

VMF - ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC SỐ 5 - MÔN TOÁN

Ngày 5 tháng 3 năm 2012

(Thời gian làm bài 180 phút không kể thời gian giao đề)

PHẦN CHUNG: (Dành cho tất cả các thí sinh) (7 điểm)**Câu I (2 điểm)**Cho hàm số $y = \frac{x-1}{2(x+1)}$

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
2. Tìm những điểm M trên (C) sao cho tiếp tuyến với (C) tại M tạo với hai trục tọa độ một tam giác có trọng tâm nằm trên đường thẳng $4x + y = 0$.

Câu II (2 điểm)1. Giải phương trình: $\cos^2 3x + \cos^2 x + 3 \cos^2 2x + \cos 2x = 2$ 2. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^2 + y^2 - xy + 4y + 1 = 0 \\ y [7 - (x - y)^2] = 2(x^2 + 1) \end{cases}$$
Câu III (1 điểm)

Tính tích phân:

$$I = \int_0^1 \frac{x^3}{x + \sqrt{x^2 + 1}} dx$$

Câu IV (1 điểm)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a . $\widehat{BAD} = 60^\circ$. SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SA = a$. Gọi C' là trung điểm của SC . Mặt phẳng (P) đi qua AC' và song song BD , cắt các cạnh SB, SD của hình chóp lần lượt tại B', D' . Tính thể tích khối chóp $S.AB'C'D'$.

Câu V (1 điểm)Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = 12$. Chứng minh rằng:

$$a\sqrt[3]{b^2 + c^2} + b\sqrt[3]{c^2 + a^2} + c\sqrt[3]{a^2 + b^2} \leq 12$$

PHẦN RIÊNG: (Thí sinh chỉ được chọn một trong hai phần: A hoặc B) (3 điểm)**A. Chương trình chuẩn:****Câu VI.a (2 điểm)**

1. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 2 = 0$. Viết phương trình đường tròn (C') tâm $I(5; 1)$ biết (C') cắt (C) tại các điểm A, B sao cho $AB = \sqrt{3}$
2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x + y + z + 2 = 0$. Gọi M là giao điểm của d và (P) . Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong (P) sao cho Δ vuông góc với d và khoảng cách từ M đến Δ bằng $\sqrt{42}$.

Câu VII.a (1 điểm)Chứng minh rằng nếu các số phức z_1, z_2 thỏa $|z_1 + z_2| = |z_1| \sqrt{2}$ thì $|z_1 - z_2| = |z_2| \sqrt{2}$ **B. Chương trình nâng cao****Câu VI.b (2 điểm)**

1. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có đỉnh $A(0; 4)$, trọng tâm $G\left(\frac{4}{3}; \frac{2}{3}\right)$ và trục tâm trùng với gốc tọa độ. Tìm tọa độ các đỉnh B, C và diện tích tam giác ABC biết $x_B < x_C$
2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{2} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-3}{1}$ và d_2 là giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): 5x - 6y - 6z + 13 = 0$ và $(Q): x - 6y + 6z - 7 = 0$. Gọi I là giao điểm của d_1 và d_2 . Tìm các điểm A, B lần lượt thuộc d_1, d_2 sao cho tam giác IAB cân tại I và có diện tích bằng $\frac{\sqrt{41}}{42}$.

Câu VII.b (1 điểm)

Đội tuyển học sinh giỏi của một trường gồm 18 em, trong đó có 7 học sinh khối 12, 6 học sinh khối 11 và 5 học sinh khối 10. Hỏi có bao nhiêu cách cử 8 học sinh đi dự trại hè sao cho mỗi khối có ít nhất một em được chọn.
Đề thi được biên soạn bởi : Hoàng Minh Quân, Nguyễn Sanh Thành từ diễn đàn VMF