác HFE , d là đường thẳng đi qua H và song song với đường thẳng BC .

a) Chứng minh d là tiếp tuyến của đường tròn (O') .

b) Tia IH cắt đường tròn (O) tại điểm M . Chứng minh điểm M thuộc đường tròn (O') .

c) Gọi G là giao điểm của hai đường thẳng FE và BC . Chứng minh GH vuông góc với AI .

Bài 6. Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} = 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$M = \frac{27a^2}{c(c^2 + 9a^2)} + \frac{b^2}{a(4a^2 + b^2)} + \frac{8c^2}{b(9b^2 + 4c^2)}$$

37. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN THÀNH PHỐ ĐÀ NẴNG 2005-2006**Bài 1.** a) Tính giá trị biểu thức

$$A = \sqrt{\frac{1}{3^2}} - \sqrt{\frac{1}{36}} + \frac{3}{4}.$$

b) Giải phương trình

$$x^4 = (x - 2)^2$$

Bài 2. a) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} y - x = 4 \\ y - 2 = \frac{x}{2} - \frac{2}{x} \end{cases}.$$

b) Cho phương trình

$$2x(mx - 1) = x^2 - 1$$

với m là tham số. Tìm số nguyên m nhỏ nhất sao cho phương trình đã cho vô nghiệm.**Bài 3.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho Parabol $(P) : y = -\frac{1}{2}x^2$.a) Vẽ (P) .b) Trên (P) lấy hai điểm A và B lần lượt có hoành độ bằng -2 và 1 . Viết phương trình đường thẳng AB .c) Tính S_{AOB} .**Bài 4.** Có 30 lít nước, vừa đủ rót đầy bình A và $\frac{1}{3}$ bình B hoặc vừa đủ rót đầy bình B và $\frac{1}{2}$ bình A . Tính dung tích mỗi bình A, B .**Bài 5.** Cho (O) , dây CD không qua tâm. Lấy A là điểm chính giữa cung nhỏ CD . Từ A vẽ tiếp tuyến (d) của (O) . Trên d lấy M sao cho $AM = CD$ (C và M nằm trong cùng một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng AD). Tia MC cắt (O) tại B khác C . Chứng minha) $MADC$ là hình bình hành.b) $\angle ACB = 2\angle ABC$.c) $\frac{MC}{MB} = \frac{AC^2}{AB^2}$.**Bài 6.** Cho hình bình hành $ABCD$ có $\angle BAD$ nhọn và $AB < AC$. Phân giác trong $\angle BAD$ cắt cạnh BC tại M , cắt tia CD tại N . Chứng minh tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác CMN nằm trên đường tròn ngoại tiếp tam giác CBD .

38. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN THÀNH PHỐ ĐÀ NẴNG 2009-2010**Bài 1.** a) Rút gọn

$$A = \sqrt{3 + 2\sqrt{2}} + \sqrt{18 - 8\sqrt{2}}.$$

b) Cho hai số dương x, y thỏa mãn điều kiện $x + 4y = 5\sqrt{xy}$. Tính $\frac{x}{y}$.**Bài 2.** a) Giải phương trình

$$x^2 - 2x|x - 2| + 4 = 0.$$

b) Cho phương trình tham số m sau

$$2x^4 - 4(m + 2)x^2 + 2m^2 + 1 = 0.$$

Tìm m để phương trình có 4 nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3, x_4 thỏa

$$x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 + x_4^4 = 66.$$

Bài 3. a) Chứng minh $70.27^{1001} + 31.38^{101}$ chia hết cho 13.

b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{3}{y} + \frac{3}{z} = -2 \\ \frac{4}{xy} - \frac{3}{z^2} - \frac{2}{y} = 3 \end{cases}.$$

Bài 4. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Trên BC lấy E (E khác B, C). Trên CD lấy F sao cho $\angle EAF = 45^\circ$. Đường chéo BD cắt AE, AF lần lượt tại H và G .a) Gọi I là giao điểm của EG và FH . Chứng minh I là trực tâm của tam giác AEF .b) Chứng minh $\frac{GH}{EF}$ không đổi.c) Đường thẳng AI cắt EF tại K . Chứng minh BK song song HF .d) Tìm giá trị nhỏ nhất của tam giác AEF khi E di chuyển trên BC (E khác B, C), F thay đổi trên CD thỏa điều kiện $\angle EAF = 45^\circ$.**Bài 5.** Cho a, b, c là ba số dương thỏa $abc < 1$. Chứng minh

$$\frac{1}{1 + a + ab} + \frac{1}{1 + b + bc} + \frac{1}{1 + c + ca} < 1$$

**39. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN THÀNH PHỐ ĐÀ NẴNG 2011-2012
(CHUYÊN TOÁN)**

Bài 1. a) Cho $a = xy + \sqrt{(1+x^2)(1+y^2)}$ và $b = x\sqrt{1+y^2} + y\sqrt{1+x^2}$ trong đó x, y là hai số thực. Tìm hệ thức liên hệ giữa a và b độc lập với x và y .

b) Đặt $x_1 = \frac{m - \sqrt{m^2 + 1}}{2}$, $x_2 = \frac{m + \sqrt{m^2 + 1}}{2}$ (m là tham số). Hãy tính theo m giá trị biểu thức

$$A = [(2m+1)x_1 - (2m-1)x_2]^2 + [(m-2)x_1 + (m+2)x_2]^2$$

Bài 2. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $\Delta : y = \frac{3}{5}x - \frac{12}{25}$.

a) Gọi α là góc tạo bởi đường thẳng Δ và trục Ox . Chứng minh rằng $\sin \alpha > \frac{1}{2}$.

b) Chứng minh rằng trong mọi hình tròn bán kính $\frac{1}{30}$ với tâm nằm trên đường thẳng Δ , không có điểm nào có hoành độ và tung độ là các số nguyên.

Bài 3. a) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} yz(x+y)(x+z) &= 72 \\ zx(y+z)(y+x) &= 45 \\ xy(z+x)(z+y) &= 40 \end{cases}$$

b) Với mỗi số tự nhiên $n \geq 3$, gọi x_n là số đo góc mỗi đỉnh (tính theo đơn vị độ) của một đa giác đều n cạnh. Tìm tất cả các cặp số tự nhiên m, n ($m \geq 3, n \geq 3$) sao cho $x_m - x_n = 30^\circ$.

Bài 4. a) Tìm a, b, c, d biết rằng

$$5(a^2 + b^2 + c^2 + d^2) = (a + b + c + d + 2)^2 - 20.$$

b) Cho $x, y, z \in [1; 3]$. Đặt $S_n = x^n + y^n + z^n$ với mỗi số nguyên dương n . Chứng minh rằng nếu $S_1 \leq 5, S_2 \geq 11$ thì $S_n = 3^n + 2$ với mọi số nguyên dương n .

Bài 5. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng r . M là một điểm di động trên cạnh BC , M không trùng B và C . Trên CD lấy N sao cho $\angle MAN = 45^\circ$. Gọi P là giao điểm của BD và AM , Q là giao điểm của BD và AN . a) Chứng minh rằng MQ vuông góc với AN .

b) Gọi H là giao điểm của MQ và NP . Tìm quỹ tích giao điểm K của các đường thẳng AH và MN .

c) Tính diện tích phần chung của bốn hình tròn có tâm lần lượt là các đỉnh A, B, C, D có cùng bán kính r .

40. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN THÀNH PHỐ ĐÀ NẴNG 2011-2012
(CHUYÊN TIN)

Bài 1. Cho $a \geq 0$ và biểu thức

$$Q = \left(\sqrt{a} - \frac{x+a}{\sqrt{x}+\sqrt{a}} \right) \cdot \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{x}-\sqrt{a}} \right).$$

- a) Với giá trị nào của x thì Q xác định?
b) Chứng minh rằng nếu a là một số chính phương thì Q là một số nguyên (khi Q xác định).

Bài 2. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $A(6; -3)$, parabol (P) có phương trình $y = -x^2$ và đường thẳng (d_m) có phương trình $y = 2(m-1)x + m^2$ (m là tham số).

- a) Với các giá trị nào của m thì đường thẳng (d_m) cắt parabol (P) tại hai điểm mà một trong hai giao điểm có hoành độ bằng 2?. Khi đó, hãy xác định tọa độ giao điểm còn lại.
b) Tìm tọa độ của điểm B thuộc (P) để đoạn AB ngắn nhất.

Bài 3. a) Chứng minh rằng phương trình

$$\sqrt{x^2 - 2x + 1} = \frac{4}{\sqrt{3} - 1} - \sqrt{7 + 4\sqrt{3}}$$

có hai nghiệm là $1 - \sqrt{3}$ và $1 + \sqrt{3}$.

- b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^3 - y^3 &= 35 \\ 3x^2 + 2y^2 &9x - 4y \end{cases}.$$

Bài 4. Cho đường tròn (C) tâm O bán kính 4cm. Gọi O' là một điểm di động sao cho $OO' = x(\text{cm})$ ($1 < x < 7$). Đường tròn (C') tâm O' bán kính 3cm cắt (C) tại hai điểm A và B . Dây AM của đường tròn (C) tiếp xúc với đường tròn (C') . Dây AN của đường tròn (C') tiếp xúc với đường tròn (C) . Gọi Q là điểm đối xứng với A qua trung điểm P của OO' , C là điểm đối xứng của A qua B .

- a) Gọi H là giao điểm của AN và $O'Q$. Chứng minh rằng $AHBQ$ là tứ giác nội tiếp.
b) Chứng minh rằng QMC là tam giác cân.
c) Tìm x để tứ giác $AOQO'$ có diện tích lớn nhất.

Bài 5. Cho $x, y \in [0; 1]$. Chứng minh rằng

$$\frac{1}{\sqrt{1+x^2}} + \frac{1}{\sqrt{1+y^2}} \leq \frac{2}{\sqrt{1+xy}}$$

41. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN THÀNH PHỐ ĐÀ NẴNG 2012-2013**Bài 1.** a) Cho phương trình tham số m sau

$$x^2 - 2(m - 1)x - 1 = 0.$$

Tìm các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn

$$|x_1 - x_2| = 2.$$

b) Lập phương trình bậc hai nhận $x_1 = y_1\sqrt{y_2} + 3\sqrt{y_1}$ và $x_2 = y_2\sqrt{y_1} + 3\sqrt{y_2}$ là nghiệm với y_1, y_2 là nghiệm của phương trình

$$y^2 - 7y + 1 = 0$$

Bài 2. a) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2 &= |x| + y \\ y^2 &= |y| + x \end{cases}.$$

b) Giải phương trình

$$x = \sqrt{40 - x} \cdot \sqrt{45 - x} + \sqrt{45 - x} \cdot \sqrt{72 - x} + \sqrt{72 - x} \cdot \sqrt{40 - x}$$

Bài 3. a) Cho x, y, z, t thỏa mãn $x^2 + y^2 + z^2 + t^2 \leq 1$. Chứng minh

$$\sqrt{(x + z)^2 + (y - t)^2} + \sqrt{(x - z)^2 + (y + t)^2} \leq 2.$$

b) Tìm $x, y \in \mathbb{N}$ thỏa mãn

$$\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{2012}$$

Bài 4. Cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn đường kính AB . Biết AB, CD cắt nhau tại E , AD cắt BC tại F , AC cắt BD tại M , H là hình chiếu của M lên AB , CH cắt BD tại N .a) Chứng minh $\frac{DB \cdot MN}{DM \cdot NB} = 1$.b) Hai đường tròn ngoại tiếp các tam giác BCE và CDF cắt nhau tại điểm thứ hai là L . Chứng minh E, F, L thẳng hàng.**Bài 5.** Cho tam giác ABC không đều có các cạnh $BC = a, CA = b, AB = c$. Gọi I, G là tâm đường tròn nội tiếp và trọng tâm tam giác. Chứng minh nếu $IG \perp IC$ thì ta có

$$6ab = (a + b)(a + b + c)$$

42. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN THÀNH PHỐ ĐÀ NẴNG 2016-2017**Bài 1.** Cho biểu thức

$$P = \frac{a}{a+1} + \sqrt{1 + a^2 + \frac{a^2}{(a+1)^2}}$$

với $a \neq -1$. Rút gọn biểu thức P và tính giá trị của P khi $a = 2016$.a) Tìm các số nguyên dương k và số thực x sao cho

$$(k-1)x^2 + 2(k-3)x + k-2 = 0.$$

b) Tìm các số nguyên dương x và số nguyên tố p sao cho

$$x^5 + x^4 + 1 = p^2$$

Bài 2. Giải các phương trình sau

$$\text{a) } (17-6x)\sqrt{3x-5} + (6x-7)\sqrt{7-3x} = 2 + 8\sqrt{36x-9x^2-35}.$$

$$\text{b) } \sqrt{x^2-3x+2} = \sqrt{10x-20} - \sqrt{x-3}$$

Bài 3. Cho tam giác ABC có $\widehat{BAC} > 90^\circ$, $AB < AC$ và nội tiếp đường tròn tâm O . Trung tuyến AM của tam giác ABC cắt (O) tại điểm thứ hai D . Tiếp tuyến của (O) tại D cắt đường thẳng BC tại S . Trên cung nhỏ DC của (O) lấy điểm E , đường thẳng SE cắt (O) tại điểm thứ hai là F . Gọi P, Q lần lượt là giao điểm của các đường thẳng AE, AF với BC .

a) Chứng minh rằng $MODS$ là tứ giác nội tiếp.b) Chứng minh rằng $QB = PC$.

Bài 4. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB < AC$. Đường tròn tâm I nội tiếp tam giác ABC và tiếp xúc với cạnh AC tại D . Gọi M là trung điểm của AC , đường thẳng IM cắt AB tại N . Chứng minh rằng tứ giác $IBND$ là hình bình hành

Bài 5. Người ta dùng một số quân cờ hình tetromino gồm 4 ô vuông kích thước 1×1 , hình chữ L , có thể xoay hoặc lật ngược như hình 1 để ghép phủ kín một bàn cờ hình vuông kích thước $n \times n$ (n là số nguyên dương) gồm n^2 ô vuông kích thước 1×1 theo quy tắc sau

- Với mỗi quân cờ sau khi ghép vào bàn cờ, các ô vuông của nó phải trùng với các ô vuông của bàn cờ.
- Không có hai quân cờ nào mà sau khi ghép vào bàn cờ chúng kê lên nhau.

a) Khi $n = 4$, hãy chỉ ra một cách ghép phủ kín bàn cờ.b) Tìm tất cả các giá trị của n để có thể ghép phủ kín bàn cờ

43. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN THÀNH PHỐ ĐÀ NẴNG 2017-2018**Bài 1.** a) Giải bất phương trình

$$\left(\frac{x+1}{\sqrt{x}+1} + \frac{1}{x+\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x}}{x+2\sqrt{x}+1} \geq 2017 + \sqrt{2017}.$$

b) Cho các số dương x, y thỏa mãn $x = 4y + \sqrt{2xy}$. Tính

$$P = \frac{\sqrt[3]{xy}(3\sqrt[3]{x} - 2\sqrt[3]{y})}{\sqrt{2xy}}$$

Bài 2. a) Cho phương trình $x^2 + 2(2m-1)x - 3m = 0$ với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho biểu thức $Q = \frac{2(x_1^2 + x_2^2)}{x_1 + x_2}$ đạt giá trị nguyên.

b) Cho phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ với a, b, c là các số thực thỏa mãn điều kiện $a \neq 0$ và $2a + b + c = 0$. Chứng minh rằng phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Tìm các nghiệm đó khi

$$T = (x_1 - x_2)^2 + 2(x_1 + x_2)$$

đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 3. a) Giải phương trình

$$(x+1)^3 = (x^4 + 3x^3)\sqrt{x+3}$$

b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + xy = 1 \\ 2x^6 - 1 = xy(2x^2y^2 - 3) \end{cases}.$$

Bài 4. Các điểm $A_1, A_2, \dots, A_{2n}$ ($n \geq 2$) được sắp xếp theo thứ tự đó trên đường tròn (O) và chia đường tròn thành $2n$ cung tròn bằng nhau. Chứng minh rằng với mọi số nguyên dương k thỏa mãn điều kiện $2 < k \leq n+1$ ta đều có hai dây cung A_1A_k và A_2A_{k+n-1} vuông góc với nhau.

Bài 5. a) Cho tam giác nhọn ABC cân tại A , nội tiếp đường tròn tâm O đường kính AD . Hai đoạn thẳng BC và AD cắt nhau tại I . Gọi M là điểm nằm trên đoạn thẳng CI , M khác C và I . Đường thẳng qua M song song với CD cắt BD tại Q . Chứng minh rằng AM vuông góc với QK .

b) Cho tam giác nhọn ABC có $AB < AC < BC$, nội tiếp đường tròn tâm O và có trục tâm H . Đường thẳng AH cắt BC , CO tại D , E . Chứng minh rằng hai đường tròn ngoại tiếp tam giác ACD và CEH tiếp xúc nhau.

Bài 6. Tìm tất cả các số nguyên dương x, y, z thỏa mãn điều kiện

$$5^x \cdot 3^y + 1 = z(3z + 2)$$

44. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH ĐẮK LẮK 2009-2010

Bài 1. a) Giải phương trình

$$(x^2 + 2x + 27)(x^2 + 2x + 64) = 2010.$$

b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{3}{\sqrt{x-y}} - \frac{2}{2x-y} = \frac{7}{3} \\ \frac{1}{\sqrt{x-y}} + \frac{3}{2x-y} = 2 \end{cases}.$$

Bài 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $(d) : y = 2kx + k^2 - k + 1$ và Parabol $(P) : y = x^2$.a) Chứng minh đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi k .b) Gọi x_1, x_2 là hai hoành độ của các giao điểm. Tìm k để x_1x_2 đạt giá trị lớn nhất.**Bài 3.** a) Tìm x và y nguyên sao cho

$$\frac{x^2}{4} = y^2 + 1.$$

b) Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác. Chứng minh

$$a^3 + b^3 + c^3 + 2abc < a(b^2 + c^2) + b(a^2 + c^2) + c(a^2 + b^2)$$

Bài 4. a) Cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = \sqrt{2}$, $\widehat{ACB} = 45^\circ$. Tính thể tích hình được tạo thành khi quay tam giác ABC một vòng quanh BC .b) Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại A, B . Gọi M, N là tiếp tuyến chung của (O) và (O') (M thuộc (O) và N thuộc (O')). Chứng minh AB đi qua trung điểm I của MN .**Bài 5.** Cho tứ giác $ABCD$ có $AB = CD$, BC không song song với AD . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và AD . Đường thẳng MN cắt AB tại I và cắt CD tại J . Chứng minh $\widehat{AIN} = \widehat{DJN}$.

45. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH ĐẮK LẮK 2011-2012

Bài 1. a) Giải phương trình

$$\sqrt{x - 2\sqrt{x - 1}} + \sqrt{x - 1} = 3.$$

b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{x}{y} - \frac{8}{x^2y} = 2 \\ \frac{y}{x} - \frac{8}{xy^2} = 2 \end{cases}.$$

Bài 2. a) Tìm giá trị của m dương để phương trình

$$x^3 - (m + 1)x^2 + (m + 2)x - 2 = 0$$

có ba nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3 sao cho

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} = 3.$$

b) Cho x, y là số thực tùy ý. Chứng minh rằng

$$x^4 + y^4 + 4x^2y^2 \geq 3(x^3y + xy^3).$$

Bài 3. a) Cho hai số nguyên dương a, b thỏa mãn $\frac{a+1}{b} + \frac{b+1}{a}$ là số nguyên. Chứng minh rằng ước số chung lớn nhất của a và b không lớn hơn $\sqrt{a+b}$.

b) Tìm số tự nhiên x, y thỏa mãn

$$4^x + 17 = y^2$$

Bài 4. Cho đoạn thẳng AB có trung điểm O . Trên cùng nửa mặt phẳng bờ AB dựng nửa đường tròn đường kính AB và nửa đường tròn (O') đường kính AO . Trên (O') lấy điểm M (khác A và O), tia OM cắt (O) tại N , gọi P là giao điểm thứ hai của AN với (O') .

a) Chứng minh tam giác APM cân.

b) Đường thẳng AM cắt OP tại H . Đường tròn ngoại tiếp tam giác NOH cắt (O) tại điểm thứ hai là Q . Chứng minh A, M, Q thẳng hàng.

c) Cho $\widehat{QAB} = 60^\circ$. Chứng minh $AQ = 6HM$.

Bài 5. Cho tam giác ABC cân tại A và $\widehat{A} = 36^\circ$. Chứng minh

$$\frac{AB}{BC} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

46. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH ĐẮK LẮK 2012-2013

Bài 1. a) Giải phương trình

$$\sqrt{x^2 + 2x} = -2x^2 - 4x + 3.$$

b) Chứng minh rằng

$$P = 1.2.3....2002. \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2001} + \frac{1}{2002} \right)$$

chia hết cho 2003.

Bài 2. a) Tìm nghiệm nguyên của phương trình

$$3xy + 6x + y - 52 = 0.$$

b) Tìm các số thực x, y thỏa mãn

$$\frac{2x}{x^2 + 1} = y^2 - 4y + 5.$$

Bài 3. Cho đường tròn (O) đường kính $AB = 2R$. Gọi C là điểm bất kì thuộc (O) ($0 < CA < CB$). Qua B vẽ đường thẳng d vuông góc với đường thẳng AB , tiếp tuyến tại C cắt đường thẳng d tại D và đường thẳng AB tại E , OC cắt đường thẳng d tại F .

a) Chứng minh rằng $BCEF$ là hình thang.b) Gọi G là giao điểm của AC và EF . Giả sử tứ giác $ODCG$ là hình bình hành. Tính OF theo R .

Bài 4. Xác định các góc của tam giác ABC biết $AC < AB$, đường cao AH và đường trung tuyến AM chia góc $\widehat{BAC}$ thành ba phần bằng nhau.

Bài 5. Cho số thực x thay đổi và thỏa mãn điều kiện $x^2 + (3 - x)^2 \geq 5$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$A = x^4 + (3 - x)^4 + 6x^2(3 - x)^2.$$

47. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH ĐẮK LẮK 2014-2015

Bài 1. a) Cho $x = \sqrt[3]{2} + 1$. Không dùng máy tính cầm tay, hãy tính giá trị của biểu thức

$$A = (5x^5 - 15x^4 + 14x^3 - 12x^2 - 3x + 2)^2 + 2014.$$

b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2 + 8y^2 &= 12 \\ x^3 + 2xy^2 + 12y &= 0 \end{cases}.$$

Bài 2. a) Tìm nghiệm nguyên của phương trình

$$6x^2 + 5y^2 + z^2 + 2yz - 4xz - 34 = 0.$$

b) Cho 2014 số tự nhiên đôi một khác nhau sao và nhỏ hơn 4026. Chứng minh tồn tại ba số trong 2014 số đó mà một số bằng tổng hai số kia.

c) Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác có chu vi bằng 3. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$A = \frac{(b+c-a)^3}{2a} + \frac{(c+a-b)^3}{2b} + \frac{(a+b-c)^3}{2c}$$

Bài 3. Cho hình vuông $MNPQ$ và điểm A nằm trong tam giác MNP sao cho

$$AM^2 = AP^2 + 2AN^2.$$

Tính $\widehat{PAN}$.

Bài 4. Cho đường tròn (O) ngoại tiếp tam giác ABC . Từ điểm D trên cung AB không chứa C (D khác A và B) hạ các đường vuông góc đến các cạnh AB, BC, CA lần lượt tại M, N, P . Chứng minh rằng

$$\frac{AB}{DM} = \frac{BC}{DN} + \frac{CA}{DP}.$$

48. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH ĐẮK LẮK 2015-2016

Bài 1. Cho phương trình tham số m sau

$$x^4 - 2(m+4)x^2 + m^2 + 8.$$

a) Giải phương trình với $m = 0$.

b) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có bốn nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3, x_4 thỏa mãn điều kiện

$$x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 + x_4^4 + 240$$

Bài 2. a) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^3 + 6x^2y = 7 \\ 2y^3 + 3xy^2 = 5 \end{cases}$$

b) Giải phương trình

$$\sqrt{x^2 + 4x + 12} = 2x - 4 + \sqrt{x + 1}.$$

Bài 3. a) Tìm tất cả các số x, y nguyên dương thỏa mãn phương trình

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{617}.$$

b) Tìm số tự nhiên bé nhất có bốn chữ số biết nó chia cho 7 được số dư 2 và bình phương của nó chia cho 11 được số dư là 3.

Bài 4. Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (I) . Gọi H là trực tâm của tam giác ABC . Hai đường thẳng BH và CH cắt lần lượt tại P và Q (khác B và C).

a) Chứng minh rằng IA vuông góc với PQ .

b) Trên hai đoạn thẳng HB và HC lấy hai điểm M, N sao cho AM vuông góc với MC , AN vuông góc với NB . Chứng minh

Bài 5. Cho tam giác AMN cân. b) Cho tam giác ABC có $\widehat{BAC} = 2\widehat{CBA} = 4\widehat{ACB}$. Chứng minh

$$\frac{1}{AB} = \frac{1}{BC} + \frac{1}{CA}.$$

Bài 6. Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $x + y + z = 1$. Chứng minh rằng

$$\frac{350}{xy + yz + zx} + \frac{386}{x^2 + y^2 + z^2} > 2015.$$

49. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH ĐẮK LẮK 2017-2018

Bài 1. Cho biểu thức tham số m sau

$$f(x) = x^2 - (2m + 3)x + m^2 - 1.$$

- a) Tìm giá trị của m để phương trình $f(x) = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt.
 b) Tìm giá trị của x để giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ là $\frac{2017}{4}$.

Bài 2. a) Giải phương trình

$$\sqrt{x^2 + 2x} - x - 1 + \frac{2(x - 1)}{\sqrt{x^2 + 2x}}.$$

- b) Giải phương trình

$$(\sqrt{3x + 4} - \sqrt{3x + 2})(1 + \sqrt{9x^2 + 18x + 8}) = 2$$

Bài 3. a) Tìm các số nguyên tố p sao cho $13p + 1$ là lập phương của một số tự nhiên.

- b) Tìm hai số x, y nguyên dương sao cho

$$(x + 2)^2 - 6(y - 1)^2 + xy = 24.$$

Bài 4. a) Cho các số thực dương a, b, c . Chứng minh rằng

$$\frac{a}{b + c} + \frac{b}{c + a} + \frac{4c}{a + b} > 2.$$

- b) Cho các số dương a, b, c thỏa mãn điều kiện

$$\begin{cases} a^2 + b^2 + c^2 &= 11 \\ ab + bc + ca &= 7 \end{cases}.$$

Chứng minh $\frac{1}{3} \leq a, b, c \leq 3$.

Bài 5. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Gọi (P) và (Q) theo thứ tự là đường tròn nội tiếp của tam giác AHB và tam giác AHC . Kẻ tiếp tuyến chung ngoài (khác BC) của hai đường tròn (P) và (Q) , nó cắt AB, AH, AC theo thứ tự ở M, K, N .

- a) Chứng minh tam giác HPQ đồng dạng với tam giác ABC .
 b) Chứng minh $PK \parallel AB$ và tứ giác $BMNC$ là tứ giác nội tiếp.
 c) Chứng minh năm điểm A, M, P, Q, N cùng nằm trên một đường tròn.
 d) Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC ; biết $AB = a, AC = 3a$. Một đường thẳng thay đổi đi qua H cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC tại D và E . Tính giá trị lớn nhất của diện tích tam giác IDE theo a .

50. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH ĐẮK LẮK 2013-2014

Bài 1. a) Giải phương trình

$$(x^2 - 2x - 3)(x^2 + 10x + 21) = 25.$$

b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{4}{\sqrt{x}} + \sqrt{10 - \frac{4}{y}} = 5 \\ \frac{4}{\sqrt{y}} + \sqrt{10 - \frac{4}{x}} = 5 \end{cases}.$$

Bài 2. a) Tìm số tự nhiên lớn nhất sao cho số 2015 viết được dưới dạng $2015 = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ với $a_1, a_2, \dots, a_n$ là hợp số.b) Tìm số dư khi chia $2012^{2013} + 2015^{2014}$ cho 11.c) Cho $a, b, c > 0$ sao cho $\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ac} = 2$. Chứng minh rằng

$$\frac{a}{1 + \frac{a}{b}} + \frac{b}{1 + \frac{b}{c}} + \frac{c}{1 + \frac{c}{a}} \geq 1.$$

Bài 3. Cho nửa đường tròn tâm O , đường kính AB . Gọi C là điểm chính giữa cung AB , M là một điểm bất kì trên cung AC . Tia phân giác $\widehat{COM}$ cắt BM tại điểm D . Chứng minh rằng khi điểm M di động trên cung AC thì điểm D thuộc một đường tròn cố định.**Bài 4.** Cho tam giác đều ABC . Lấy điểm P tùy ý trong tam giác ABC . Từ điểm P hạ PD, PE, PF lần lượt vuông góc tới cạnh BC, CA, AB . Tính tỉ số

$$\frac{BD + CE + AF}{PD + PE + PF}$$

51. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH ĐIỆN BIÊN 2014-2015

Bài 1. Cho biểu thức

$$P = \left(\frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{xy} + 1} + \frac{\sqrt{xy} + \sqrt{x}}{\sqrt{xy} - 1} - 1 \right) : \left(\frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{xy} + 1} - \frac{\sqrt{xy} + \sqrt{x}}{\sqrt{xy} - 1} + 1 \right).$$

a) Tìm điều kiện xác định và rút gọn P .b) Tính giá trị của P nếu $x = 2 - \sqrt{3}$, $y = \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1}$.**Bài 2.** Cho phương trình m tham số m sau

$$x^2 - 2(m + 1)x + m^2 + 4 = 0.$$

a) Giải phương trình với $m = 2$.b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn

$$x_1^2 + 2(m + 1)x_2 \leq 2m^2 + 8m + 2014$$

Bài 3. a) Giải phương trình

$$\sqrt{5x - 1} - \sqrt{3x - 2} = \sqrt{x - 1}.$$

b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} (x - 1)(xy - x^2) = 3 \\ x^2 - 2x + y = 4. \end{cases}$$

Bài 4. Trên hai cạnh Ox, Oy của góc vuông xOy lần lượt lấy hai điểm A và B sao cho $OA = OB$. Một đường thẳng đi qua A cắt OB tại M (M ở trong đoạn OB). Từ B kẻ đường thẳng vuông góc với AM cắt AM tại H , cắt AO kéo dài tại I .a) Chứng minh rằng $OI = OM$ và tứ giác $OMHI$ nội tiếp được trong một đường tròn.b) Từ O kẻ đường thẳng vuông góc với BI tại K . Chứng minh rằng $OK = KH$. Điểm K di động trên đường cố định nào khi M di động trên OB ?**Bài 5.** Cho tam giác ABC nội tiếp trong đường tròn (O) . Trên cạnh BC lấy điểm D , trên cạnh CA lấy điểm E , trên cạnh AB lấy điểm F sao cho tứ giác $AFDE$ là tứ giác nội tiếp. Kéo dài AD cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC tại giao điểm thứ hai M ($M \neq A$).Chứng minh rằng $S_{DEF} = \frac{EF^2}{BC^2} \cdot \frac{MD}{AD}$. Từ đó suy ra $S_{DEF} \leq \frac{EF^2}{4AD^2}$.**Bài 6.** a) Cho các số x, y dương thỏa mãn $x^2 + y^2 = 8$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{1}{\sqrt{1 + x^3}} + \frac{1}{\sqrt{1 + y^3}}.$$

b) Tìm tất cả các số nguyên tố p sao cho hai số $4p^2 + 1$ và $6p^2 + 1$ là hai số nguyên tố.

52. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH ĐỒNG NAI 2012-2013

Bài 1. Chứng minh rằng $x = \sqrt{6 - 3\sqrt{2 + \sqrt{3}}} - \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}$ là một nghiệm của phương trình

$$x^4 - 16x^2 + 32 = 0$$

Bài 2. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x(x+1)(y+1) &= -6 \\ 2y(x+1)(y+1) &= 6 \end{cases}.$$

Bài 3. Cho tam giác MNP có cạnh bằng 2. Lấy n điểm thuộc các cạnh hoặc bên trong tam giác sao cho khoảng cách giữa hai điểm tùy ý lớn hơn 1. Tìm n lớn nhất thỏa mãn điều kiện đã cho.

Bài 4. Chứng minh rằng trong 10 số nguyên dương liên tiếp không tồn tại hai số bất kì có ước chung lớn hơn 9.

Bài 5. Cho tam giác ABC không cân, ngoại tiếp (I) . Gọi D, E, F lần lượt là các tiếp điểm của BC, CA, AB với (I) . Gọi M là giao điểm của đường thẳng EF với BC , biết AD cắt (I) tại N . Gọi K là giao điểm của AI và EF . Chứng minh rằng

- a) I, D, N, K cùng thuộc một đường tròn.
- b) MN là tiếp tuyến của (I) .

53. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH ĐỒNG NAI 2013-2014**Bài 1.** a) Giải phương trình

$$x^4 + x^2 - 12 = 0 \quad (x \in \mathbb{R})$$

b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x - 3y = -5 \\ 7x + 11y = -23 \end{cases}$$

Bài 2. Cho $a \in \mathbb{R}$, $a \geq 2$ và biểu thức

$$P = \frac{\sqrt{a^2} \left(\sqrt{a + 2\sqrt{a-1}} + \sqrt{a - 2\sqrt{a-1}} \right)}{\sqrt{a^2 - 2a + 1}}.$$

a) Rút gọn biểu thức P .b) Chứng minh rằng nếu a là số thực và $a \geq 2$ thì $P \geq 4$.**Bài 3.** Cho phương trình

$$x^2 + 2x - 2m = 0.$$

a) Tìm các giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt.b) Cho m là số thực dương. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình đã cho. Biết $x_1 > x_2$, tính $U = \frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2}$ theo m .**Bài 4.** Cho các hàm số $(P) : y = 2x^2$ và $d : y = kx = -2$ (với k là tham số thực). a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số đã cho. b) Tìm k để điểm $M(x_M; y_M)$ thuộc cả hai đồ thị (P) và d đã cho, biết $y_M = 2$ và $x_M > 0$.**Bài 5.** Nếu cho hai vòi nước cùng chảy vào một bể (chưa có nước) trong thời gian 1 giờ 12 phút thì đầy bể. Nếu mở vòi thứ nhất chảy trong 20 phút và vòi thứ hai chảy trong 45 phút thì chỉ được $\frac{5}{12}$ bể. Khi mở riêng từng vòi. Tính thời gian để mỗi vòi khi chảy riêng đầy bể.**Bài 6.** Cho đường tròn (O) tâm O đường kính $AB = 2R$. Lấy điểm C thuộc đường tròn (O) , với $C \neq A, B$. Lấy điểm D thuộc cung nhỏ BC của đường tròn (O) , với $D \neq B, C$. Tiếp tuyến của đường tròn (O) tại điểm B cắt các đường thẳng AC, AD theo thứ tự tại các điểm M, N .a) Chứng minh tứ giác $CDNM$ là tứ giác nội tiếp đường tròn.b) Chứng minh $AD \cdot AN = AC \cdot AM = 4R^2$.c) Vẽ đường kính CE của nửa đường tròn (O) . Vẽ đường kính CF của đường tròn ngoại tiếp tứ giác $CDNM$. Chứng minh ba điểm D, E, F thẳng hàng.

54. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH ĐỒNG NAI 2014-2015**Bài 1.** a) Tìm các số thực x và y thỏa

$$x^2 + 9y^2 - 2x + 6y + 2 = 0.$$

b) Cho số thực x thỏa $\frac{1}{2} < x < \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$. Chứng minh

$$2x^3 - 3x^2 - x + 1 < 0$$

Bài 2. a) Cho phương trình

$$x^{n+2} - 12x^{n+1} + 29x^n = 0,$$

với n là số nguyên dương. Chứng minh rằng hai số $6 + \sqrt{7}$ và $6 - \sqrt{7}$ là nghiệm của phương trình đã cho với mọi số nguyên dương n .

b) Cho

$$P = \frac{1}{2} \left[(6 + \sqrt{7})^{10} + (6 - \sqrt{7})^{10} \right].$$

Chứng minh giá trị P là 1 số nguyên.**Bài 3.** Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2 &= 2y^2 - y + 3x - 5 \\ y^2 &= x^2 + x - 3y - 2 \end{cases}.$$

Bài 4. Cho hai số nguyên dương a và b có ước chung lớn nhất là 1. Biết ab là lập phương của 1 số nguyên dương. Chứng minh a là lập phương của một số nguyên dương.**Bài 5.** Cho tập hợp

$$S = \{m \in \mathbb{N}, 126 \leq m \leq 2014, 6 \mid m\}.$$

a) Tính số phần tử của tập hợp S .

b) Tính số các phần tử của tập hợp là ước của 126126 nhưng không là bội của 13.

Bài 6. Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O) tâm O . Lấy điểm D thuộc cung AB của đường tròn (O) không chứa C , D không trùng A và B . Vẽ đường thẳng a qua D vuông góc AD , biết đường thẳng a cắt đoạn BC tại điểm M (M không trùng B, C). Gọi K là trung điểm DM . Đường trung trực của đoạn thẳng DM cắt các cạnh AB, AC, BD, AM lần lượt tại E, F, N, I (N không trùng B, F không trùng C).a) Chứng minh $BCNF$ là tứ giác nội tiếp.b) Cho tam giác ABC cân ở A . Chứng minh MF song song AB .

55. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH ĐỒNG NAI 2015-2016**Bài 1.** a) Giải phương trình

$$x^4 - 48x^2 + 36 = 0.$$

b) Tìm m để hai đường thẳng sau song song với nhau

$$y = (m^2 + 5m + 8)x + 2m$$

$$y = 2x - 6$$

c) Trục căn thức

$$\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2} + 1}$$

Bài 2. a) Tìm m để phương trình $x^2 - 4x + m + 2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn

$$x_1^3 + x_2^3 = 28.$$

b) Tìm các số thực x và y thỏa

$$\begin{cases} 3x + 2y = 2 \\ x^3 + y^2 = 2 \end{cases}.$$

c) Cho các số thực a, b, c thỏa $a + b + c = 6$, $ab + bc + ca = 12$. Chứng minh

$$a = b = c = 2.$$

Bài 3. Cho các số nguyên dương a, b, c thỏa $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{c}$. Chứng minh tích abc là số chẵn.**Bài 4.** Viết tất cả các số nguyên dương liên tiếp từ 1 đến 1000 được dãy số: 1, 2, ..., 999, 1000. Tính số chữ số 9 trong dãy số đã cho.**Bài 5.** Cho tam giác ABC . Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC . Đường trung trực đoạn IC cắt các đường thẳng AI, BI, BC, CA tương ứng tại các điểm D, E, F, H .a) Chứng minh tứ giác $IFCH$ là hình thoi.b) Chứng minh tứ giác $AIHE$ nội tiếp đường tròn. Chứng tỏ năm điểm A, B, C, D, E cùng thuộc một đường tròn.c) Gọi T là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $AIHE$. Chứng minh IT vuông góc với BD .

56. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH ĐỒNG NAI 2016-2017

Bài 1. Cho biểu thức sau với $x \geq 0, x \neq 4$

$$A = \frac{x}{x-4} + \frac{1}{\sqrt{x}-2} + \frac{1}{\sqrt{x}+2}.$$

a) Rút gọn A .

b) Tìm x để $A = \frac{5}{4}$.

Bài 2. Cho phương trình $x^2 - mx + m - 2 = 0$, trong đó m là tham số.

a) Chứng minh phương trình có hai nghiệm phân biệt với mọi m .

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1 - x_2 = 2\sqrt{5}$.

Bài 3. Cho a, b, c là các số thực không âm thỏa $a + b + c = 3$. Chứng minh rằng

$$ab + bc + ca \leq 3, \quad a^2b + b^2c + c^2a \leq 4.$$

Bài 4. Cho tam giác ABC có bán kính đường tròn nội tiếp r và độ dài các đường cao là x, y, z .

a) Chứng minh rằng

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{r}.$$

b) Cho biết $r = 1$ và x, y, z là các số nguyên dương. Chứng minh tam giác ABC đều.

Bài 5. Từ điểm M nằm ngoài đường tròn (ω) tâm O , vẽ đến (ω) hai tiếp tuyến MA, MB và cát tuyến MCD , C nằm giữa M và D . Gọi H là giao điểm MO và AB .

a) Chứng minh rằng $MA^2 = MC \cdot MD$.

b) Chứng minh rằng tứ giác $CDOH$ nội tiếp.

c) Chứng minh rằng Đường thẳng AB và hai tiếp tuyến của (ω) tại C và D đồng qui.

d) Đường thẳng CH cắt (ω) tại điểm thứ hai $E \neq C$. Chứng minh rằng $AB \parallel DE$

57. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH ĐỒNG NAI 2017-2018
(VÒNG 1)

Bài 1. Cho $a \geq 0$ và $a \neq 1$ và biểu thức

$$P = \left(\frac{a + \sqrt{a}}{a\sqrt{a} + a + \sqrt{a} + 1} + \frac{1}{a + 1} \right) : \frac{\sqrt{a} - 1}{a + 1}.$$

a) Rút gọn biểu thức P .

b) Tìm số tự nhiên a khác 1 sao cho biểu thức P nhận giá trị nguyên.

Bài 2. a) Giải phương trình

$$(x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4) = 24.$$

b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2 - 4xy + x + 4y = 2 \\ x^2 - y^2 = -3 \end{cases}.$$

Bài 3. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 - x - 5 = 0$. Lập một phương trình bậc hai nhận $2x_1 + x_2$ và $x_1 + 2x_2$ làm nghiệm.

a) Tìm các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn

$$x^2 + 2y^2 - 2xy - 4x + 8y + 7 = 0.$$

b) Cho ba số thực không âm a, b, c . Chứng minh

$$ab(b^2 + bc + ca) + bc(c^2 + ca + ab) + ca(a^2 + ab + bc) \leq (ab + bc + ca)(a^2 + b^2 + c^2)$$

Bài 4. Trong mặt phẳng tọa độ cho ngũ giác lồi $ABCDE$ có các đỉnh A, B, C, D, E đều là điểm nguyên. Chứng minh rằng có ít nhất một điểm nguyên M nằm bên trong hoặc thuộc cạnh của ngũ giác đã cho, với M khác các đỉnh của ngũ giác đã cho. (Một điểm được gọi là điểm nguyên nếu hoành độ và tung độ của điểm đó đều là số nguyên)

Bài 5. Cho tam giác ABC có ba góc $\widehat{CAB}, \widehat{ABC}, \widehat{BCA}$ đều là góc nhọn. Đường tròn tâm O đường kính BC cắt hai cạnh AB, AC lần lượt tại hai điểm M, N ; với M khác B , N khác C . Hai tia phân giác của hai góc $\widehat{CAB}, \widehat{OMN}$ cắt nhau tại P .

a) Chứng minh $\widehat{OMN} = \widehat{CAB}$. Chứng minh tứ giác $AMPN$ nội tiếp đường tròn.

b) Gọi Q là giao điểm của hai đường tròn ngoại tiếp hai tam giác BMP và CNP , với Q khác P . Chứng minh ba điểm B, Q, C thẳng hàng.

c) Gọi O_1, O_2, O_3 lần lượt là tâm của ba đường tròn ngoại tiếp ba tam giác AMN, BMP, CNP . Chứng minh bốn điểm O, O_1, O_2, O_3 cùng thuộc một đường tròn.

58. **ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH ĐỒNG NAI 2017-2018**
(VÒNG 2)

Bài 1. Cho biểu thức tham số m sau

$$f(x) = x^2 - (2m + 3)x + m^2 - 1.$$

- a) Tìm giá trị tham số m để phương trình có hai nghiệm dương phân biệt.
b) Tìm giá trị x để giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ là $\frac{2017}{4}$.

Bài 2. a) Giải phương trình

$$\sqrt{x^2 + 2x} - x - 1 + \frac{2(x - 1)}{\sqrt{x^2 + 2x}} = 0.$$

b) Giải phương trình

$$(\sqrt{3x + 4} - \sqrt{3x + 2})(1 + \sqrt{9x^2 + 18x + 8}) = 2.$$

Bài 3. a) Tìm các số nguyên tố p sao cho $13p + 1$ là lập phương của một số tự nhiên.

b) Tìm hai số x, y nguyên dương sao cho

$$(x + 2)^2 - 6(y - 1)^2 + xy = 24$$

Bài 4. a) Cho các số dương a, b, c . Chứng minh rằng

$$\frac{a}{b + c} + \frac{b}{c + a} + \frac{4c}{a + b} > 2.$$

b) Cho các số dương a, b, c thỏa mãn điều kiện

$$\begin{cases} a^2 + b^2 + c^2 &= 11 \\ ab + bc + ca &= 7 \end{cases}.$$

Chứng minh rằng $\frac{1}{3} \leq a, b, c \leq 3$

Bài 5. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Gọi (P) và (Q) theo thứ tự là đường tròn ngoại tiếp của tam giác AHB và tam giác AHC . Kẻ tiếp tuyến chung ngoài (khác BC) của hai đường tròn (P) và (Q) nó cắt AB, AH, AC theo thứ tự ở M, K, N .

- a) Chứng minh tam giác HPQ đồng dạng với tam giác ABC .
b) Chứng minh PK song song với AB và tứ giác $BMNC$ nội tiếp.
c) Chứng minh năm điểm A, M, P, Q, N cùng nằm trên một đường tròn.
d) Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC , biết $AB = a, AC = 3a$. Một đường thẳng thay đổi đi qua H cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC tại D và E . Tính giá trị lớn nhất của diện tích tam giác IDE theo a .

59. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH ĐỒNG THÁP 2017-2018

Bài 1. a) Cho biểu thức

$$Q = \frac{(x^2 - x - 6)(x^2 + 2x - 3)}{(x^2 - 9)(x + 2)^2}$$

với $x \neq \pm 3$, $x \neq -2$. Rút gọn Q và tính giá trị biểu thức Q khi $x = \frac{3}{2}$.

b) Giải phương trình

$$3\sqrt{x^2 - \frac{1}{4}} + \sqrt{x^2 + x + \frac{1}{4}} = \frac{1}{2}(2x^3 + x^2 + 2x + 1).$$

Bài 2. a) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y + xy = 11 \\ x^2 + y^2 + xy = 19 \end{cases}.$$

b) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $(d) : y - 2m + 1 = 0$ (m là tham số) và parabol $(P) : y = x^2$. Tìm m để (P) cắt (d) tại hai điểm A, B sao cho tam giác AOB đều và tính diện tích tam giác đó.

Bài 3. a) Cho phương trình $x^2 - (2m + 1)x - 3 = 0$ (m là tham số). Giả sử phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m . Tìm giá trị nhỏ nhất của

$$H = x_1^2 + x_2^2 - 6x_1x_2.$$

b) Cho ba số dương x, y, z thỏa mãn $x^3 + y^3 + z^3 = 1$. Chứng minh bất đẳng thức sau

$$\frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{y^2}{\sqrt{1-y^2}} + \frac{z^2}{\sqrt{1-z^2}} \geq 2$$

Bài 4. Để tạo sân chơi cho học sinh tham gia các hoạt động tìm hiểu về hình ảnh và con người Đồng Tháp, Đoàn Thanh niên Cộng sản Hồ Chí Minh của một trường đã tổ chức hội thi “Đồng Tháp trong trái tim tôi” với các nội dung về hoạt động khởi nghiệp, du lịch trải nghiệm những địa danh, nét văn hóa đặc trưng làng nghề, các món ăn, cây trái,... của tỉnh. Sau hai vòng thi Ban tổ chức đã chọn ra ba đội xuất sắc là Hoa Sen, Hoa Súng, Hoa Tràm vào chung kết. Theo quy định của Ban tổ chức hội thi, mỗi đội phải trả lời 12 câu hỏi, mỗi câu trả lời đúng được cộng 10 điểm, mỗi câu trả lời sai trừ 3 điểm, mỗi câu không trả lời thì không được điểm. Trải qua các câu hỏi thì đội Hoa Sen được 61 điểm. Hỏi đội Hoa Sen đã trả lời đúng, sai và không trả lời được bao nhiêu câu hỏi?

Bài 5. Thực hiện đổi mới phương pháp dạy học, đổi mới kiểm tra đánh giá theo hướng phát triển năng lực học sinh, trong một tiết dạy hình học, một giáo viên đã ứng dụng công nghệ thông tin, sử dụng phần mềm biểu diễn cho học sinh quan sát trực quan. Cụ thể: Hình thang cân $ABCD$ (AB song song với CD), có $AB = 30cm$, $CD = 54cm$ và đường cao $AH = 9cm$. Cho hình thang này quay quanh cạnh đáy CD . Em hãy giúp bạn tính

a) Thể tích của hình tạo thành.

b) Diện tích mặt ngoài của hình tạo thành.

Bài 6. Cho tam giác ABC vuông tại A có phân giác trong AM (M thuộc BC) và $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Qua M vẽ đường thẳng vuông góc với cạnh BC cắt đoạn thẳng AC tại N , cắt đường thẳng AB tại P .

a) Chứng minh tứ giác $PAMC$ nội tiếp trong một đường tròn và tam giác PMC vuông cân.

b) Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác PBC , I là trung điểm của PC . Chứng minh ba điểm M, O, I thẳng hàng và MO song song với BN .

c) Chứng minh $\widehat{PNC} = \widehat{POC}$.

d) Khi $AB = 3cm$, hãy tính diện tích tam giác PBC .

60. **ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH GIA LAI 2014-2015 (VÒNG 1)**

Bài 1. Cho biểu thức sau với $x \geq 0, x \neq 1, x \neq 4$

$$A = \frac{\sqrt{x} + 1}{2\sqrt{x} - 2} - \frac{\sqrt{x} - 1}{2\sqrt{x} + 2} - \frac{2}{\sqrt{x} - 1}.$$

- Rút gọn biểu thức A .
- Tìm giá trị nguyên của x để A nhận giá trị nguyên.

Bài 2. Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị là (P) và đường thẳng (D) có phương trình $y = 2x + 3$.

- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và đường thẳng (D) .
- Viết phương trình đường thẳng (d) biết rằng (d) song song với (D) và tiếp xúc với (P) .

Bài 3. Cho phương trình tham số m sau

$$x^2 - 2mx + m^2 - m + 3 = 0.$$

- Tìm giá trị của m để phương trình đã cho có nghiệm.
- Giả sử x_1, x_2 là nghiệm của phương trình. Tìm giá trị của m để biểu thức

$$Q = x_1^2 + x_2^2 - 4x_1x_2$$

đạt giá trị lớn nhất.

Bài 4. Cho đường tròn (O) ngoại tiếp tam giác nhọn ABC . Các đường cao BD và CE của tam giác ABC cắt nhau tại H (D thuộc AC , E thuộc AB).

- Chứng minh $BCDE$ là tứ giác nội tiếp.
- Đường thẳng OA cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là M . Chứng minh $BM = CH$.
- Giả sử $\widehat{ACB} = \alpha$, $AB = x$. Tính diện tích hình viên phân giới hạn bởi dây AB và cung nhỏ AB theo a và x .

Bài 5. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2 + y^2 &= 5 \\ x^2 + xy + 1 &= 2x + y \end{cases}.$$

61. **ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH GIA LAI 2014-2015 (VÒNG 2)**

Bài 1. a) Không dùng máy tính, hãy rút gọn biểu thức

$$A = (4 + \sqrt{15})(\sqrt{10} - \sqrt{6})\sqrt{4 - \sqrt{15}}.$$

b) Cho các số thực khác không x, y sao cho $x + \frac{1}{y}$ và $y + \frac{1}{x}$ là những số nguyên. Chứng minh $x^3y^3 + \frac{1}{x^3y^3}$ cũng là một số nguyên.

Bài 2. a) Giải phương trình

$$x^2 + \frac{4}{x^2} = x - \frac{2}{x} + 6.$$

b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 3xy &= -1 \\ 9x^3 - 2y^3 &= (x - y)(4xy - 1) \end{cases}.$$

Bài 3. a) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình. Đặt $X_1 = 2x_1 - 3x_2, X_2 = 2x_2 - 3x_1$. Tìm một phương trình bậc hai có hệ số nguyên nhận X_1, X_2 làm nghiệm.

b) Hãy chia các số 4; 6; 12; 15; 30 thành hai nhóm (mỗi nhóm có ít nhất một số), rồi lấy tích của tất cả các số trong nhóm. Gọi T là tổng của các tích đó. Tìm giá trị nhỏ nhất của T .

Bài 4. Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB . Gọi Ax, By là các tia vuông góc với AB (Ax, By và nửa đường tròn cùng thuộc một nửa mặt phẳng bờ AB) và M là điểm thuộc nửa đường tròn (M khác A và B). Tiếp tuyến của nửa đường tròn tại M cắt Ax và By lần lượt tại E và F . Đường thẳng OE cắt AM tại P , đường thẳng OF cắt BM tại Q .

a) Chứng minh tứ giác $OPMQ$ là hình chữ nhật.

b) Kẻ MH vuông góc với AB tại H . Đường thẳng EB cắt MH tại I . Chứng minh I là trung điểm của đoạn thẳng MH .

c) Cho $AB = 2R$. Gọi r là bán kính đường tròn nội tiếp $DOEF$. Chứng minh

$$2 < \frac{R}{r} < 3.$$

Bài 5. Tìm số nguyên x để $\sqrt{x^2 + x + 3}$ là số hữu tỉ.

62. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH GIA LAI 2017-2018**Bài 1.** Cho a, b, c là các số thực khác 0, thỏa mãn

$$\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)^2 = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}.$$

Chứng minh $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$.**Bài 2.** a) Giải phương trình

$$4x^2 = (3x - 2)(\sqrt{2x + 1} - 1)^2.$$

b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2 - 2y^2 &= xy + x + y \\ x\sqrt{2y} - y\sqrt{x-1} &= 4x - 4y \end{cases}$$

Bài 3. a) Cho phương trình

$$(x - a)^2[a(x - a)^2 - a - 1] + 1 = 0.$$

Tìm tất cả các giá trị của tham số a để phương trình có số nghiệm dương nhiều hơn số nghiệm âm.b) Cho a, b, c là các số dương thỏa mãn

$$\frac{1}{1+a} + \frac{2017}{2017+b} + \frac{2018}{2018+c} \leq 1.$$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = abc$.**Bài 4.** Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a , M là một điểm bất kỳ thuộc cạnh AB (M khác A và B). Gọi E là giao điểm của tia CM và tia DA . Trên tia đối của tia BA lấy điểm F sao cho $BF = DE$. Gọi N là trung điểm của đoạn EF .a) Chứng minh hai tam giác EAC và NCB đồng dạng.b) Xác định vị trí điểm M trên cạnh AB sao cho diện tích tứ giác $ACFE$ gấp sáu lần diện tích hình vuông $ABCD$.**Bài 5.** Trong mặt phẳng, có nhiều nhất bao nhiêu đường thẳng mà mỗi đường trong số các đường thẳng đó đều cắt được đúng 2018 đường thẳng khác?

63. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN THÀNH PHỐ HÀ NỘI 2013-2014**Bài 1.** a) Tìm các số tự nhiên n để $7^{2013} + 3^n$ có chữ số hàng đơn vị là 8.b) Cho a, b là các số tự nhiên lớn hơn 2 và p là số tự nhiên thỏa mãn

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}.$$

Chứng minh p là hợp số.**Bài 2.** a) Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn

$$x^2 - 3y^2 + 2xy - 2x + 6y - 8 = 0.$$

b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x^2 + xy + 3y^2 - 2y - 4 &= 0 \\ 3x^2 + 5y^2 + 4x - 12 &= 0 \end{cases}$$

Bài 3. Cho a, b là các số thực thỏa mãn $a + b + 4ab = 4a^2 + 4b^2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$A = 20(a^3 + b^3) - 6(a^2 + b^2) + 2013.$$

Bài 4. Cho tam giác ABC không phải là tam giác cân. Đường tròn (O) tiếp xúc với BC, AC, AB lần lượt tại M, N, P . Đường thẳng NP cắt BO, CO lần lượt tại E và F .a) Chứng minh rằng $\widehat{OEN}$ và $\widehat{OCA}$ bằng nhau hoặc bù nhau.b) Bốn điểm B, C, E, F thuộc một đường tròn.c) Gọi K là tâm đường tròn ngoại tiếp OEF . Chứng minh O, M, K thẳng hàng.**Bài 5.** Trong mặt phẳng cho 6 điểm $A_1, A_2, \dots, A_6$ trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng và trong ba điểm luôn có hai điểm có khoảng cách nhỏ hơn 671. Chứng minh rằng trong 6 điểm đã cho luôn tồn tại ba điểm là ba đỉnh của một tam giác có chu vi nhỏ hơn 2013.

64. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN THÀNH PHỐ HÀ NỘI 2014-2015
(CHUYÊN TOÁN)

Bài 1. a) Giải phương trình

$$x(5x^3 + 2) - 2(\sqrt{2x + 1} - 1) = 0.$$

b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2(4y + 1) - 2y &= -3 \\ x^2(x^2 - 12y) + 4y^2 &= 9 \end{cases}.$$

Bài 2. a) Chứng minh rằng nếu n là số nguyên dương thì

$$25^n + 7^n - 4^n(3^n + 5^n)$$

chia hết cho 65.

b) Giải phương trình nghiệm nguyên

$$x^2y + xy - 2x^2 - 3x + 4 = 0.$$

c) Tìm các bộ số tự nhiên $(a_1, a_2, \dots, a_{2014})$ thỏa mãn

$$\begin{cases} a_1 + a_2 + \dots + a_{2014} &\geq 2014^2 \\ a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_{2014}^2 &\leq 2014^3 + 1 \end{cases}.$$

Bài 3. Cho $x, y, z > 0$ và $x + y + z = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của

$$Q = \frac{x}{x + \sqrt{x + yz}} + \frac{y}{y + \sqrt{y + zx}} + \frac{z}{z + \sqrt{z + xy}}$$

Bài 4. Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn (O) , H là trung điểm BC . M là điểm bất kỳ thuộc BH (M khác B). Lấy điểm N thuộc đoạn thẳng CA sao cho $CN = BM$. Gọi I là trung điểm MN .

a) Chứng minh rằng bốn điểm O, M, H, I cùng thuộc một đường tròn.

b) Gọi P là giao điểm của OI và AB . Chứng minh rằng tam giác MNP đều.

c) Xác định vị trí của điểm M để chu vi tam giác IAB nhỏ nhất.

Bài 5. Cho bảng ô vuông kích thước $3 \times n$ (3 hàng, n cột, n là số tự nhiên lớn hơn 1) được tạo bởi các ô vuông nhỏ kích thước 1×1 . Mỗi ô vuông nhỏ được tô bởi một trong hai màu xanh hoặc đỏ. Tìm số n nhỏ nhất để với mọi cách tô màu như thế luôn tìm được hình chữ nhật tạo bởi các ô vuông nhỏ sao cho 4 ô vuông nhỏ ở 4 góc của hình chữ nhật đó cùng màu.

65. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN THÀNH PHỐ HÀ NỘI 2014-2015
(CHUYÊN TIN)

Bài 1. a) Giải phương trình

$$5x^4 + 2x + 2 - 2\sqrt{2x+1} = 0.$$

b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x(2y+1) - y &= -3 \\ x^2 + y^2 - 6xy &= 9 \end{cases}.$$

Bài 2. a) Chứng minh rằng nếu n là số nguyên dương thì

$$5^n(5^n + 3^n) - 2^n(9^n + 11^n)$$

chia hết cho 11.

b) Giải phương trình nghiệm nguyên

$$5x^2 + y^2 - 2xy + 2x - 2y - 4 = 0.$$

c) Chứng minh trong 2014 số nguyên dương $a_1, a_2, \dots, a_{2014}$ thỏa mãn

$$\frac{1}{a_1^2} + \frac{1}{a_2^2} + \dots + \frac{1}{a_{2014}^2} \geq 4$$

luôn tìm được ít nhất ba số bằng nhau.

Bài 3. Cho $x, y, z > 0$ và $x + y + z = 1$. Chứng minh rằng

$$\frac{1-x^2}{x+yz} + \frac{1-y^2}{y+zx} + \frac{1-z^2}{z+xy} \geq 6$$

Bài 4. Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn (O) , H là trung điểm BC . M là điểm bất kỳ thuộc BH (M khác B). Lấy điểm N thuộc đoạn thẳng CA sao cho $CN = BM$. Gọi I là trung điểm MN .

a) Chứng minh rằng bốn điểm O, M, H, I cùng thuộc một đường tròn.

b) Xác định vị trí của M để đoạn thẳng MN nhỏ nhất.

c) Khi M thay đổi và thỏa mãn điều kiện đề bài, chứng minh diện tích tam giác IAB không đổi.

Bài 5. Cho tập hợp A gồm 36 số tự nhiên liên tiếp từ 1 đến 36. Chứng minh rằng trong 25 phần tử bất kì của tập hợp A luôn tìm được ba phần tử là 3 số đôi một nguyên tố cùng nhau.

66. **ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN THÀNH PHỐ HÀ NỘI 2017-2018**
(CHUYÊN TOÁN)

Bài 1. a) Giải phương trình

$$\sqrt{6x - x^2} + 2x^2 - 12x + 15 = 0.$$

b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 4x^2 &= y + \frac{3}{y} \\ 4y^2 &= x + \frac{3}{x} \end{cases}$$

Bài 2. a) Cho p làm một số nguyên tố lớn hơn 3. Chứng minh rằng $2017 - p^3$ chia hết cho 24.

b) Cho a, b, c là các số nguyên dương. Chứng minh rằng $a + b + 2\sqrt{ab + c^2}$ không phải là số nguyên tố.

Bài 3. Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $x^2 + y^2 + z^2 = 3$. Chứng minh

$$\frac{x}{3 - yz} + \frac{y}{3 - zx} + \frac{z}{3 - xy} \leq \frac{3}{2}$$

Bài 4. Cho tam giác nhọn ABC (với $AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O) . Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC , D là hình chiếu của điểm I trên đường thẳng BC và G là giao điểm thứ hai của đường thẳng AD với đường tròn (O) . Gọi F là điểm chính giữa cung lớn BC của đường tròn (O) . Đường thẳng FG cắt đường thẳng ID tại điểm H .

a) Chứng minh tứ giác $IBHC$ là tứ giác nội tiếp.

b) Gọi J là giao điểm thứ hai của đường thẳng AI với đường tròn ngoại tiếp tam giác BIC . Chứng minh $BH = CJ$.

c) Gọi N là giao điểm thứ hai của đường thẳng FH với đường tròn ngoại tiếp tam giác BIC . Chứng minh đường thẳng NJ đi qua trung điểm của cạnh BC .

Bài 5. Xét tập hợp S gồm các số nguyên dương có tính chất: với hai phần tử phân biệt bất kì x, y thuộc S , ta luôn có $30|x - y| \geq xy$. Hỏi tập hợp S có thể có nhiều nhất bao nhiêu phần tử?

67. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN THÀNH PHỐ HÀ NỘI 2017-2018
(CHUYÊN TIN)

Bài 1. a) Giải phương trình

$$\sqrt{5x - x^2} + 2x^2 - 10x + 6 = 0.$$

b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y + xy &= 1 \\ \sqrt{x} + \sqrt{y} &= 2 \end{cases}$$

Bài 2. a) Tìm tất cả các số nguyên dương x, y, z thỏa mãn

$$\begin{cases} x + y + z &= 2 \\ 3x^2 + 2y^2 - z^2 &= 13 \end{cases}.$$

b) Cho các số nguyên dương a, b, c thỏa mãn $a^2 + b^2 = c^2$. Chứng minh rằng ab chia hết cho $a + b + c$.

c) Tìm tất cả các số tự nhiên n thỏa mãn $2n + 1, 3n + 1$ là các số chính phương và $2n + 9$ là số nguyên tố.

Bài 3. Cho các số thực dương a, b, c thay đổi thỏa mãn $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = 3$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = \frac{1}{(2a + b + c)^2} + \frac{1}{(2b + c + a)^2} + \frac{1}{(2c + a + b)^2}$$

Bài 4. Cho tam giác nhọn ABC (với $AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O) . Gọi D là trung điểm của cạnh BC , E là hình chiếu của A trên BC và H là trực tâm của tam giác ABC . Đường thẳng AD cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai F .

a) Chứng minh $BC^2 = 4DA \cdot DF$.

b) Tia AD cắt đường tròn (O) tại điểm G . Chứng minh rằng bốn điểm A, G, E và D cùng thuộc một đường tròn.

c) Đường thẳng FE cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai K . Chứng minh đường thẳng BC tiếp xúc với đường tròn ngoại tiếp tam giác GKE .

Bài 5. Ta viết lên bảng 99 số tự nhiên liên tiếp $1, 2, 3, \dots, 99$. Ta thực hiện thao tác sau: Xóa ba số a, b, c bất kỳ trên bảng rồi lại viết lên bảng số $(abc + ab + bc + ca + a + b + c)$. Tiếp tục thực hiện thao tác trên cho đến khi trên bảng còn lại đúng một số. Tìm số còn lại đó.

68. **ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN SƯ PHẠM THÀNH PHỐ HÀ NỘI
2013-2014 (VÒNG 1)**

Bài 1. a) Cho biểu thức

$$Q = \frac{\left(\frac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}\right)^3 + 2a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{3a^3 + 3b\sqrt{ab}} + \frac{\sqrt{ab} - a}{a\sqrt{a} - b\sqrt{a}}$$

với $a, b > 0$, $a \neq b$. Chứng minh giá trị của Q không phụ thuộc vào a, b .

b) Các số thực a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 0$. Chứng minh đẳng thức

$$(a^2 + b^2 + c^2)^2 = 2(a^4 + b^4 + c^4).$$

Bài 2. Cho Parabol $(P) : y = x^2$ và đường thẳng $(d) : y = -mx + \frac{1}{2m^2}$ (tham số $m \neq 0$).

a) Chứng minh rằng với mỗi $m \neq 0$, (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

b) Gọi $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$ là hai giao điểm đó, tìm giá trị nhỏ nhất của

$$M = y_1^2 + y_2^2.$$

Bài 3. Cho a, b, c là các số thực, $a \neq b$ sao cho hai phương trình $x^2 + ax + 1 = 0$, $x^2 + bx + c = 0$ có nghiệm chung và hai phương trình $x^2 + x + a = 0$, $x^2 + cx + b = 0$ có nghiệm chung. Tính $a + b + c$.

Bài 4. Cho tam giác ABC không cân có ba góc nhọn, nội tiếp đường tròn (O) . Các đường cao AA_1 , BB_1 , CC_1 cắt nhau ở H , A_1C_1 cắt AC tại D . X là giao điểm thứ hai của BD và (O) .

a) Chứng minh $DX \cdot DB = DC_1 \cdot DA_1$.

b) Gọi M là trung điểm AC , chứng minh $DH \perp BM$.

Bài 5. Các số thực x, y, z thỏa mãn

$$\begin{cases} \sqrt{x+2011} + \sqrt{y+2012} + \sqrt{z+2013} &= \sqrt{y+2011} + \sqrt{z+2012} + \sqrt{x+2013} \\ \sqrt{y+2011} + \sqrt{z+2012} + \sqrt{x+2013} &= \sqrt{z+2011} + \sqrt{x+2012} + \sqrt{y+2013} \end{cases}$$

Chứng minh rằng $x = y = z$.

69. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN SƯ PHẠM THÀNH PHỐ HÀ NỘI
2013-2014 (VÒNG 2)

Bài 1. a) Cho a, b, c các số thực sao cho

$$\begin{cases} (a+b)(b+c)(c+a) &= abc \\ (a^3+b^3)(b^3+c^3)(c^3+a^3) &= a^3b^3c^3. \end{cases}$$

Chứng minh rằng $abc = 0$.

b) Các số thực dương a, b thỏa mãn $ab > 2013a + 2014b$. Chứng minh bất đẳng thức

$$a + b > (\sqrt{2013} + \sqrt{2014})^2$$

Bài 2. Tìm tất cả các cặp số hữu tỉ $(a; b)$ thỏa mãn hệ phương trình

$$\begin{cases} x^3 - 2y^3 &= x + 4y \\ 6x^2 - 19xy + 15y^2 &= 1 \end{cases}.$$

Bài 3. Với mỗi số nguyên dương n , kí hiệu S_n là tổng n số nguyên tố đầu tiên. Chứng minh rằng trong dãy số $S_1, S_2, \dots$ không tồn tại hai số chính phương liên tiếp.

Bài 4. Tam giác ABC không cân nội tiếp (O) , BD là phân giác góc ABC . Đường thẳng BD cắt (O) tại điểm thứ hai E . Đường tròn (O_1) đường kính DE cắt (O) tại điểm thứ hai F .

a) Chứng minh đường thẳng đối xứng với đường thẳng BF qua đường thẳng BD đi qua trung điểm AC .

b) Biết tam giác ABC vuông tại B . $\widehat{BAC} = 60^\circ$ và bán kính (O) bằng R , tính bán kính (O_1) theo R .

Bài 5. Độ dài ba cạnh tam giác ABC là ba số nguyên tố, chứng minh diện tích tam giác ABC không phải là số nguyên.

Bài 6. Cho $a_1, a_2, \dots, a_{11}$ là các số nguyên dương lớn hơn hay bằng 2, đôi một khác nhau và thỏa mãn $a_1 + a_2 + \dots + a_{11} = 407$. Tồn tại hay không số nguyên dương n sao cho tổng các số dư của các phép chia n cho 22 số $a_1, a_2, \dots, a_{11}, 4a_1, \dots, 4a_{11}$ bằng 2012.

70. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN SƯ PHẠM HÀ NỘI 2014-2015

Bài 1. Cho các số thực dương a, b với $a \neq b$. Chứng minh đẳng thức sau

$$\frac{\frac{(a-b)^3}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^3} - b\sqrt{b} + 2a\sqrt{a}}{a\sqrt{a} - b\sqrt{b}} + \frac{3a + 3\sqrt{ab}}{b-a} = 0$$

Bài 2. Cho quãng đường AB dài $120km$. Lúc $7h$ sáng, một xe máy đi từ A đến B . Đi được $\frac{3}{4}$ quãng đường xe bị hỏng phải dừng lại sửa mất 10 phút rồi đi tiếp đến B với vận tốc nhỏ hơn vận tốc lúc đầu $10km/h$. Biết xe máy đến B lúc 11 giờ 40 phút trưa cùng ngày. Giả sử vận tốc của xe máy trên $\frac{3}{4}$ quãng đường ban đầu không thay đổi và vận tốc của xe máy trên $\frac{1}{4}$ quãng đường còn lại cũng không thay đổi. hỏi xe máy bị hỏng lúc mấy giờ.

Bài 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol (P) và đường thẳng d xác định bởi

$$(P) : y = x^2$$

$$d : y = \frac{-2}{3}(m+1)x + \frac{1}{3}$$

với m là tham số.

a) Chứng minh rằng với mỗi giá trị của m đường thẳng d cắt parabol (P) tại 2 điểm phân biệt.

b) Gọi x_1, x_2 là hoành độ các giao điểm của d và (P) , đặt

$$f(x) = x^3 + (m+1)x^2 - x.$$

Chứng minh đẳng thức

$$f(x_1) - f(x_2) = \frac{-1}{2}(x_1 - x_2)^3$$

Bài 4. Cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn (O) đường kính $AC = 2R$. Gọi K và M theo thứ tự là chân các đường cao hạ từ A và C xuống BD , E là giao điểm của AC và BD , biết K thuộc đoạn BE ($K \neq B, K \neq E$). Đường thẳng qua K song song với BC cắt AC tại P .

a) Chứng minh tứ giác $AKPD$ nội tiếp.

b) Chứng minh $KP \perp PM$.

c) Biết $\widehat{ABD} = 60^\circ$ và $AK = x$. Tính BD theo R và x .

Bài 5. Giải phương trình

$$\frac{x(x^2 - 56)}{4 - 7x} - \frac{21x + 22}{x^3 + 2} = 4$$

71. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN SƯ PHẠM HÀ NỘI 2015-2016**Bài 1.** a) Cho $a \geq 0$, $a \neq 1$. Rút gọn biểu thức

$$S = \sqrt{6 - 4\sqrt{2}} \cdot \sqrt[3]{20 + 14\sqrt{2}} + \sqrt[3]{(a+3) \cdot \sqrt{a} - 3a - 1} : \left[\frac{a-1}{2(\sqrt{a}-1)} - 1 \right].$$

b) Cho x, y thỏa mãn $0 < x < 1$, $0 < y < 1$ và $\frac{x}{1-x} + \frac{y}{1-y} = 1$. Tính giá trị biểu thức

$$P = x + y + \sqrt{x^2 - xy + y^2}$$

Bài 2. Một xe tải có chiều rộng $2,4m$ và chiều cao là $2,5m$ muốn đi qua một cái cổng có hình parabol. Biết khoảng cách giữa hai chân cổng là $4m$ và khoảng cách từ đỉnh cổng (đỉnh parabol) tới mỗi chân cổng là $2\sqrt{5}m$ (bỏ qua độ dày cổng)a) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , gọi parabol $(P) : y = ax^2$ với $a < 0$ là hình biểu diễn cổng mà xe tải muốn đi qua. Chứng minh $a = -1$.

b) Hỏi xe tải có đi qua được cổng hay không?. Tại sao?.

Bài 3. Cho hai số nguyên a và b thỏa mãn

$$a^2 + b^2 + 1 = 2(ab + a + b).$$

Chứng minh a và b là hai số chính phương liên tiếp.**Bài 4.** Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$), M là trung điểm của cạnh BC , O là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác. Các đường cao AD , BE , CF của tam giác ABC đồng quy tại H . Các tiếp tuyến với (O) tại B và C cắt nhau tại S . Gọi X, Y lần lượt là giao điểm của đường thẳng EF với các đường thẳng BS , AO . Chứng minh rằnga) $MX \perp BF$.b) Hai tam giác SMX và DHF đồng dạng.c) $\frac{EF}{FY} = \frac{BC}{CD}$.**Bài 5.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có các đỉnh là các điểm nguyên (một điểm được gọi là điểm nguyên nếu hoành độ và tung độ của các điểm đó là các số nguyên). Chứng minh rằng hai lần diện tích của tam giác ABC là số nguyên.

72. [ĐÁP ÁN] ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN SƯ PHẠM THÀNH PHỐ HÀ NỘI 2017-2018 (VÒNG 1)

Bài 1. Cho $a, b > 0$, $a \neq b$, $a + b \neq a^2$ và biểu thức

$$P = \frac{a^3 - a - 2b - \frac{b^2}{a}}{\left(1 - \sqrt{\frac{1}{a} + \frac{b}{a^2}}\right)(a + \sqrt{a + b})} : \left(\frac{a^3 + a^2 + ab + a^2b}{a^2 - b^2} + \frac{b}{a - b}\right).$$

a) Chứng minh $P = a - b$.

b) Tìm a, b biết $P = 1$ và $a^3 - b^3 = 7$ v

Bài 2. Giả sử x, y thực phân biệt thỏa mãn $\frac{1}{x^2 + 1} + \frac{1}{y^2 + 1} = \frac{2}{xy + 1}$. Tính

$$S = \frac{1}{x^2 + 1} + \frac{1}{y^2 + 1} + \frac{2}{xy + 1}.$$

Bài 3. Cho Parabol $(P) : y = x^2$ và đường thẳng $(d) : y = -2ax - 4a$ với a là tham số.

a) Tìm tọa độ $(d) \cap (P)$ khi $a = -\frac{1}{2}$.

b) Tìm a sao cho $(d) \cap (P)$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho $|x_1| + |x_2| = 3$

Bài 4. Anh Nam đi xe đạp từ A đến C . Trên AB ban đầu với B giữa A, C . Nam đi với vận tốc không đổi a (km/h). Thời gian đi là 1,5(h). Trên BC , Nam đi với vận tốc tại thời điểm t kể từ B là $v = -8t + a$. Quãng đường đi từ B đến thời điểm t đó là $S = -4t^2 + at$. Tính AB biết đến C xe dừng hẳn và $BC = 16$ km.

Bài 5. Cho (O, R) ngoại tiếp tam giác nhọn ABC . Tiếp tuyến của đường tròn tại B, C cắt nhau tại P . $PD \perp AB$, $PE \perp AC$. M là trung điểm BC .

a) Chứng minh $\widehat{MEP} = \widehat{MDP}$.

b) Giả sử B, C cố định, A chạy trên (O) sao cho $\triangle ABC$ luôn nhọn. Chứng minh DE đi qua điểm cố định.

c) Khi $v\triangle ABC$ đều. Tính S_{ADE} theo R .

Bài 6. Cho $x_1, x_2, \dots, x_9 \in \mathbb{R}$ không âm thỏa mãn

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + \dots + x_9 &= 10 \\ x_1 + 2x_2 + \dots + 9x_9 &= 18 \end{cases}.$$

Chứng minh

$$1.19x_1 + 2.18x_2 + \dots + 9.11x_9 \geq 270.$$

Đẳng thức xảy ra khi nào?.

73. [ĐÁP ÁN] ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN SƯ PHẠM THÀNH PHỐ HÀ NỘI 2017-2018 (VÒNG 2)

Bài 1. Cho $a, b, c, d > 0$. Chứng minh trong bốn số

$$a^2 + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}, \quad b^2 + \frac{1}{c} + \frac{1}{d}, \quad c^2 + \frac{1}{d} + \frac{1}{a}, \quad d^2 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

có ít nhất một số không nhỏ hơn 3.

Bài 2. Giải phương trình

$$\sqrt{(x^2 + 2x)^2 + 4(x + 1)^2} - \sqrt{x^2 + (x + 1)^2 + (x^2 + x)^2} = 2017.$$

a) Tìm $a, b, c, d \in \mathbb{Z}^+$ sao cho

$$\begin{cases} a^2 &= b^3 \\ c^3 &= d^4 \\ a &= d + 98 \end{cases}.$$

b) Tìm $x \in \mathbb{R}$ sao cho trong bốn số

$$x - \sqrt{2}, \quad x^2 + 2\sqrt{2}, \quad x - \frac{1}{x}, \quad x + \frac{1}{x}$$

có một số không nguyên.

Bài 3. Cho đường tròn (O, R) ; M ngoài (O) . Kẻ tiếp tuyến MA, MB tới (O) . Trên AB lấy C . Gọi I, K là trung điểm MA, MC . Đường thẳng KA cắt (O) tại D .

a) Chứng minh $KO^2 - KM^2 = R^2$.

b) Chứng minh $BCDM$ nội tiếp.

c) $MD \cap (O) \equiv E, KE \cap (O) \equiv F, N$ là trung điểm KE . Chứng minh I, A, N, F đồng viên.

Bài 4. Xét hình dưới. Viết các số $1, 2, 3, \dots, 9$ vào 9 điểm trong hình bên sao cho mỗi số xuất hiện một lần và tổng ba số trên mỗi cạnh tam giác là 18. Hai cách viết gọi là như nhau nếu bộ số viết ở các điểm $(A, B, C, D, E, F, G, H, K)$ của mỗi cách là trùng nhau. Hỏi có bao cách viết phân biệt?. Tại sao?.

**74. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN KHOA HỌC TỰ NHIÊN HÀ NỘI
2014-2015 (VÒNG 1)**

Bài 1. a) Giải hệ phương trình

$$(\sqrt{x+1} + \sqrt{1-x})(2\sqrt{1-x^2} + 2) = 8.$$

b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2 - xy + y^2 &= 1 \\ x^2 + xy + 2y^2 &= 4 \end{cases}.$$

Bài 2. a) Giả sử x, y, z là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $x + y + z = xyz$. Chứng minh

$$\frac{x}{1+x^2} + \frac{2y}{1+y^2} + \frac{3z}{1+z^2} = \frac{xyz(5x+4y+3z)}{(x+y)(y+z)(z+x)}.$$

b) Tìm nghiệm nguyên của phương trình

$$x^2y^2(x+y) + x + y = 3 + xy$$

Bài 3. Cho tam giác ABC nhọn với $AB < BC$. D là điểm thuộc cạnh BC sao cho AD là phân giác $\widehat{ABC}$. Đường thẳng qua C song song với AD cắt trung trực của AC tại E . Đường thẳng qua B song song với AD cắt trung trực của AB tại F .

a) Chứng minh rằng $\triangle ABF$ đồng dạng với $\triangle ACE$.

b) Chứng minh rằng AD, BE, CF đồng quy tại G .

c) Đường thẳng qua G song song với AE cắt BF ở Q . Đường thẳng QE cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác GEC tại P . Chứng minh rằng 5 điểm A, P, G, Q, F thuộc một đường tròn.

Bài 4. Giả sử a, b, c là các số thực dương và $ab + bc + ca = 1$. Chứng minh rằng

$$2abc(a+b+c) \leq \frac{5}{9} + a^4b^2 + b^4c^2 + c^4a^2$$

75. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN KHOA HỌC TỰ NHIÊN HÀ NỘI
2014-2015 (VÒNG 2)

Bài 1. a) Giả sử x, y là những số thực dương phân biệt thoả mãn

$$\frac{y}{x+y} + \frac{2y^2}{x^2+y^2} + \frac{4y^4}{x^4+y^4} + \frac{8y^8}{x^8-y^8} = 4.$$

Chứng minh rằng $4x = 5y$.

b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x^2 - 3y^2 + xy = 12 \\ 6x + x^2y = 12 + 6y + y^2x \end{cases}$$

Bài 2. a) Cho x, y là những số nguyên lớn hơn 1 sao cho

$$4x^2y^2 - 7x + 7y$$

là số chính phương. Chứng minh rằng $x = y$.

b) Giả sử x, y là những số thực không âm thoả mãn $x^3 + y^3 + xy = x^2 + y^2$. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{1 + \sqrt{x}}{2 + \sqrt{y}} + \frac{2 + \sqrt{x}}{1 + \sqrt{y}}$$

Bài 3. Cho tam giác ABC nội tiếp (O) và điểm P nằm trong tam giác sao cho $BP = PC$. D là điểm nằm trên BC (D nằm giữa B và C) sao cho P nằm trong đường tròn ngoại tiếp tam giác DAB và đường tròn ngoại tiếp tam giác DAC . Đường thẳng PB cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác DAB tại E khác B . Đường thẳng PC cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác DAC tại F khác C .

a) Chứng minh rằng bốn điểm A, E, P, F thuộc một đường tròn.

b) Giả sử đường thẳng AD cắt (O) tại Q khác A , đường thẳng AF cắt đường thẳng CQ tại L . Chứng minh rằng $\triangle ABE$ đồng dạng với $\triangle CLF$.

c) Gọi K là giao điểm của đường thẳng AE và đường thẳng QB . Chứng minh rằng

$$\widehat{QKL} + \widehat{PAB} = \widehat{QLK} + \widehat{PAC}.$$

Bài 4. Cho tập hợp A gồm 31 phần tử và dãy gồm m tập hợp con của A thoả mãn đồng thời các điều kiện sau

- mỗi tập thuộc dãy m có ít nhất hai phần tử,
- nếu hai tập thuộc dãy có chung nhau ít nhất hai phần tử thì số phần tử của hai tập này khác nhau.

Chứng minh rằng $m \leq 900$.

76. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN KHOA HỌC TỰ NHIÊN HÀ NỘI
2015-2016 (VÒNG 1)

Bài 1. a) Giả sử a, b là hai số thực phân biệt thỏa mãn

$$a^2 + 3a = b^2 + 3b = 2.$$

Chứng minh rằng $a + b = -3$ và $a^3 + b^3 = -45$.

b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x + 3y &= 5xy \\ 4x^2 + y^2 &= 5xy^2 \end{cases}.$$

Bài 2. a) Tìm các số nguyên x, y không nhỏ hơn 2 sao cho

$$(x - 1)(y - 1) | (xy - 1).$$

b) Với x, y là những số thực thỏa mãn đẳng thức $x^2y^2 + 2y + 1 = 0$. Tìm giá trị lớn và nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{xy}{3y + 1}$$

Bài 3. Cho tam giác nhọn ABC không cân có tâm đường tròn nội tiếp là I . Đường thẳng AI cắt BC tại D . Gọi E, F lần lượt là các điểm đối xứng của D qua IC và IB .

a) Chứng minh rằng EF song song với BC .

b) Gọi M, N, J lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng DE, DF, EF . Đường tròn ngoại tiếp tam giác AEM cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác AFN tại P khác A . Chứng minh rằng bốn điểm M, P, N, J cùng thuộc một đường tròn.

c) Chứng minh rằng ba điểm A, J, P thẳng hàng.

Bài 4. Cho bảng ô vuông 2015×2015 . Kí hiệu ô (i, j) là ô ở hàng thứ i cột j . Ta viết các số nguyên dương từ 1 đến 2015 vào các ô của bảng theo quy tắc sau

- Số 1 được viết vào ô $(1; 1)$
- Nếu k được viết vào ô (i, j) ($i > 1$), thì số $k + 1$ được viết vào ô $(i - 1; j + 1)$,
- Nếu số k được viết vào ô $(1, j)$ thì số $k + 1$ được viết vào ô $(j + 1; 1)$ (như hình vẽ)

1	3	6	10	...
2	5	9	...	
4	8	...		
7	...			
...				

Khi đó số 2015 được viết vào ô $(m; n)$.

Hãy xác định m và n .

Bài 5. Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $ab + bc + ac + abc \leq 4$. Chứng minh rằng

$$a^2 + b^2 + c^2 + a + b + c \geq 2(ab + bc + ac)$$

**77. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN KHOA HỌC TỰ NHIÊN HÀ NỘI
2015-2016 (VÒNG 2)**

Bài 1. a) Cho a, b, c là các số thực thỏa mãn

$$(3a + 3b + 3c)^3 = 24 + (3a + b - c)^3 + (3b + c - a)^3 + (3c + a - b)^3.$$

Chứng minh rằng

$$(a + 2b)(b + 2c)(c + 2a) = 1.$$

b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x + 2y + xy &= 5 \\ 27(x + y) + y^3 + 7 &= 26x^3 + 27x^2 + 9x \end{cases}.$$

Bài 2. a) Tìm số tự nhiên n để $n + 5$ và $n + 30$ đều là số chính phương (số chính phương là bình phương của một số nguyên).

b) Tìm x, y nguyên thỏa mãn đẳng thức

$$1 + \sqrt{x + y + 3} = \sqrt{x} + \sqrt{y}.$$

c) Giả sử x, y, z là các số thực lớn hơn 2. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{x}{\sqrt{y + z - 4}} + \frac{y}{\sqrt{z + x - 4}} + \frac{z}{\sqrt{x + y - 4}}$$

Bài 3. Cho tam giác ABC nhọn không cân với $AB < AC$. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng BC . Gọi H là hình chiếu vuông góc của B trên đoạn AM . Trên tia đối của tia AM lấy điểm N sao cho $AN = 2MH$.

a) Chứng minh rằng $BN = AC$.

b) Gọi Q là điểm đối xứng với A qua N . Đường thẳng AC cắt BQ tại D . Chứng minh rằng bốn điểm B, D, N, C cùng thuộc một đường tròn, gọi đường tròn này là (O) .

c) Đường tròn ngoại tiếp tam giác AQD cắt (O) tại G khác D . Chứng minh rằng NG song song với BC .

Bài 4. Ký hiệu S là tập hợp gồm 2015 điểm phân biệt trên một mặt phẳng. Giả sử tất cả các điểm của S không cùng nằm trên một đường thẳng. Chứng minh rằng có ít nhất 2015 đường thẳng phân biệt mà mỗi đường thẳng đi qua ít nhất hai điểm của S

**78. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN KHOA HỌC TỰ NHIÊN HÀ NỘI
2016-2017 (VÒNG 1)**

Bài 1. a) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^3 + y^3 + xy(x + y) &= 4 \\ (xy + 1)(x^2 + y^2) &= 4 \end{cases}.$$

b) Giải phương trình

$$\sqrt{7x+2} - \sqrt{5-x} = \frac{8x-3}{5}.$$

Bài 2. a) Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho tồn tại cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn hệ phương trình

$$\begin{cases} 2 + mxy^2 &= 3m \\ 2 + m(x^2 + y^2) &= 6m \end{cases}.$$

b) Với x, y là những số thực thỏa mãn các điều kiện $0 < x \leq y \leq 2$, $2x + y \geq 2xy$, tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = x^2(x^2 + 1) + y^2(y^2 + 1)$$

Bài 3. Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O) với $AB < AC$. Phân giác của $\widehat{BAC}$ cắt BC tại D và cắt (O) tại E khác A . M là trung điểm của đoạn thẳng AD . Đường thẳng BM cắt (O) tại P khác B . Giả sử các đường thẳng EP và AC cắt nhau tại N .

a) Chứng minh rằng $APNM$ nội tiếp và N là trung điểm của AC .

b) Giả sử đường tròn (K) ngoại tiếp tam giác EMN cắt đường thẳng AC tại Q khác N . Chứng minh rằng B và Q đối xứng qua AE .

c) Giả sử (K) cắt đường thẳng BM tại R khác M . Chứng minh rằng $RA \perp RC$

Bài 4. Số nguyên a được gọi là số “đẹp” nếu với mọi cách sắp xếp theo thứ tự tùy ý của 100 số $1, 2, 3, \dots, 100$ luôn tồn tại 10 số hạng liên tiếp có tổng lớn hơn hoặc bằng a . Tìm số “đẹp” lớn nhất

**79. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN KHOA HỌC TỰ NHIÊN HÀ NỘI
2016-2017 (VÒNG 2)**

Bài 1. a) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2 + 4y^2 &= 5 \\ 4x^2y + 8xy^2 + 5x + 10y &= 1 \end{cases}.$$

b) Giải phương trình

$$\sqrt{5x^2 + 6x + 5} = \frac{64x^3 + 4x}{5x^2 + 6x + 6}$$

Bài 2. a) Với x, y là những số nguyên thỏa mãn đẳng thức

$$\frac{x^2 - 1}{2} = \frac{y^2 - 1}{3}.$$

Chứng minh rằng $x^2 - y^2$ chia hết cho 40.

b) Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn đẳng thức

$$x^4 + 2x^2 = y^3$$

Bài 3. Cho hình vuông $ABCD$ nội tiếp đường tròn tâm (O) . P là điểm thuộc cung nhỏ AD của đường tròn (O) và P khác A, D . Các đường thẳng PB, PC lần lượt cắt AD tại M, N . Đường trung trực của AM cắt đường thẳng AC, PB lần lượt tại E, K . Đường trung trực DN cắt các đường thẳng BD, PC lần lượt tại F, L .

a) Chứng minh ba điểm K, O, L thẳng hàng.

b) Chứng minh đường thẳng PO đi qua trung điểm của đoạn thẳng EF .

c) Giả sử đường thẳng EK cắt đường thẳng BD tại S , các đường thẳng FL và AC cắt nhau tại T , đường thẳng ST cắt các đường thẳng PB, PC lần lượt tại U và V . Chứng minh rằng bốn điểm K, L, V, U cùng thuộc một đường tròn

Bài 4. Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên $n \geq 3$ luôn tồn tại một cách xếp bộ n số $1, 2, 3, \dots, n$ thành $x_1, x_2, \dots, x_n$ sao cho $x_j \neq \frac{x_i + x_k}{2}$ với mọi bộ chỉ số $(i; j; k)$ mà $1 \leq i < j < k \leq n$.

80. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN KHOA HỌC TỰ NHIÊN HÀ NỘI
2017-2018 (VÒNG 1)

Bài 1. a) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - xy = 1 \\ x + x^2y = 2y^3 \end{cases}.$$

b) Giải phương trình

$$2(x+1)\sqrt{x+1} = \left(\sqrt{x+1} + \sqrt{1-x}\right)\left(2 - \sqrt{1-x^2}\right)$$

Bài 2. a) Chứng minh không tồn tại x, y nguyên thỏa mãn

$$12x^2 + 26xy + 15y^2 = 4617$$

b) Cho $a, b > 0$. Tìm giá trị lớn nhất

$$M = (a+b) \left(\frac{1}{a^3+b} + \frac{1}{a+b^3} \right) - \frac{1}{ab}$$

Bài 3. Hình thoi $ABCD$ với $\widehat{BAD} < 90^\circ$. Đường tròn (I) nội tiếp $\triangle ABD$ tiếp xúc BD , BA tại J , L . Trên LJ lấy K sao cho $BK \parallel ID$.

a) Chứng minh $\widehat{CBK} = \widehat{ABI}$.

b) Chứng minh $KC \perp KB$.

c) Chứng minh C, K, I, L đồng viên.

Bài 4. Tìm $n \in \mathbb{Z}^+$ sao cho tồn tại một cách sắp xếp các số $1, 2, 3, \dots, n$ thành $a_1, a_2, \dots, a_n$ mà khi chia các số $a_1, a_1a_2, \dots, a_1a_2\dots a_n$ cho n được các số dư đôi một khác nhau.

**81. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN KHOA HỌC TỰ NHIÊN HÀ NỘI
2017-2018 (VÒNG 2)**

Bài 1. Cho dãy $(a_n), n \geq 0$ thỏa mãn

$$a_0 = \frac{1}{3}, \quad a_{n+1} = \frac{a_n^2}{1 - 2a_n^2}, \quad \forall n \in \mathbb{N}.$$

Đặt $b_n = \frac{a_0 a_1 \dots a_n}{a_{n+1}}$. Chứng minh rằng (b_n) có giới hạn hữu hạn và tìm giới hạn đó.

Bài 2. Tìm $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ thỏa mãn

$$f((x - y)f(x) - f(y)) + (x + 1)f(y - x) + x = 0$$

Bài 3. Cho ΔABC nội tiếp (O) , M là điểm bất kỳ nằm trên cạnh BC . Đường đối trung góc M của $\Delta MAB, \Delta MAC$ cắt $(MAB), (MAC)$ lần thứ hai lần lượt tại Q, R . P là điểm nằm trên đường thẳng BC thỏa mãn $AP \perp AM$. Gọi Γ là tiếp tuyến chung gần A hơn của $(MAB), (MAC)$. Chứng minh rằng Γ tiếp xúc (PQR) .

Bài 4. Cho a, b, c là các số thực dương. Chứng minh rằng

$$\frac{a^3}{b^2 - bc + c^2} + \frac{b^3}{c^2 - ca + a^2} + \frac{c^3}{a^2 - ab + b^2} + \frac{9}{2(ab + bc + ca)} \geq \frac{9}{2}.$$

Bài 5. Tìm tất cả các số nguyên dương n thỏa mãn với mọi k nguyên dương, tồn tại m nguyên dương sao cho n là ước của $m^4 + m^3 + m^2 + k$.

Bài 6. Cho ΔABC nội tiếp (O) . M, N là hai điểm trên cung BC không chứa A thỏa mãn $MN \parallel BC$ và tia AM nằm giữa hai tia AB, AN . P, Q là hình chiếu của M, N lên BC . E, F trên CA, AB thỏa mãn $QE \parallel AB, PF \parallel AC$. K, L lần lượt nằm trên AN, AM sao cho $EK \perp AC, FL \perp AB$. Chứng minh rằng $OK = OL$.

Bài 7. Cho $n \geq 2$ là số nguyên dương. Ta xét đa giác đều $2n$ đỉnh. Ta điền các số 0, 1 vào các đỉnh thỏa mãn số số 0 bằng số số 1. Ta gọi tập $2k$ đỉnh là cân nếu trong $2k$ đỉnh đó, số số 0 bằng số số 1, k nguyên dương.

- a) Chứng minh rằng với mỗi $1 \leq k \leq n$, luôn luôn tồn tại một tập cân có độ dài $2k$.
- b) Chứng minh rằng nếu $k \leq \sqrt{2n+2} - 2$, luôn luôn tồn tại hai tập cân $2k$ không có đỉnh chung.

82. **ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN NGOẠI NGỮ ĐẠI HỌC QUỐC GIA
THÀNH PHỐ HÀ NỘI 2014-2015**

Bài 1. Cho biểu thức

$$A = \left(\frac{x + 2\sqrt{x} + 4}{x\sqrt{x} - 8} + \frac{x + 2\sqrt{x} + 1}{x - 1} \right) : \left(3 + \frac{1}{\sqrt{x} - 2} + \frac{2}{\sqrt{x} + 1} \right).$$

- a) Rút gọn A .
- b) Tìm giá trị của x để $A > 1$.

Bài 2. a) Giải phương trình

$$x^2 + 2x + 7 = 3\sqrt{(x^2 + 1)(x + 3)}.$$

- b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2 + y^2 &= 3 - xy \\ x^4 + y^4 &= 2 \end{cases}.$$

Bài 3. Cho phương trình

$$x^2 - 3(m + 1)x + 2m^2 + 5m + 2 = 0.$$

Tìm giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 thỏa mãn

$$|x_1 + x_2| = 2|x_1 - x_2|.$$

Bài 4. Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O) . Kẻ đường cao AH của tam giác ABC . Gọi P, Q lần lượt là chân đường cao kẻ từ H đến các cạnh AB, AC .

- a) Chứng minh rằng $BCQP$ là tứ giác nội tiếp.
- b) Hai đường thẳng PQ và BC cắt nhau tại M . Chứng minh rằng $MH^2 = MB \cdot MC$.
- c) Đường thẳng MA cắt đường tròn (O) tại K (K khác A).

Bài 5. Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $BCQP$. Chứng minh rằng ba điểm I, H, K thẳng hàng. Chứng minh rằng

$$1 + \frac{2}{2} + \frac{3}{2^2} + \frac{4}{2^3} + \dots + \frac{2014}{2^{2013}} + \frac{2015}{2^{2014}} < 4.$$

83. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN AMSTERDAM HÀ NỘI 2016-2017

Bài 1. a) Chứng minh rằng với mọi số nguyên n thì $n^5 + 5n^3 - 6n$ chia hết cho 30.

b) Cho số tự nhiên n thỏa mãn $n(n+1) + 6$ không chia hết cho 3. Chứng minh rằng $2n^2 + n + 8$ không phải là số chính phương.

Bài 2. a) Giải hệ phương trình sau

$$\begin{cases} x - 2y - \frac{2}{x} + 1 = 0 \\ x^2 - 4xy + 4y^2 - \frac{4}{x^2} + 1 = 0 \end{cases}.$$

b) Cho các số thực x, y, z thỏa mãn

$$x^2 + y^2 + z^2 = 2012.$$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$M = 2xy - yz - zx.$$

Bài 3. Cho đường tròn (O, R) và dây cung BC cố định ($BC < 2R$). Một điểm A di động trên đường tròn (O, R) sao cho tam giác ABC là tam giác nhọn. Gọi AD là đường cao và H là trực tâm của tam giác ABC .

a) Đường thẳng chứa phân giác ngoài $\angle BHC$ cắt AB, AC lần lượt tại M và N . Chứng minh rằng tam giác AMN cân.

b) Gọi E, F là hình chiếu của D lên BH, CH . Chứng minh rằng OA vuông góc với EF .

c) Đường tròn ngoại tiếp tam giác AMN cắt đường phân giác trong $\angle BAC$ tại K . Chứng minh rằng HK luôn đi qua một điểm cố định.

Bài 4. Tìm các số nguyên dương x, y, z thỏa mãn

$$(x+1)(y+z) = xyz + 2$$

Cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn tâm O , bán kính $R = 2\text{cm}$. Chứng minh rằng trong số 17 điểm $A_1, A_2, \dots, A_{17}$ bất kì nằm trong tứ giác $ABCD$ luôn tìm được 2 điểm mà khoảng cách giữa chúng không lớn hơn 1cm .

84. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH HÀ TĨNH 2004-2005 (Vòng 2)

Bài 1. a) Giải phương trình

$$\sqrt{5+4x} - \sqrt{4+3x} = \sqrt{2+x} - \sqrt{3+2x}.$$

b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x^2 + \frac{x}{y} = 10 \\ \frac{2}{y^2} + \frac{x}{y} = 4 \end{cases}.$$

Bài 2. Chứng minh rằng các số có dạng $P = 2^{2m} + 2^{2004}$ với m nguyên dương không thể là số chính phương.

Bài 3. Cho đa thức $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5x$. Giả sử x_1 là nghiệm của phương trình $f(x) = 17$, x_2 là nghiệm của phương trình $f(x) = -11$. Chứng minh rằng $x_1 + x_2 = 2$.

Bài 4. Cho tam giác nhọn ABC . Vẽ các tia Ax, By vuông góc với BC và cùng thuộc một nửa mặt phẳng chứa điểm A , có bờ là đường thẳng BC . Gọi M là trung điểm của BC . Đường thẳng qua M , vuông góc với AB cắt AB, Bx thứ tự tại E, F . Đường thẳng qua M vuông góc với AC cắt AC, By lần lượt tại I, K . Gọi N là giao điểm của đường thẳng AM và FK . Chứng minh rằng tam giác MFN đồng dạng với tam giác NBC .

Bài 5. Cho hai phương trình

$$\begin{cases} x^2 + \sqrt{2} \left(a + \frac{1}{b} \right) + \frac{25}{8} = 0 \\ x^2 + \sqrt{3} \left(b + \frac{1}{a} \right) + \frac{75}{16} = 0 \end{cases}.$$

với $a > 0, b > 0$ và $a + b = 1$. Chứng minh rằng một trong hai phương trình trên có nghiệm.

85. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH HÀ TĨNH 2004-2005 (Vòng 1)

Bài 1. Cho $a \geq 0$ và biểu thức

$$P = \frac{a^2 + \sqrt{a}}{a + \sqrt{a} + 1} - \frac{a^2 + \sqrt{a}}{a - \sqrt{a} + 1} + a.$$

a) Rút gọn biểu thức P .

b) Tìm giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của P khi $0 \leq a \leq 9$.

Bài 2. Giả sử phương trình $x^2 + ax + m = 0$ (a, m là tham số) có hai nghiệm là b, c . Chứng minh

a) $2(b^2 + c^2) \geq a^2$.

b) $(a^2 + b^2 + c^2)^2 = 2(a^4 + b^4 + c^4)$.

Bài 3. a) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} y = 2\sqrt{y-1} + 6 \\ y = 4\sqrt{x-4} - 6 \end{cases}.$$

b) Tìm nghiệm trong $[-1; 1]$ của hệ phương trình ba ẩn sau

$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ x^{2000} + y^{2002} + z^{2004} = 2 \end{cases}.$$

Bài 4. Cho đường tròn tâm O bán kính R . Từ một điểm A ở ngoài đường tròn kẻ hai tiếp tuyến AB, AC tới đường tròn (B, C là tiếp điểm); D là một điểm trên cung nhỏ BC . Tiếp tuyến tại d tại D của đường tròn (O) cắt AB, AC lần lượt tại M, N . Cho biết $\widehat{BAC} = 60^\circ$.

a) Tính chu vi tam giác AMN theo R .

b) Tìm vị trí của D trên cung BC để diện tích tam giác AMN có giá trị lớn nhất.

86. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH HÀ TĨNH 2013-2014

Bài 1. a) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2 + \frac{4}{y^2} &= 4 \\ x - \frac{2}{y} - \frac{4x}{y} &= -2 \end{cases}.$$

b) Giải phương trình

$$(3\sqrt{x} - \sqrt{x+8})(4 + 3\sqrt{x^2+8x}) = 16(x-1)$$

Bài 2. a) Cho ba số thực x, y, z thỏa mãn

$$x + y + z = 6, \quad (x-1)^3 + (y-2)^3 + (z-3)^3 = 0.$$

Tính giá trị của biểu thức

$$(x-1)^{2013} + (y-2)^{2013} + (z-3)^{2013}.$$

b) Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $\frac{4}{x^2} + \frac{1}{y^2} = 2$. Chứng minh rằng

$$x^2 - 4xy + 6y^2 + 2x \geq 6$$

Bài 3. Tìm các số nguyên dương a, b, c thỏa mãn đồng thời các điều kiện $\frac{a - b\sqrt{5}}{b - c\sqrt{5}}$ là số hữu tỉ và $a^2 + b^2 + c^2$ là số nguyên tố.

Bài 4. Cho tam giác ABC có $AB = AC = a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Các tiếp tuyến của đường tròn $(A; AB)$ tại B và C cắt nhau tại D . Gọi M là một điểm di động trên cung nhỏ BC của đường tròn $(A; AB)$ (M khác B, C). Tiếp tuyến tại M của đường tròn $(A; AB)$ cắt DB, DC lần lượt tại E, F . Gọi P, Q lần lượt là giao điểm của các đường thẳng AE, AF với đường thẳng BC .

a) Chứng minh tứ giác $ABEQ$ nội tiếp được đường tròn và các đường thẳng AM, EQ, FP đồng quy.

b) Xác định vị trí của M trên cung nhỏ BC của $(A; AB)$ để diện tích tam giác APQ nhỏ nhất. Tính giá trị đó theo a .

Bài 5. Từ một đa giác đều 15 đỉnh, ta chọn ra 7 đỉnh bất kỳ. Chứng minh rằng có 3 đỉnh trong số các đỉnh đã chọn là 3 đỉnh của một tam giác cân.

87. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH HÀ TĨNH 2015-2016

Bài 1. Cho các số thực a, b, c, x, y thỏa mãn

$$\begin{cases} a + b + c = 0 \\ \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = \frac{x+y}{c} \end{cases}.$$

Chứng minh rằng $xa^2 + yb^2 = (x+y)c^2$.

Bài 2. a) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} \sqrt{3y} - \sqrt{x+y} = x - 2y \\ 4x^2y^2 - 10x^2y + 8x^2 - 10x + 4 = 0 \end{cases}.$$

b) Cho $a, b > 0$ thỏa mãn $\sqrt{a} + \sqrt{b} = 1$. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của

$$P = \sqrt{a+8} + \sqrt{b+8}$$

Bài 3. a) Tìm các số nguyên dương x, y, z phân biệt thỏa

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1.$$

b) Cho các số nguyên dương a, b, c nguyên tố cùng nhau. Xét đa thức

$$P(x) = x^2 - (a+b)x + ab,$$

biết $P(c) = c^2$. Chứng minh rằng $cP(a+b)$ là số chính phương.

Bài 4. Cho tam giác nhọn ABC có $AB > AC$. Các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H . BC, EF gặp nhau tại K . Gọi M là trung điểm cạnh BC và $(O), (O')$ là đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF, BKE . Chứng minh rằng

a) ME là tiếp tuyến của (O) và (O') .

b) H là trực tâm tam giác AMK . Cho bảng hình vuông kích thước 5×5 . Tô màu k ô vuông con của bảng sao cho trong bất kì bảng con 2×2 nào cũng chỉ không quá 2 ô vuông con được tô màu. Chứng minh giá trị lớn nhất của k là 15.

88. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH HÀ TỈNH 2014-2015 (VÒNG 2)

Bài 1. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 - x - 1 = 0$. Không giải phương trình, chứng minh rằng $P(x_1) = P(x_2)$ với $P(x) = 3x - \sqrt{33x + 25}$

a) Giải phương trình

$$\sqrt{3 + \sqrt{3 + x}} = x.$$

b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y &= \sqrt{xy} + 3 \\ \sqrt{x^2 + 7} + \sqrt{y^2 + 7} &= 8 \end{cases}.$$

Bài 2. a) Tìm các số nguyên x, y, z khác 0 thỏa mãn

$$\begin{cases} x + y &= xy + z \\ x^2 + y^2 &= z^2 \end{cases}.$$

b) Cho a, b, c không âm và $a + b + c = 1$. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của

$$P = \sqrt{a+b} + \sqrt{b+c} + \sqrt{c+a}$$

Bài 3. Cho tam giác ABC vuông ở A có đường cao AH , trên cạnh BC lấy điểm E, F sao cho $CE = CA, BF = BA$. Gọi I, I_1, I_2 lần lượt là tâm đường tròn nội tiếp các tam giác ABC, ABH, ACH và M là giao điểm của BI và AC . Chứng minh rằng

a) Ba điểm A, I_1, E thẳng hàng và $IE = IF$.

b) Đường thẳng FM là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác II_1I_2 .

Bài 4. Trên bảng có ghi hai số 1 và 5. Ta ghi các số tiếp theo bằng quy tắc sau. Nếu có hai số x, y phân biệt thì ghi thêm số $z = x + y + xy$. Hỏi bằng quy tắc đó có thể ghi được các số 2015 và 20152014 hay không?.

89. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH HÀ TĨNH 2014-2015 (VÒNG 1)

Bài 1. Cho biểu thức sau với $x > 0, x \neq 9$

$$P = \left(\frac{-x}{\sqrt{x}(x-9)} + \frac{2}{\sqrt{x}-3} - \frac{1}{\sqrt{x}+3} \right) : \left(\sqrt{x} + 3 - \frac{x}{\sqrt{x}-3} \right).$$

a) Rút gọn biểu thức P .

b) Tìm giá trị của x sao cho $P = \frac{-1}{4}$

Bài 2. Cho phương trình

$$x^2 - 2(m-2)x + m^2 - 2m + 2 = 0$$

với m là tham số.

a) Giải phương trình khi $m = -1$.

b) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn

$$|2(x_1 + x_2) + x_1x_2| = 3.$$

Bài 3. a) Giải phương trình

$$\sqrt{2x+3} - 2\sqrt{x+1} = -1.$$

b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} xy^2 + 2y^2 - 2 &= x^2 + 3x \\ x + y &= 3\sqrt{y-1} \end{cases}.$$

Bài 4. Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn tâm O , có $\widehat{BAC} = 45^\circ$, $BC = a$. Gọi E, F tương ứng là chân đường vuông góc hạ từ B xuống AC , từ C xuống AB . Gọi I là điểm đối xứng của O qua EF .

a) Chứng minh $BFOC, AEIF$ là các tứ giác nội tiếp đường tròn.

b) Tính EF theo a .

Bài 5. Biết phương trình

$$x^4 + ax^3 + bx^2 + ax + 1 = 0$$

có nghiệm. Chứng minh $a^2 + b^2 \geq \frac{4}{5}$.

90. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH HÀ TĨNH 2016-2017

Bài 1. Cho ba số a, b, c thỏa mãn $c^2 + 2(ab - bc - ca) = 0$, $b \neq c$ và $a + b \neq c$. Chứng minh rằng

$$\frac{2a^2 - 2ca + c^2}{2b^2 - 2bc + c^2} = \frac{a - c}{b - c}$$

a) Giải phương trình

$$\sqrt{3x - 1} - \sqrt{x + 1} = 3x^2 - 2x - 1.$$

b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 6x + \frac{3}{x + y} = 13 \\ 12(x^2 + xy + y^2) + \frac{9}{(x + y)^2} = 85 \end{cases}.$$

Bài 2. a) Tìm các bộ số nguyên dương (x, y, z) thỏa mãn

$$\begin{cases} x + y - z = 0 \\ x^3 + y^3 - z^2 = 0 \end{cases}.$$

b) Cho $a, b, c > 0$ thỏa mãn $a + b + c = 2016$. Tìm giá trị lớn nhất của

$$P = \frac{a}{a + \sqrt{2016a + bc}} + \frac{b}{b + \sqrt{2016b + ca}} + \frac{c}{c + \sqrt{2016c + ab}}$$

Bài 3. Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn tâm O . Điểm E thay đổi trên cung nhỏ AB (E khác A và B). Từ B và C lần lượt kẻ các tiếp tuyến với đường tròn (O) , các tiếp tuyến này cắt đường thẳng AE theo thứ tự tại M và N . Gọi F là giao điểm của BN và CM .

a) Chứng minh rằng $MB \cdot CN = BC^2$.

b) Khi điểm E thay đổi trên cung nhỏ AB . Chứng minh rằng đường thẳng EF luôn đi qua một điểm cố định.

Bài 4. Trên một đường tròn, lấy 1000 điểm phân biệt, các điểm được tô màu xanh và màu đỏ xen kẽ nhau. Mỗi điểm được gán với một giá trị là một số thực khác không, giá trị của mỗi điểm màu xanh bằng tổng giá trị của hai điểm màu đỏ kề với nó, giá trị của mỗi điểm màu đỏ bằng tích giá trị của hai điểm màu xanh kề với nó. Tính tổng giá trị của 1000 điểm trên.

91. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH HẢI DƯƠNG 2007-2008

Bài 1. a) Gọi a là nghiệm của phương trình $\sqrt{2}x^2 + x - 1 = 0$. Không giải phương trình, tính

$$A = \frac{2a - 3}{\sqrt{2(2a^4 - 2a + 3)} + 2a^2}.$$

b) Tìm a, b hữu tỉ thỏa mãn

$$\frac{3}{a + b\sqrt{3}} - \frac{2}{a - b\sqrt{3}} = 7 - 20\sqrt{3}$$

Bài 2. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} (x^2 + 1)(y^2 + 1) + 8xy &= 0 \\ \frac{x}{x^2 + 1} + \frac{y}{y^2 + 1} &= \frac{-1}{4} \end{cases}$$

a) Cho các số dương a, b, c thỏa mãn $a^2 + b^2 - ab = c^2$. Chứng minh rằng phương trình sau có hai nghiệm phân biệt

$$x^2 - 2x + (a - c)(b - c) = 0$$

b) Cho phương trình $x^2 - x + p = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 dương. Xác định p để

$$x_1^4 + x_2^4 - x_1^5 - x_2^5$$

đạt giá trị lớn nhất.

Bài 3. Cho tam giác ABC nhọn, $AB < AC$. Hai đường cao BD, CE cắt nhau ở H ; I là trung điểm BC . Hai đường tròn ngoại tiếp các tam giác BEI và CDI cắt nhau ở K (khác I).

a) Chứng minh $\widehat{BDK} = \widehat{CEK}$.

b) DE cắt BC tại M . Chứng minh rằng M, H, K thẳng hàng.

c) Chứng minh rằng tứ giác $BKDM$ nội tiếp.

Bài 4. Cho 19 điểm, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng, nằm trong một lục giác đều có cạnh bằng 1. Chứng minh rằng tồn tại 1 tam giác có ít nhất 1 góc không vượt quá 45° và nằm trong nội đường tròn có bán kính nhỏ hơn $\frac{3}{5}$.

92. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH HẢI DƯƠNG 2012-2013

Bài 1. a) Phân tích đa thức sau thành nhân tử

$$a^2(b - 2c) + b^2(c - a) + 2c^2(a - b) + abc.$$

b) Cho $x = \sqrt[3]{y - \sqrt{y^2 + 1}} + \sqrt[3]{y + \sqrt{y^2 + 1}}$. Tính giá trị biểu thức

$$A = x^4 + x^3y + 3x^2 + xy - 2y^2 + 1$$

Bài 2. a) Giải phương trình

$$(x^2 - 4x + 11)(x^4 - 8x^2 + 21) = 35.$$

b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} (x + \sqrt{x^2 + 2012})(y + \sqrt{y^2 + 2012}) = 0 \\ x^2 + z^2 - a(y + z) + 8 = 0 \end{cases}.$$

Bài 3. a) Chứng minh rằng với mọi số nguyên n thì $n^2 + n + 1$ không chia hết cho 9.

b) Xét phương trình

$$x^2 - m^2x + 2m + 2 = 0.$$

Tìm các giá trị nguyên dương của m để phương trình có nghiệm nguyên.

Bài 4. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB < AC$ ngoại tiếp đường tròn tâm O . Gọi D, E, F lần lượt là các tiếp điểm của (O) với các cạnh AB, AC ; BO cắt EF tại I ; M là điểm di chuyển trên đoạn CE .

a) Tính $\widehat{BIF}$.

b) Gọi H là giao điểm của BM và EF . Chứng minh rằng $AM = AB$ thì tứ giác $ABHI$ nội tiếp.

c) Gọi N là giao điểm của BM với cung nhỏ EF của (O) , P và Q lần lượt là hình chiếu của N trên đường thẳng DE, DF . Xác định vị trí của điểm M để PQ lớn nhất.

93. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH HẢI DƯƠNG 2013-2014**Bài 1.** a) Phân tích đa thức sau thành nhân tử

$$a^2(b-2c) + b^2(c-a) + 2c^2(a-b) + abc.$$

b) Cho x, y thỏa

$$x = \sqrt[3]{y - \sqrt{y^2 + 1}} + \sqrt[3]{y + \sqrt{y^2 + 1}}.$$

Tính giá trị biểu thức sau

$$A = x^4 + x^3y + 3x^2 + xy - 2y^2 + 1.$$

Bài 2. a) Giải phương trình

$$(x^2 - 4x + 11)(x^4 - 8x^2 + 21) = 35.$$

b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} (x + \sqrt{x^2 + 2012})(y + \sqrt{y^2 + 2012}) = 2012 \\ x^2 + z^2 - 4(y + z) + 8 = 0 \end{cases}.$$

Bài 3. a) Chứng minh rằng với mọi số nguyên n thì $n^2 + n + 1$ không chia hết cho 9.

b) Xét phương trình

$$x^2 - m^2x + 2m + 2 = 0.$$

Tìm m nguyên dương để phương trình có nghiệm nguyên.**Bài 4.** Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB < AC$ ngoại tiếp đường tròn tâm O . Gọi D, E, F lần lượt là tiếp điểm của (O) với các cạnh AB, AC, BC . BO cắt EF tại I . M là điểm di chuyển trên đoạn CE .a) Tính số đo góc BIF .b) Gọi H là giao điểm của BM và EF . Chứng minh rằng nếu $AM = AB$ thì tứ giác $ABHI$ nội tiếp.c) Gọi N là giao điểm của BM với cung nhỏ EF của đường tròn (O) , P và Q lần lượt là hình chiếu của N trên các đường thẳng DE, DF . Xác định vị trí của M để độ dài đoạn PQ lớn nhất.**Bài 5.** Cho ba số a, b, c thỏa mãn $0 \leq a \leq b \leq c \leq 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$B = (a + b + c + 3) \left(\frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1} + \frac{1}{c+1} \right)$$

94. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT TỈNH HẢI DƯƠNG 2017-2018

Bài 1. a) Giải phương trình

$$(2x - 1)(x + 2) = 0.$$

b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 3x + y = 5 \\ 3 - x = y \end{cases}.$$

Bài 2. a) Cho hai đường thẳng $(d) : y = -x + m$ và $(d') : y = (m^2 - 2)x + 3$. Tìm m để (d) và (d') song song với nhau.b) Cho $x > 0$, $x \neq 1$, $x \neq 4$. Rút gọn biểu thức

$$P = \left(\frac{x - \sqrt{x} + 2}{x - \sqrt{x} - 2} - \frac{x}{x - 2\sqrt{x}} \right) : \frac{1 - \sqrt{x}}{2 - \sqrt{x}}.$$

Bài 3. a) Tháng đầu, hai tổ sản xuất được 900 chi tiết máy. Tháng thứ hai, do cải tiến kỹ thuật nên tổ I vượt mức 10% và tổ II vượt mức 12% so với tháng đầu, vì vậy, hai tổ đã sản xuất được 1000 chi tiết máy. Hỏi trong tháng đầu mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu chi tiết máy?.b) Tìm m để phương trình ẩn x , tham số m sau

$$x^2 + 5x + 3m - 1 = 0$$

có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^3 - x_2^3 + 3x_1x_2 = 75$.**Bài 4.** Cho đường tròn tâm O bán kính R . Từ một điểm M ở ngoài đường tròn, kẻ hai tiếp tuyến MA và MB với đường tròn (A, B là các tiếp điểm). Qua A , kẻ đường thẳng song song với MO cắt đường tròn tại E (E khác A), đường thẳng ME cắt đường tròn tại F (F khác E), đường thẳng AF cắt MO tại N , H là giao điểm của MO và AB .a) Chứng minh tứ giác $MAOB$ nội tiếp đường tròn.b) Chứng minh $MN^2 = NF \cdot NA$ và $MN = NH$.c) Chứng minh $\frac{HB^2}{HF^2} - \frac{EF}{MF} = 1$.**Bài 5.** Cho x, y, z là ba số thực dương thỏa mãn $x + y + z = 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$Q = \frac{x+1}{1+y^2} + \frac{y+1}{1+z^2} + \frac{z+1}{1+x^2}$$

95. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH HẢI DƯƠNG 2014-2015
(VÒNG 2)

Bài 1. a) Cho số thực x thỏa mãn

$$\sqrt{x^2 - 6x + 36} + \sqrt{x^2 - 6x + 64} = 18.$$

Tính giá trị của biểu thức

$$A = \sqrt{4x^2 - 24x + 256} - 2\sqrt{x^2 - 6x + 36}.$$

b) Tính giá trị biểu thức $B = 6x^3 + 3x^2 = 2014$ với

$$x = \frac{1}{\sqrt[3]{3 + 2\sqrt{2}} + \sqrt[3]{3 - 2\sqrt{2}}}.$$

Bài 2. a) Giải phương trình

$$x^2 - 20x + 24 + 8\sqrt{3(x-1)} = 0.$$

b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} + \sqrt{y} &= \frac{13}{2} \\ \sqrt{x-2} + \sqrt{y-3} &= \frac{11}{2} \end{cases}.$$

Bài 3. a) Tìm các số nguyên tố n thỏa mãn $100 \leq n \leq 502$ và $n = a^3 - b^3$ với a, b là số tự nhiên.

b) Tìm tất cả các số hữu tỉ a, b, c thỏa mãn

$$a\sqrt[4]{4} + b\sqrt[4]{2} + c = 0$$

Bài 4. Cho đường tròn (O) , đường kính AB . Đường thẳng d tiếp xúc với đường tròn (O) tại A . Gọi M, N là hai điểm thay đổi trên đường thẳng d sao cho A nằm giữa M và N và $AM \cdot AN$ không đổi. BM, BN cắt đường tròn (O) lần lượt tại D, E .

a) Chứng minh rằng tứ giác $DENM$ nội tiếp.

b) Chứng minh rằng DE luôn đi qua điểm cố định khi M, N thay đổi.

c) Gọi K là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $DENM$. Chứng minh rằng K luôn thuộc một đường thẳng cố định.

Bài 5. Gọi x, y là các số thực thay đổi, thỏa mãn điều kiện: $x > y > 0$ và $xy = 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{x^2 + y^2}{x - y + 1}$$

96. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH HẢI DƯƠNG 2014-2015
(VÒNG 1)

Bài 1. a) Giải phương trình

$$\sqrt{13-x} = x-1.$$

b) Rút gọn biểu thức

$$A = \frac{10\sqrt{x}}{x+3\sqrt{x}-4} - \frac{2\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+4} + \frac{\sqrt{x}+1}{1-\sqrt{x}}$$

với $x \geq 0, x \neq 1$.

Bài 2. Cho Parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = (m-1)x + m + 4$ (tham số m).

a) Với $m = 2$, tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) .

b) Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm nằm về hai phía của trục tung.

Bài 3. a) Cho hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y &= 3m + 2 \\ 3x - 2y &= 11 - m \end{cases}.$$

với tham số m . Tìm m để hệ đã cho có nghiệm $(x; y)$ thỏa mãn $x^2 \cdot y^2$ đạt giá trị lớn nhất.

b) Một ô tô dự định đi từ A đến B dài $80km$ với vận tốc dự định. Thực tế trên nửa quãng đường đầu ô tô đi với vận tốc nhỏ hơn vận tốc dự định là $6km/h$. Trong nửa quãng đường còn lại ô tô đi với vận tốc nhanh hơn vận tốc dự định là $12km/h$. Biết rằng ô tô đến B đúng thời gian dự định. Tính vận tốc dự định của ô tô

Bài 4. Cho tam giác ABC nhọn, các đường cao AM, BN, CP của tam giác ABC cắt nhau tại H . Dựng hình bình hành $BHCD$.

a) Chứng minh tứ giác $APHN$ và $ABDC$ nội tiếp.

b) Gọi E là giao điểm của AD và BN . Chứng minh $AB \cdot AH = AE \cdot AC$.

c) Giả sử các điểm B và C cố định, A thay đổi sao cho tam giác ABC nhọn và góc BAC không đổi. Chứng minh đường tròn ngoại tiếp tứ giác $APHN$ có diện tích không đổi

Bài 5. Cho x, y là hai số dương thay đổi. Tính giá trị nhỏ nhất của

$$P = \frac{(x+y)^2}{x^2+y^2} + \frac{(x+y)^2}{xy}$$

97. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH HẢI DƯƠNG 2017-2018

Bài 1. a) Cho ba số x, y, z đôi một khác nhau và thỏa mãn điều kiện $x + y + z = 0$. Tính giá trị của biểu thức

$$P = \frac{2018(x-y)(y-z)(z-x)}{2xy^2 + 2yz^2 + 2zx^2 + 3xyz}.$$

b) Rút gọn biểu thức

$$Q = \frac{1+ax}{1-ax} \sqrt{\frac{1-bx}{1+bx}}$$

với $x = \frac{1}{a} \sqrt{\frac{2a-b}{b}}$ và $0 < a < b < 2a$.

Bài 2. a) Giải phương trình:

$$x\sqrt{2x+3} + 3(\sqrt{x+5} + 1) = 3x + \sqrt{2x^2 + 13x + 15} + \sqrt{2x+3}.$$

b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2 + 4y - 13 + (x-3)\sqrt{x^2 + y - 4} = 0 \\ (x+y-3)\sqrt{y} + (y-1)\sqrt{x+y+1} = x + 3y - 5 \end{cases}.$$

Bài 3. a) Tìm nghiệm nguyên của phương trình

$$x^2 + 5y^2 - 4xy + 4x - 4y + 3 = 0.$$

b) Tìm tất cả các số nguyên dương (x, y) thỏa mãn $x^2 + 3y$ và $y^2 + 3x$ là số chính phương.

Bài 4. Cho hai đường tròn $(O; R)$, $(O'; R')$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt A, B (A, O, B không thẳng hàng). Trên tia đối của tia AB lấy điểm C , kẻ tiếp tuyến CD, CE với (O) , trong đó D, E là các tiếp điểm và E nằm trong (O') . Đường thẳng AD, AE cắt (O') lần lượt tại M, N (M, N khác A). Đường thẳng DE cắt MN tại I , OO' cắt AB và DI lần lượt tại H và F .

a) Chứng minh $FE \cdot HD = FD \cdot HE$.

b) Chứng minh $MB \cdot EB \cdot DI = IB \cdot AN \cdot BD$.

c) Chứng minh $O'I$ vuông góc với MN

Bài 5. Cho x, y, z là bộ ba số dương thỏa mãn

$$\sqrt{x^2 + y^2} + \sqrt{y^2 + z^2} + \sqrt{z^2 + x^2} = 6.$$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$M = \frac{x^2}{y+z} + \frac{y^2}{x+z} + \frac{z^2}{x+y}$$

98. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN THÀNH PHỐ HẢI PHÒNG 2013-2014

Bài 1. Cho

$$A = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - \frac{x-3}{x+2\sqrt{x}+4} - \frac{7\sqrt{x}+10}{x\sqrt{x}-8} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}+7}{x+2\sqrt{x}+4} \right).$$

Tìm x sao cho $A < 2$.**Bài 2.** Tìm m để phương trình

$$x^2 - (2m+4)x + 3m+2 = 0$$

có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thoả mãn $x_2 = 2x_1 + 3$.**Bài 3.** Giải phương trình

$$\sqrt{5x-1} - \sqrt{3x+13} = \frac{x-7}{3}.$$

Bài 4. Cho hai điểm A, B cố định. Một điểm C khác B di chuyển trên (O) đường kính AB sao cho $AC > BC$. Tiếp tuyến tại C của (O) cắt tiếp tuyến tại A ở D , cắt AB ở E . Hạ AH vuông góc CD tại H .

- Chứng minh $AD \cdot CE = CH \cdot DE$.
- Chứng minh $OD \cdot BC$ là hằng số.
- Giả sử đường thẳng đi qua E vuông góc AB cắt AC, BD lần lượt tại F, G . Gọi I là trung điểm AE . Chứng minh trực tâm của tam giác IFG là điểm cố định.

Bài 5. a) Chứng minh $x \geq y \geq 1$ thì

$$x + \frac{1}{x} \geq y + \frac{1}{y}.$$

b) Cho $1 \leq a, b, c \leq 2$. Chứng minh

$$(a+b+c) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) \leq 10.$$

Bài 6. a) Cho a, b là hai số nguyên dương thoả mãn $a+20, b+13$ cùng chia hết 21. Tìm số dư của phép chia $A = 4^a + 9^b + a + b$ cho 21.b) Có thể phủ kín bảng 20×13 ô vuông bằng các miếng lát có một trong hai dạng dưới (có thể xoay và sử dụng đồng thời cả hai dạng miếng lát) sao cho các miếng lát không chòm lên nhau không?.

99. **ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN THÀNH PHỐ HẢI PHÒNG 2015-2016**

Bài 1. a) Cho biểu thức

$$M = \frac{x+4}{\sqrt{x}} + \frac{x\sqrt{x}-8}{x-2\sqrt{x}} - \frac{x\sqrt{x}+8}{x+2\sqrt{x}}.$$

Chứng minh $M > 8$, với mọi $x > 0$, $x \neq 4$. Tìm x để $\frac{9}{M}$ nhận giá trị nguyên.

b) Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho parabol $(P) : y = x^2$ và đường thẳng

$$(d) : y = 2(m-3)x + 4m + 8$$

với m là tham số. Tìm giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt $A(x_1, y_1)$ và $B(x_2, y_2)$ sao cho biểu thức

$$T = x_1x_2 + y_1 + y_2$$

đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 2. a) Giải phương trình

$$\frac{x^2}{3} + \frac{48}{x^2} = 10 \left(\frac{x}{3} - \frac{4}{x} \right).$$

b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} |xy - 2| &= 4 - y^2 \\ x^2 - xy + 1 &= 0 \end{cases}.$$

Bài 3. Cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn O . Hai tia BA và CD cắt nhau tại K . Hai tia AD và BC cắt nhau tại I . Gọi M, N lần lượt là trung điểm AC và BD . Các đường phân giác trong của các góc $\widehat{BKC}$ và góc $\widehat{BLA}$ cắt nhau tại I . Chứng minh

a) $\widehat{DKL} + \widehat{DLK} = \widehat{ABC}$ và $\widehat{KIL} = 90^\circ$.

b) $KM \cdot BD = KN \cdot AC$ và $LM \cdot BD = LN \cdot AC$.

c) Các đường phân giác trong của góc $\widehat{BKC}$, góc $\widehat{BLA}$ và đường thẳng MN đồng quy.

Bài 4. Cho x, y, z là ba số thực dương. Chứng minh

$$\frac{x^2}{\sqrt{8x^2 + 3y^2 + 14xy}} + \frac{y^2}{\sqrt{8y^2 + 3z^2 + 14yz}} + \frac{z^2}{\sqrt{8z^2 + 3x^2 + 14zx}} \geq \frac{x + y + z}{5}$$

Bài 5. a) Tìm các số x, y nguyên dương thỏa mãn phương trình

$$16(x^3 - y^3) = 15xy + 371.$$

b) Trung tâm thành phố Hải Phòng có tất cả 2016 bóng đèn chiếu sáng đô thị, bao gồm 670 bóng đèn ánh sáng trắng, 672 bóng đèn ánh sáng vàng nhạt, 674 bóng đèn ánh sáng vàng sậm. Người ta thực hiện dự án thay bóng đèn theo quy luật sau: Mỗi lần người ta tháo bỏ hai bóng đèn khác loại và thay vào đó bằng 2 bóng đèn thuộc loại còn lại. Hỏi theo quy trình trên, đến một lúc nào đó, người ta có thể nhận được tất cả các bóng đèn đều thuộc cùng một loại không?.

100. **ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN THÀNH PHỐ HẢI PHÒNG
2016-2017**

Bài 1. a) Cho biểu thức

$$P = \frac{\sqrt{a^3} - \sqrt{b^3}}{a - b} - \frac{a}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \frac{b}{\sqrt{b} - \sqrt{a}}$$

với $a, b > 0$ và a khác b . Thu gọn rồi tính giá trị của P biết

$$(a - 1)(b - 1) + 2\sqrt{ab} = 1.$$

b) Cho phương trình $x^2 - x + b = 0$ có các nghiệm x_1, x_2 và phương trình $x^2 - 97x + a = 0$ có các nghiệm là x_1^4, x_2^4 . Tìm giá trị của a

Bài 2. a) Giải phương trình

$$(9x^2 - 18x + 5)(3x^2 - 4x) - 7 = 0.$$

b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} \sqrt{2x+3y} + \sqrt{2x-3y} &= 3\sqrt{2y} \\ 2\sqrt{2x+3y} - \sqrt{2x-3y} &= 6 \end{cases}.$$

Bài 3. Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn tâm O có $AB < AC$. Các đường cao BD, CE cắt nhau tại H (D thuộc AC, E thuộc AB). Gọi M là trung điểm của BC , tia MH cắt đường tròn (O) tại N .

a) Chứng minh rằng năm điểm A, D, H, E, N cùng thuộc một đường tròn.

b) Lấy điểm P trên đoạn BC sao cho $\widehat{BHP} = \widehat{CHM}$, Q là hình chiếu vuông góc của A trên đường thẳng HP . Chứng minh rằng tứ giác $DENQ$ là hình thang cân.

c) Chứng minh rằng đường tròn ngoại tiếp tam giác MPQ tiếp xúc với đường tròn (O)

Bài 4. Cho $a, b, c > 0$ và $a + b + c \geq 9$. Tìm giá trị nhỏ nhất của

$$A = 2\sqrt{a^2 + \frac{b^2}{3} + \frac{c^2}{5}} + 3\sqrt{\frac{1}{a} + \frac{9}{b} + \frac{25}{c}}$$

Bài 5. a) Tìm các số nguyên m, n với $m \geq n \geq 0$ sao cho $(m + 2n)^3$ là ước của $9n(m^2 + mn + n^2) + 16$.

b) Trong dãy 2016 số thực $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{2016}$, ta đánh dấu tất cả các số dương và số mà có ít nhất một tổng của nó với một số các số liên tiếp liền ngay sau nó là một số dương (ví dụ trong dãy $-6, 5, -3, 3, 1, -1, -2, -3, \dots, -2011$ ta đánh dấu các số $a_2 = 5, a_3 = -3, a_4 = 3, a_5 = 1$). Chứng minh rằng nếu trong dãy đã cho có ít nhất một số dương thì tổng tất cả các số được đánh dấu là một số dương

101. **ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN THÀNH PHỐ HẢI PHÒNG
2017-2018 (VÒNG 1)**

Bài 1. Cho $x \geq 0$, $x \neq 1$ và hai biểu thức

$$A = (\sqrt{45} - \sqrt{63})(\sqrt{7} - \sqrt{5}), \quad B = \frac{1}{\sqrt{x} - 1} - \frac{1}{\sqrt{x} + 1} + 1.$$

a) Rút gọn biểu thức A .

b) Tìm các giá trị của x để giá trị biểu thức A bằng giá trị biểu thức B .

Bài 2. a) Điểm $M(x_M; y_M)$ thuộc đường thẳng $y = 3x + 4$ cách trục hoành một khoảng bằng 2. Tìm tọa độ điểm M .

b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 3x + 2y = 6 \\ x + 3y = 2 \end{cases}.$$

Bài 3. Cho phương trình bậc hai với ẩn số x , tham số m sau

$$x^2 - 2(m - 1)x + 2m - 3 = 0.$$

a) Giải phương trình với $m = -1$.

b) Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm x_1, x_2 của phương trình không phụ thuộc vào tham số m .

Bài 4. *BMI* (Body Mass Index) chính là chỉ số cơ thể được các bác sĩ và các chuyên gia sức khỏe sử dụng để xác định tình trạng cơ thể của một người nào đó có bị béo phì, thừa cân hay quá gầy hay không. Thông thường, người ta dùng để tính toán mức độ béo phì. Nhược điểm duy nhất của chỉ số *BMI* là nó không thể tính được lượng chất béo trong cơ thể - yếu tố tiềm ẩn các nguy cơ liên quan đến sức khỏe tương lai. Chỉ số *BMI* được tính như sau $BMI = \frac{P}{h^2}$ (P là trọng lượng cơ thể (kg); h là chiều cao (m)). Ta có thể tự đánh giá được chỉ số *BMI* của bản thân như sau

- $IBM < 18,5$: gầy,
- $18,5 < IBM < 25$: sức khỏe tốt,
- $25 < IBM < 30$: thừa cân,
- $IBM > 30$: béo phì.

Chỉ số *BMI* sẽ không chính xác nếu bạn là vận động viên hoặc người tập thể hình (bởi các múi cơ luôn nặng hơn mỡ) và khi đó chỉ số *BMI* của bạn sẽ nằm trong mức béo, rất béo. Nó cũng không chính xác với các bà bầu, đang cho con bú hay những người vừa ốm dậy. Khi anh An đi khám sức khỏe, bác sĩ đo được trọng lượng của anh là P (kg) và chiều cao của anh là h (m). Biết rằng P là số tự nhiên có hai chữ số chia hết cho 5 và khi chia cho 11 thì dư 6; còn h là độ dài cạnh huyền của một tam giác vuông có hai cạnh góc vuông là 8dm và 15dm. Có thể nhận xét gì về chỉ số *BMI* của anh An.

Bài 5. Cho $\triangle ABC$ có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O) ($AB < AC$). Đường cao BE của tam giác kéo dài cắt đường tròn (O) tại K . Kẻ $KD \perp BC$ tại D .

- a) Chứng minh tứ giác $KEDC$ nội tiếp. Xác định tâm của đường tròn này.
b) Chứng minh KB là tia phân giác của góc $\widehat{AKD}$.
c) Tia DE cắt đường thẳng AB tại I . Qua E kẻ đường thẳng vuông góc với OA , cắt AB tại H . Chứng minh rằng $CH \parallel KI$.

Bài 6. Tính diện tích xung quanh của một hình trụ đứng có chu vi đường tròn đáy là $13cm$ và chiều cao là $3cm$.

Bài 7. a) Cho $x \geq 1, y \geq 1$. Chứng minh rằng

$$\frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{1+y^2} \geq \frac{2}{1+xy}.$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi nào?

- b) Cho $x \geq 1, y \geq 0$ và $6xy + 2x - 3y \leq 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$A = \frac{1}{x^2 - 4x + 2} + \frac{1}{9y^2 + 6y + 2}$$

102. **ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN THÀNH PHỐ HẢI PHÒNG
2017-2018 (VÒNG 2)**

Bài 1. Cho $x > 0$, $x \neq 1$ và biểu thức

$$Q = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{2}{x-1} \right) : \left(\frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} - \frac{1-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-x} \right).$$

a) Rút gọn biểu thức Q .

b) Tìm các giá trị của x để $Q = -1$.

Bài 2. Cho phương trình tham số m sau

$$x^2 - 2(m-1)x - 2017m^2 - 1 = 0.$$

Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1 < x_2$ thỏa mãn $|x_1| - |x_2| = 2018$.

Bài 3. a) Giải phương trình

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{x-7} = \sqrt{12-x}.$$

b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^3 + xy^2 - 10y &= 0 \\ x^2 + 6y^2 &= 10 \end{cases}$$

Bài 4. Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O) , Y trên cạnh CA , Z trên cạnh AB sao cho $\widehat{AZY} > 90^\circ$. Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AYZ , S là giao điểm khác A của AI với đường tròn (O) .

a) Chứng minh rằng $\widehat{SAC} = \widehat{AZY} - 90^\circ$.

b) Gọi X là giao điểm của YZ và BC , M là giao điểm khác Y của các đường tròn ngoại tiếp tam giác AYZ và CXY . Chứng minh rằng M nằm trên đường tròn (O) .

c) Gọi J , K là tâm các đường tròn ngoại tiếp tam giác BZX và CXY , T là giao điểm của AI và BJ . Chứng minh rằng 6 điểm T , O , M , I , J , K cùng nằm trên một đường tròn.

Bài 5. Cho các số dương a , b , c . Chứng minh rằng

$$\frac{a^4}{b^3(c+2a)} + \frac{b^4}{c^3(a+2b)} + \frac{c^4}{a^3(b+2c)} \geq 1$$

Bài 6. a) Chứng minh rằng không tồn tại các số tự nhiên x , y , z thỏa mãn

$$x^{16} + y^{16} + 2017 = z^{16}.$$

b) A và B chơi một trò chơi, A chơi trước. Ban đầu có n viên sỏi. Trong mỗi lượt chơi của mình, người chơi sẽ lấy ra 4, 5 hoặc 7 viên sỏi. Quá trình đó tiếp tục như vậy. Ai đến lượt chơi của mình mà không thể lấy thêm sỏi là thua. Biết cả hai đều là người chơi thông minh, chứng minh rằng nếu n có dạng $11k + l$ với $k, l \in \mathbb{N}$, $0 \leq l \leq 3$ thì B thắng cuộc.

MOlympiad là dự án thu thập và phát hành các đề thi và lời giải chính thức của các cuộc thi Toán các nước trên thế giới như: Đề thi học sinh giỏi Toán quốc gia, Đề thi chọn đội tuyển Toán các nước, Đề thi học sinh giỏi Toán Quốc tế và Khu vực,..., các kỳ thi Toán Sinh viên. Tại Việt Nam, chúng tôi sưu tầm các đề thi học sinh giỏi cấp tỉnh, các đề thi tuyển sinh lớp 10, và các đề thi thử tuyển sinh đại học,... Tại trang web www.molympiad.com bạn cũng sẽ tìm thấy nhiều tài liệu khác để rèn luyện học tập trước khi bước vào các kỳ thi.

MOlympiad mong nhận được góp ý từ các bạn cũng như sự đóng góp của các bạn sẽ góp phần làm cho trang web trở nên phong phú hơn. Nếu bạn muốn đóng góp tài liệu cho chúng tôi, xin vui lòng gửi tài liệu bạn có đến e-mail bbt.molympiad@gmail.com. Tài liệu nên được định dạng như sau: $\text{\TeX}$, PDF, Word. Mọi đóng góp của các bạn dù nhỏ đều được chúng tôi ghi nhận.