

Khối chuyên lý ĐHKHTN-ĐHQGHN

Đề thi thử đại học lần 3 năm 2008-2009

Ngày thi: 3/2009

- *Thời gian: 180 phút.*
- *Typeset by L^AT_EX 2_ε.*
- *Copyright ©2009 by Nguyễn Mạnh Dũng.*
- *Email: nguyendunghus@gmail.com.*
- *Mathematical blog: <http://nguyendungtn.tk>*

1 Đề bài

Câu I (2 điểm)

1) Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$.

2) Tìm tọa độ điểm M trên đồ thị (C) sao cho khoảng cách từ M đến đường thẳng $(d) : y = \frac{x}{4} + 2$ có giá trị nhỏ nhất.

Câu II (2 điểm)

1) Giải phương trình

$$\cos^2\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \sin^2\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 2\sin x - \frac{1}{4}$$

2) Giải bất phương trình

$$\log_7(x^2 + x + 1) \geq \log_2 x$$

Câu III (2 điểm)

1) Tính tích phân

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)}{4 - 3\sin 2x} dx$$

2) Tìm số phức z thỏa mãn đồng thời hai điều kiện $|z + 1 - 2i| = |\bar{z} + 3 + 4i|$ và $\frac{z - 2i}{\bar{z} + i}$ là một số ảo.

Câu IV (3 điểm)

1) Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ vuông góc Oxy , cho đường tròn có phương trình $(C) : x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ và điểm $M(4; 3)$. Chứng tỏ rằng qua M có hai tiếp tuyến với (C) và giả sử A, B là hai điểm tiếp xúc. Lập phương trình đường thẳng qua A, B .

2) Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc nhị diện cạnh SC bằng 120° . Tính thể tích của hình chóp.

3) Trong không gian với hệ trục tọa độ vuông góc $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $(P) : 2x - y - 2z - 12 = 0$ và 2 điểm $A(2; 1; 4), B(1; 1; 3)$. Tìm tập hợp tất cả các điểm M trên P sao cho diện tích tam giác MAB nhỏ nhất.

Câu V(1 điểm) Giả sử x, y, z là các số thực thỏa mãn $x + y + z = 6$. Chứng minh rằng

$$8^x + 8^y + 8^z \geq 4^{x+1} + 4^{y+1} + 4^{z+1}$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi nào?