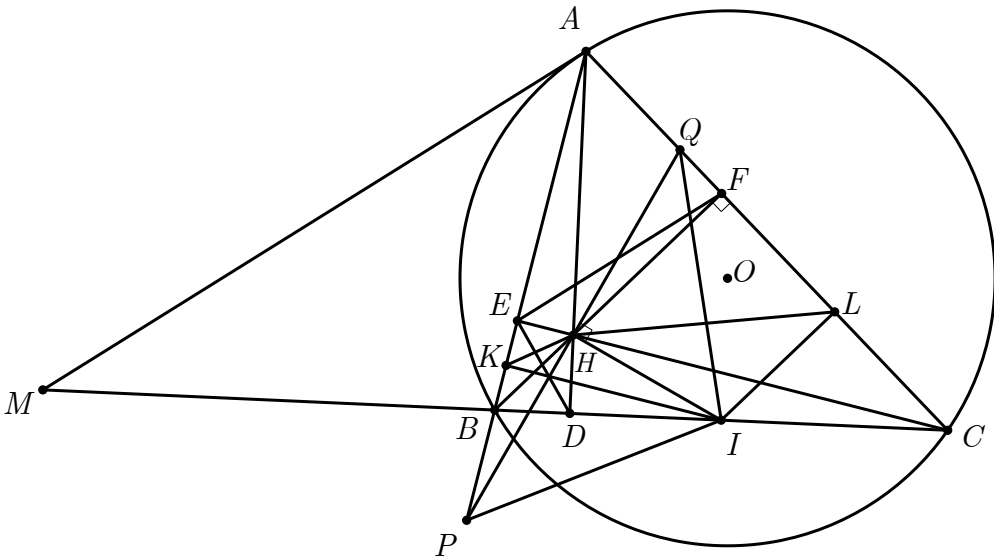


Câu	Đáp án	Điểm
1.a		1,5
	$P = \frac{2x - 3\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 2} = \frac{(2x - 4\sqrt{x}) + \sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 2} = 2\sqrt{x} + 1$	1,0
	$Q = \frac{(x\sqrt{x} + 2x) - \sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 2} = x - 1$	0,5
1.b		1,0
	$P = Q \Leftrightarrow x - 2\sqrt{x} - 2 = 0 \Leftrightarrow (\sqrt{x} - 1)^2 = 3$	0,5
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} = 1 + \sqrt{3} \\ \sqrt{x} = 1 - \sqrt{3} \text{ (VN)} \end{cases} \Leftrightarrow x = 4 + 2\sqrt{3}.$	0,5
2.a		1,0
	Đặt $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{a} = \frac{a+b+c}{b+c+a} = 1$	0,5
	$\Rightarrow a = b = c \Rightarrow P = \frac{2027}{2015}$	0,5
2.b		1,5
	$\begin{cases} x^2 + 2y = xy + 4 & (1) \\ x^2 - x + 3 - x\sqrt{6-x} = (y-3)\sqrt{y-3} & (2) \end{cases}$ ĐK: $\begin{cases} x \leq 6 \\ y \geq 3 \end{cases}$ $(1) \Leftrightarrow x^2 - 4 - y(x-2) = 0 \Leftrightarrow (x-2)(x+2-y) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = x + 2 \end{cases}$	0,5
	Với $x = 2$ thay vào (2) ta được $1 = \sqrt{(y-3)^3} \Leftrightarrow (y-3)^3 = 1 \Leftrightarrow y = 4$	0,5
	Với $y = x + 2$ thay vào (2) ta được $x^2 - x + 3 = (x-1)\sqrt{x-1} + x\sqrt{6-x}$ Ta có $VP = (x-1)\sqrt{x-1} + x\sqrt{6-x} \leq \frac{(x-1)^2 + x-1}{2} + \frac{x^2 + 6 - x}{2} = x^2 - x + 3 = VT$ Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $x = 2 \Rightarrow y = 4$ Vậy hệ có nghiệm $(x; y) = (2; 4).$	0,5
3.a		0,75
	Ta có với mọi $x, y, z > 0; (x+y+z)\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) \geq 9\sqrt[3]{xyz} \sqrt[3]{\frac{1}{xyz}} \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \geq \frac{9}{x+y+z}$ Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $x = y = z.$	0,25

	Ta có $\frac{a^2 + 6a + 3}{a^2 + a} = \frac{(a^2 + a) + (3a + 3) + 2a}{a^2 + a} = 1 + \frac{3}{a} + \frac{2}{a + 1}$ Nên $M = 3 + 3\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) + 2\left(\frac{1}{a + 1} + \frac{1}{b + 1} + \frac{1}{c + 1}\right)$ $\geq 3 + \frac{27}{a + b + c} + \frac{18}{a + b + c + 3} \geq 15$ Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c = 1$. Vậy $M_{\min} = 15$ đạt được khi $a = b = c = 1$.	0,25
		0,25
3.b		0,75
	Giả sử tam giác đã cho là ABC vuông tại A, có $BC = \overline{ab}, AC = \overline{cd}, AB = \overline{ba} (0 < b < a \leq 9; 1 \leq c \leq a; 0 \leq d \leq 9)$ Theo ĐL Pitago $\overline{ab}^2 = \overline{cd}^2 + \overline{ba}^2 \Rightarrow \overline{cd}^2 = 99(a^2 - b^2)$ $\Rightarrow \overline{cd}^2 : 33 \Rightarrow \begin{cases} \overline{cd} : 3 \\ \overline{cd} : 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overline{cd} : 3 \\ \overline{cd} : 11 \end{cases} \Rightarrow \overline{cd} : 33 \Rightarrow \overline{cd} \in \{33; 66; 99\}$ * TH1: $\overline{cd} = 99$ loại do $99 = \overline{cd} < \overline{ab} \leq 99$ * TH2: $\overline{cd} = 66 \Rightarrow (a - b)(a + b) = 44$ Do $a - b, a + b$ cùng tính chẵn lẻ và $0 < a - b < a + b < 18$ nên không có a, b thỏa mãn. * TH3: $\overline{cd} = 33 \Rightarrow 33^2 = 99(a^2 - b^2) \Rightarrow (a - b)(a + b) = 11$ Do $0 < a - b < a + b < 18 \Rightarrow \begin{cases} a - b = 1 \\ a + b = 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = 5 \end{cases}$ Ta có $AB = 56, AC = 33, BC = 65 \Rightarrow r = \frac{2S_{ABC}}{AB + BC + CA} = \frac{33 \cdot 56}{33 + 56 + 65} = 12$.	0,25
		0,25
4.a		1,0
	 Ta có $\triangle MAB \sim \triangle MCA (g.g) \Rightarrow \frac{MA}{MC} = \frac{MB}{MA} \Rightarrow MA^2 = MB \cdot MC$. Ta lại có $\frac{MA}{MC} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{AC^2}{AB^2} = \frac{MC^2}{MA^2} = \frac{MC^2}{MB \cdot MC} = \frac{MC}{MB}$	0,5
		0,5
4.b		0,5

	Do $\widehat{MAE} = \widehat{AEF}$ và $\widehat{ACB} = \widehat{MAE}$ (cùng chắn cung $\widehat{AB}$) nên $\widehat{ACB} = \widehat{AEF}$ $\Rightarrow$ Tứ giác $BEFC$ nội tiếp.	0,25
	Mà $\widehat{BFC} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{BEC} = 90^\circ$ hay $CE \perp AB$. Do đó, H là trực tâm $\triangle ABC \Rightarrow AH \perp BC$.	0,25
4.c		0,5
	Vì $\triangle BFC$ vuông tại $F \Rightarrow FI = \frac{1}{2}BC \Rightarrow \triangle BFI$ cân tại I . Do đó, $\widehat{FIC} = 2\widehat{IBF}$. Mặt khác, tứ giác $BEHD$ nội tiếp nên $\widehat{HBD} = \widehat{DEH}$ (1) Mà tứ giác $AEHF$ nội tiếp nên $\widehat{HAF} = \widehat{HEF}$ (2)	0,25
	Mặt khác $\widehat{HAF} = \widehat{HBD}$ (cùng phụ với $\widehat{ACB}$) (3) Từ (1), (2), (3) suy ra $\widehat{HBD} = \frac{1}{2}\widehat{DEF} \Rightarrow \widehat{FIC} = \widehat{DEF}$ Vậy bốn điểm E, F, I, D cùng thuộc một đường tròn.	0,25
4.d		1,0
	Gọi K, L lần lượt là trung điểm của BE, FC . Ta có IK là đường trung bình của $\triangle BEC$ nên $IK \parallel EC$ do đó $IK \perp BE$ Suy ra, tứ giác $PKHI$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{HPI} = \widehat{HKI}$ Chứng minh tương tự $\widehat{HQI} = \widehat{HLI}$	0,5
	Ta có $\widehat{HKI} + \widehat{HKE} = 90^\circ; \widehat{HLI} + \widehat{HLF} = 90^\circ$ (4) Ta lại có $\triangle HBE \sim \triangle HCF \Rightarrow \frac{HE}{HF} = \frac{BE}{CF} \Rightarrow \frac{HE}{HF} = \frac{KE}{LF}$	0,25
	Xét $\triangle HKE$ và $\triangle HLF$ có $\frac{HE}{HF} = \frac{KE}{LF}; \widehat{HEK} = \widehat{HFL} = 90^\circ$ Do đó, $\triangle HKE \sim \triangle HLF$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{HKE} = \widehat{HLF}$ Từ (4) suy ra $\widehat{HKI} = \widehat{HLI} \Rightarrow \widehat{HPI} = \widehat{HQI}$ nên $\triangle IPQ$ cân tại I . Mà $IH \perp PQ \Rightarrow H$ là trung điểm của PQ .	0,25
5		0,5
	Ta có nhận xét rằng với hai tập, mỗi tập gồm các số lẻ từ 1 đến $2k+1$, ta có thể sắp xếp sao cho thỏa mãn yêu cầu bài toán với một ô trống ở giữa: $2k+1; 2k-1; \dots; 3; 1; \square; 1; 3; \dots; 2k-1; 2k+1$ Với hai tập, mỗi tập gồm các số chẵn từ 2 đến $2k$, ta có thể sắp xếp sao cho thỏa mãn yêu cầu bài toán với hai ô trống ở giữa: $2k; 2k-2; \dots; 4; 2; \square; \square; 2; 4; \dots; 2k-2; 2k$.	0,25
	Xét hai trường hợp: a) Với $n = 2k+1$ xét cách sắp xếp sau: $2k+1; 2k-1; \dots; 3; 1; 2k; 1; 3; \dots; 2k-1; 2k+1; 2k-2; \dots; 4; 2; 2k; 0; 2; 4; \dots; 2k-2$. Cách sắp xếp trên thỏa mãn bài toán. b) Với $n = 2k$ xét cách sắp xếp sau: $2k-1; \dots; 3; 1; 2k; 1; 3; \dots; 2k-1; 2k-2; \dots; 4; 2; 0; 2k; 2; 4; \dots; 2k-2$. Cách sắp xếp trên thỏa mãn bài toán. Vậy ta có điều phải chứng minh.	0,25

Chú ý:

- Các cách làm khác nếu đúng cho điểm tối đa, điểm thành phần giám khảo tự phân chia trên cơ sở tham khảo điểm thành phần của đáp án.
- Các trường hợp khác tổ chấm thống nhất phương án chấm.