Khối chuyên toán ĐHSPHN

Đề thi thử đại học lần 1 năm 2008-2009

Ngày thi: 10/2008

- *Thời gian: 180 phút.*
- *Typeset by LaTeX 2ε.*
- *Copyright ©2009 by Nguyễn Mạnh Dũng.*
- *Email: nguyendunghus@gmail.com.*
- *Mathematical blog: http://nguyendungtn.tk*

1 Đề bài

Câu I.(2 điểm) Cho hàm số $y = \frac{2}{3}x^3 + (m+1)x^2 + (m^2+4m+3)x + \frac{1}{2}$

1) Khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số khi $m = -3$.

2) Với giá trị nào của m, hàm số có cực đại, cực tiểu? Gọi x_1, x_2 là hai điểm cực đại, cực tiểu của hàm số, hãy tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $A = |x_1 \cdot x_2 - 2(x_1 + x_2)|$.

Câu II.(2 điểm)

1) Giải phương trình

$$\cos 2x + \cos 5x - \sin 3x - \cos 8x = \sin 10x$$

2) Giải bất phương trình

$$\sqrt{\log_3 (9x-3)} \leq \log_3 \left(x - \frac{1}{3}\right)$$

Câu III. (1 điểm) Tìm họ các nguyên hàm của hàm số

$$f(x) = \frac{x^4 - 1}{x(x^4-5)(x^5-5x+1)}$$

Câu IV (2 điểm) Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài các cạnh đáy bằng a, góc giữa đường thẳng AB' và mặt phẳng $(BB'CC')$ bằng α.

1) Tính độ dài đoạn thẳng AB' theo a và α.

2) Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a và α.

Câu V (1 điểm) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^3 y = 24 \\ 2\sqrt{x^3} + y = 6\sqrt[3]{3} \end{cases}$$

Câu VI (1 điểm) Chứng minh rằng

$$\frac{1}{C_{2009}^1} + \frac{1}{C_{2009}^2} + \ldots + \frac{1}{C_{2009}^{2009}} = \frac{1005}{2009}\left(\frac{1}{C_{2008}^0} + \frac{1}{C_{2008}^1} + \ldots + \frac{1}{C_{2008}^{2008}}\right)$$

Câu VII (1 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC với $A(2;-1), B(1;-2)$ và trọng tâm G của tam giác nằm trên đường thẳng $d : x + y - 2 = 0$. Hãy tìm tọa độ điểm C, biết rằng diện tích của tam giác bằng $\frac{3}{2}$.