

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC LẦN V NĂM 2009
KHỐI THPT CHUYÊN ĐHSPT HÀ NỘI

Môn thi: Toán

Thời gian làm bài :180 phút

-----****-----

Câu I. (2 điểm): Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 + mx + 1$ (1) (m là tham số).

1. Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số (1) khi $m=0$.
2. Tìm m để đường thẳng $y=1$ cắt đồ thị hàm số (1) tại 3 điểm phân biệt: I(0;1), A và B. Với giá trị nào của m, các tiếp tuyến của đồ thị hàm số (1) tại các điểm A và B vuông góc với nhau.

Câu II.(2 điểm)

1. Giải phương trình: $8 \cos x \cdot \cos\left(\frac{p}{3} - x\right) \cdot \cos\left(\frac{p}{3} + x\right) + 1 = 0$

2. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} (x-4)(x+1) = y(y+5) \\ \log_{(x-2)}(y+2) = \frac{x-2}{y^2} \end{cases}$$

Câu III. (1 điểm). Tính tích phân: $I = \int_1^{10\sqrt{2}} \frac{dx}{x(x^{10}+1)^2}$

Câu IV. (1 điểm). Cho hình chóp đều S.ABCD có độ dài cạnh đáy bằng a, cạnh bên tạo với mặt đáy một góc 30° . Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

Câu V.(1 điểm). Các số thực dương thay đổi x, y, z thỏa mãn: $x^2 + y^2 + z^2 = 3$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{1}{xy+1} + \frac{1}{yz+1} + \frac{1}{zx+1}$.

Câu VI.(2 điểm).

- 1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai điểm A(5;-1), B(-3;4) và đường thẳng d có phương trình: $x - 2y + 1 = 0$. Tìm tọa độ điểm C trên đường thẳng d sao cho tam giác ABC vuông tại C.
- 2) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho hai đường thẳng:

$$d_1 : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - t \\ z = -2 + 2t \end{cases} \quad \text{và} \quad d_2 : \frac{x+4}{z} = \frac{y-8}{2} = \frac{z-8}{-1}.$$

a) Chứng minh rằng hai đường thẳng d_1 và d_2 chéo nhau.

b) Gọi MN là đường vuông góc chung của d_1 và d_2 ($M \in d_1, N \in d_2$). Hãy viết phương trình mặt cầu đường kính MN.

Câu VII.(1 điểm).

$$\text{Tính tổng: } S = \frac{1}{2!.2007!} + \frac{1}{4!.2005!} + \frac{1}{6!.2003!} + \dots + \frac{1}{2006!.3!} + \frac{1}{2008!.1!}$$