ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC LẦN 2-VMF

Người gửi: hung0503

A.Phần chung:

Câu I:

1/

$y = -x^3 - 3x^2 + 4$

D=R

$y' = -3x^2 - 6x$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \rightarrow \ y = 4 \\ x = -2 \rightarrow \ y = 0 \end{array} \right.$$

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		0		4		$-\infty$

$\lim\limits_{x \to -\infty} y = +\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} y = -\infty$

Hàm số đồng biến trên (-2;0), nghịch biến trên $(-\infty;-2)$ và $(0;+\infty)$

Hàm số đạt cực đại tại x=0, giá trị cực đại y=4

Hàm số đạt cực tiểu tại x=-2, giá trị cực tiểu y=0

$y'' = -6x - 6 = 0 \Leftrightarrow \ x = -1$

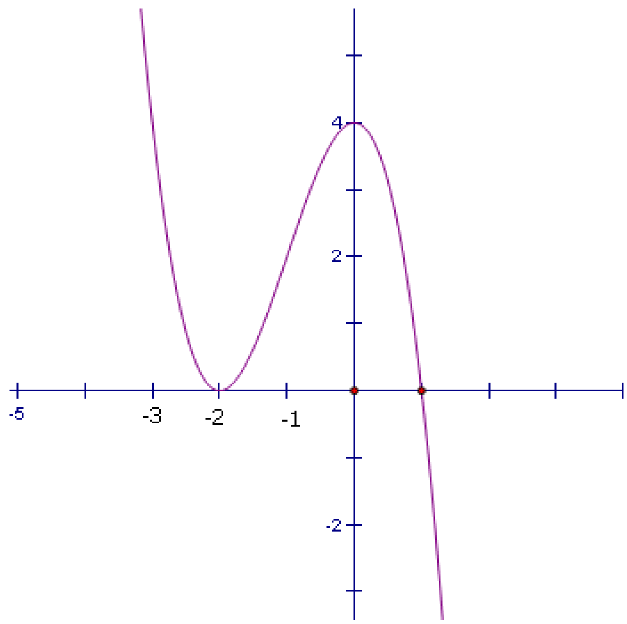
x	$-\infty$	$+$	-1	$-$	$+\infty$
y		lõm	Đ.uốn (-1;2)	lồi	

Giao Ox: y=0, giao điểm (1;0) và (-2;0)

Giao Oy: x=0, giao điểm (0;4)

Điểm đặc biệt

x	-3
y	4



Nhận xét: Đồ thị nhận E(-1;2) làm tâm đối xứng

2/Vì

$$y = \left(\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}\right).y' + 2x + 4$$

nên đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị (d): y=2x+4
Gọi I, R lần lượt là tâm và bán kính đường tròn (C)
Yêu cầu bài toán

$$\Leftrightarrow d(I;(d)) = R$$

$$\Leftrightarrow \frac{|2m - m - 1 + 4|}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

$$\Leftrightarrow |m + 3| = 5$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 2 \\ m = -8 \end{array}\right.$$

Câu II:

1/

$$2\cos^2\left(\frac{\pi}{2}\cos^2 x\right) = 1 + \cos(\pi\sin 2x)$$

$$\Leftrightarrow \cos(\pi\cos^2 x) = \cos(\pi\sin 2x)$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \pi\cos^2 x = \pi\sin 2x (1) \\ \pi\cos^2 x = -\pi\sin 2x (2) \end{array}\right.$$

$$(1) \Leftrightarrow \cos^2 x = \sin 2x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ \tan x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \arctan\left(\frac{1}{2}\right) + k\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$$

$$(2) \Leftrightarrow \cos^2 x = -\sin 2x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ \tan x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \arctan\left(-\frac{1}{2}\right) + k\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$$

2/Đk:

$$-2 \le x \le 2$$

$$\sqrt{2x+4} - 2\sqrt{2-x} = \frac{12x-8}{\sqrt{9x^2+16}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2(3x-2)}{\sqrt{2x+4} + 2\sqrt{2-x}} = \frac{4(3x-2)}{\sqrt{9x^2+16}}$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{2}{3} (N) \\ \sqrt{9x^2+16} = 2\sqrt{2x+4} + 4\sqrt{2-x} (*) \end{array}\right.$$

$$(*) \Leftrightarrow 9x^2 - 32 = 16\sqrt{8-2x^2} - 8x$$

$$\Leftrightarrow (9x^2 - 32) + \frac{64(9x^2-32)}{16\sqrt{8-2x^2} + 8x} = 0 \left(x \ne -\frac{4\sqrt{2}}{3}\right)$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{4\sqrt{2}}{3} (N) \\ x = -\frac{4\sqrt{2}}{3} (L) \end{array}\right.$$

Câu III

Đặt

$t = \pi - x \Rightarrow dt = -dx$

x	0	π
t	π	0

$$I = \int_0^{\pi} \frac{x\sin x}{1+\cos^2 x}dx$$

$$= \int_{\pi}^{0} \frac{(\pi - t)\sin t}{1+\cos^2 t}(-dt) = \int_0^{\pi} \frac{(\pi - t)\sin t}{1+\cos^2 t}dt = \int_0^{\pi} \frac{\pi \sin x}{1+\cos^2 x}dx + \int_0^{\pi} \frac{x\sin x}{1+\cos^2 x}dx$$

$$\Rightarrow 2I = \int_0^{\pi} \frac{\pi \sin x}{1+\cos^2 x}dx$$

$$\int_0^{\pi} \frac{\pi \sin x}{1+\cos^2 x}dx = -\pi \int_0^{\pi} \frac{1}{1+\cos^2 x}d(\cos x) = -\pi \arctan(\cos x)\Big|_0^{\pi} = \frac{\pi^2}{2}$$

$$\Rightarrow I = \frac{\pi^2}{4}$$

Câu IV:

Mặt phẳng qua O vuông góc với SO cắt (SAC) và (SBD) theo giao tuyến Ox và Oy

$(SAC) \perp (SBD) \rightarrow Ox \perp Oy$

Chọn trục Oz trùng với OS

$S(0;0;h); A(a;0;c); B(0;b;d); C(-a;0;-c); D(0;-b;-d)$

$(SAB): b(c-h)x + a(d-h)y - ab(z-h) = 0$

$$d(O;(SAB)) = p = \frac{|abh|}{\sqrt{b^2(c-h)^2 + a^2(d-h)^2 + a^2b^2}}$$

$$\rightarrow \frac{1}{p^2} = \frac{b^2(c-h)^2 + a^2(d-h)^2 + a^2b^2}{a^2b^2h^2}$$

Tương tự

$$\rightarrow \frac{1}{u^2} = \frac{b^2(c+h)^2 + a^2(d+h)^2 + a^2b^2}{a^2b^2h^2}$$

$$\rightarrow \frac{1}{p^2} + \frac{1}{u^2} = \frac{2(a^2b^2 + b^2c^2 + a^2c^2) + h^2(a^2+b^2)}{a^2b^2h^2}$$

Tương tự

$$\rightarrow \frac{1}{q^2} + \frac{1}{v^2} = \frac{2(a^2b^2 + b^2c^2 + a^2c^2) + h^2(a^2+b^2)}{a^2b^2h^2}$$

$$\rightarrow \frac{1}{p^2} + \frac{1}{u^2} = \frac{1}{q^2} + \frac{1}{v^2}$$

CâuV:

Không mất tính tổng quát, giả sử

$$x \geq y \geq z$$

$$(x-y)(y-z) \geq 0 \Leftrightarrow xy + yz \geq xz + y^2 \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{x}{z} + 1 \geq \dfrac{y}{z} + \dfrac{x}{y} (1) \\ \dfrac{z}{x} + 1 \geq \dfrac{y}{x} + \dfrac{z}{y} (2) \end{cases}$$

$$(1) + (2) \rightarrow \frac{x}{y} + \frac{y}{x} + \frac{z}{y} + \frac{y}{z} \leq 2 + \frac{x}{z} + \frac{z}{x}$$

$$\Leftrightarrow VT \leq 2 + 2\left(\frac{x}{z} + \frac{z}{x}\right)$$

Đặt

$$\frac{x}{z} = t (1 \leq t \leq 3)$$

$$\rightarrow (t-1)(t-3) \leq 0 \Leftrightarrow t + \frac{3}{t} \leq 4 \Leftrightarrow t + \frac{1}{t} \leq 4 - \frac{2}{t} \leq \frac{10}{3}$$

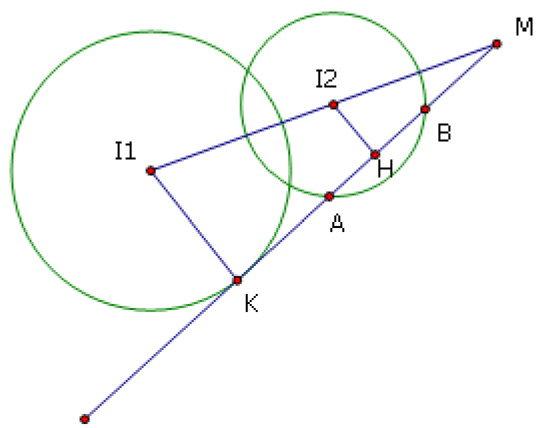
$$\rightarrow VT \leq 2 + \frac{20}{3} = \frac{26}{3}$$

Dấu bằng xảy ra khi (x;y;z)=(3;1;1) và các hoán vị

B.Theo chương trình nâng cao

Câu VI.b

1/



Gọi I_1, R_1, I_2, R_2 lần lượt là tâm và bán kính của $(C_1), (C_2)$

$M = I_1I_2 \cap (\Delta)$

$I_2H \perp AB \Rightarrow I_2H = \sqrt{R_2^2 - AH^2} = 1$

$I_1K \perp (\Delta)$

Ta có:

$\frac{I_2H}{I_1K} = \frac{1}{2} \to \overrightarrow{MI_1} = 2\overrightarrow{MI_2} \to M(2;1)$

Gọi véc tơ pháp tuyến của đường thẳng cần tìm là (a;b)

$(\Delta): ax + by - 2a - b = 0$

$$\begin{cases} d(I_2;(\Delta)) = \frac{|a - 2a - b|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 1 \\ d(I_1;(\Delta)) = \frac{|-b - 2a - b|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow |a + b| = \sqrt{a^2 + b^2} \Leftrightarrow ab = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 0 \xrightarrow{(\Delta)} y = 1 \\ b = 0 \xrightarrow{(\Delta)} x = 2 \end{array} \right.$$

2/

$$(d)\begin{cases} A(3;-1;4) \\ \overrightarrow{a_d}(1;2;0) \end{cases};(d')\begin{cases} B(-2;0;2) \\ \overrightarrow{a_{d'}}(2;2;4) \end{cases}$$

$$[\overrightarrow{a_d}.\overrightarrow{a_{d'}}].\overrightarrow{AB} = -40 \neq 0$$

nên d và d' chéo nhau

$M \in (d) \to M(3+t;-1+2t;4)$

$N \in (d') \to N(-2+2k;2k;2+4k)$

MN là đường vuông góc chung

$$\begin{cases} \overrightarrow{MN}.\overrightarrow{a_d} = 0 \\ \overrightarrow{MN}.\overrightarrow{a_{d'}} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \dfrac{2}{7} \\ k = \dfrac{31}{42} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M\left(\dfrac{23}{7};\dfrac{-3}{7};4\right) \\ N\left(\dfrac{-11}{21};\dfrac{31}{21};\dfrac{104}{21}\right) \end{cases}$$

Pt đường vuông góc chung

$$(MN)\begin{cases} x = \dfrac{23}{7} - 4t \\ y = \dfrac{-3}{7} + 2t \\ z = 4 + t \end{cases}$$

Câu VII.b

Gọi số cần tìm có dạng

$$\overline{abcde}$$

Vì số này chia hết cho 6 nên nó phải chia hết cho 2 và 3 suy ra e=0;2;8

Th1: e=0

Ta cần có a+b+c+d chia hết cho 3, ta chọn được (1;2;5;7); (1;2;7;8); (1;5;7;8)

Vậy có 4!*3=72 cách chọn

Th2: e=2

Ta cần có a+b+c+d+e chia hết cho 3, ta chọn được (0;1;5;7); (0;1;7;8)

Vậy có 3*3*2*1*2=36 cách chọn

Th3: e=8

Ta cần có a+b+c+d+e chia hết cho 3, ta chọn được (0;1;2;7); (0;1;5;7)

Vậy có 3*3*2*1*2=36 cách chọn

Tổng cộng có 72+36+36=144 cách chọn số từ tập A thỏa yêu cầu bài toán