PHẦN CHUNG

Câu I:

Tập xác định D = R

1. Với m = 1, hàm số đã cho trở thành: $y = f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 1$

Đạo hàm:

$f'(x) = 6x^2 - 18x + 12$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 6x^2 - 18x + 12 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 2 \end{array}\right.$

- Hàm số nghịch biến trên $(1;2)$
- Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(2;+\infty)$

Giới hạn:

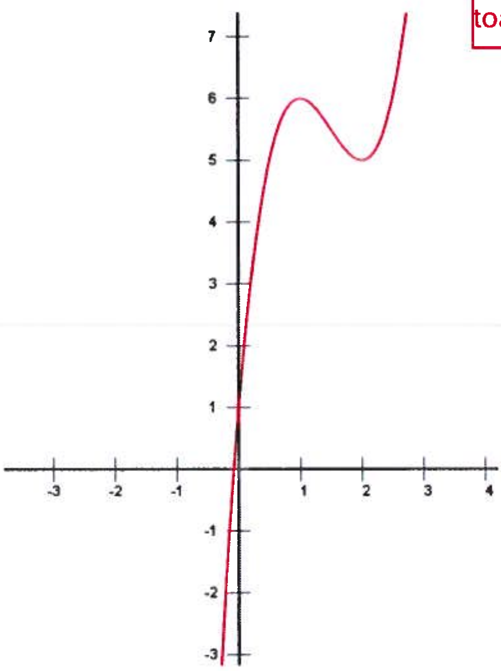
$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$; $\lim\limits_{x\to-\infty} = -\infty$. Đồ thị hàm số không có tiệm cận.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$							
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	6	$\searrow$	5	$\nearrow$	$+\infty$

Cuc dai cuc tieu dau?
Phai ve duong giong tu cac diem dac biet xuong 2 truc toa do.

Đồ thị:



0.75 diem

2. Ta có:

$y' = 6x^2 - 6(2m+1)x + 6m(m+1)$

$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - (2m+1)x + m(m+1)$

$\Delta = 1 > 0$. Vậy với mọi giá trị của m thì phương trình $y' = 0$ luôn có 2 nghiệm thực là $x = m$ và $x = m+1$. Tức là với mọi giá trị của m, hàm số đã cho luôn có cực đại, cực tiểu.

$y'' = 12x - 6(2m+1)$

$y'' \le 0 \Leftrightarrow x \le m + \frac{1}{2}$

Vậy hàm số đã cho đạt cực đại khi $x = m$. Để giá trị cực đại của hàm số đã cho lớn hơn 1 thì:

$2m^3 - 3(2m+1)m^2 + 6m(m+1) + 1 \ge 1$ $\boxed{\text{>1 chu?co=1 dau?}}$

$\Leftrightarrow m^2(2m+3) \ge 0$

$\Leftrightarrow m \ge -\frac{3}{2}$

thieu dieu kien
m <> 0 (khac 0)

Vậy để giá trị cực đại của hàm số đã cho lớn hơn 1 thì $m \ge -\frac{3}{2}$

0.75 diem

Câu II:

1. Ta có:

$2\cos\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos x + 2\sin x$

$\Leftrightarrow \cos 3x - \sqrt{3}\sin 3x = \cos x + 2\sin x$

$\Leftrightarrow 4\cos^3 x - 4\cos x = \sqrt{3}\left(3\sin x - 4\sin^3 x\right) + 2\sin x$

$\Leftrightarrow 2\sin 2x.\sin x - 2\sin x - \sqrt{3}\sin x\left(3 - 4\sin^2 x\right) = 0$

$\Leftrightarrow \sin x\left(2\sin 2x - 2\sqrt{3}\cos 2x - 2 - \sqrt{3}\right) = 0$

Bien doi tat qua nen sai lam o cho nay
dung phai la
sinx[2sin2x+2sqrt(3)cos2x+2+sqrt(3)]=0

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi (k \in Z) \\ 2\sin 2x - 2\sqrt{3}\cos 2x = 2 + \sqrt{3} (*) \end{array}\right.$

Xét phương trình (*):

$2\sin 2x - 2\sqrt{3}\cos 2x = 2 + \sqrt{3}$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\sin 2x - \frac{\sqrt{3}}{2}\cos 2x = \frac{2+\sqrt{3}}{4}$

$\Leftrightarrow \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{2+\sqrt{3}}{4}$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + \frac{1}{2}\arcsin\frac{2+\sqrt{3}}{4} + k\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} - \frac{1}{2}\arcsin\frac{2+\sqrt{3}}{4} + k\pi \end{array}\right. (k \in Z)$

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là: $\left[\begin{array}{l} x = k\pi \\ \cancel{x = \frac{\pi}{6} + \frac{1}{2}\arcsin\frac{2+\sqrt{3}}{4} + k\pi} \\ \cancel{x = \frac{2\pi}{3} - \frac{1}{2}\arcsin\frac{2+\sqrt{3}}{4} + k\pi} \end{array}\right.$ $(k \in Z)$ 0.5 diem

2. ĐKXĐ: $x \geq 0$

Ta có:

$$x^3 - 1 = \sqrt{x}\left(-3x^2 + 5x - 3\right) = -3\sqrt{x}\left[\left(x - \frac{5}{6}\right)^2 + \frac{11}{36}\right] < 0$$

$\Rightarrow x < 1$

Vậy ta chỉ cần xét $x \in [0;1)$. Đặt $\sqrt{x} = y \Rightarrow y \in [0;1)$. Phương trình đã cho trở thành:

$$y^6 - 1 = y\left(-3y^4 + 5y^2 - 3\right)$$

$$\Leftrightarrow y^6 + 3y^5 - 5y^3 + 3y - 1 = 0 (1)$$

+) TH1: $y = 0$, dễ thấy y không thoả mãn (1)

+) TH2: $y \in (0;1)$. Chia cả 2 vế của (1) cho y^3, ta được:

$$y^3 - \frac{1}{y^3} + 3\left(y^2 + \frac{1}{y^2}\right) - 5 = 0 \ (2)$$

$$\Leftrightarrow \left(y - \frac{1}{y}\right)^3 + 3\left(y - \frac{1}{y}\right)^2 + 3\left(y - \frac{1}{y}\right) + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(y - \frac{1}{y} + 1\right)^3 = 0$$

$$\Leftrightarrow y - \frac{1}{y} = -1$$

$$\Rightarrow y^2 + y - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y = \frac{-\sqrt{5} - 1}{2} \\ y = \frac{\sqrt{5} - 1}{2} \end{array}\right.$$

Do $y \in (0;1)$ nên (2) có nghiệm $y = \frac{\sqrt{5} - 1}{2} \Rightarrow x = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm là $x = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$ dung! 1.00 diem

Câu III:

Ta có:

$$I = \int_0^{\ln 9} \sqrt{\frac{e^x}{\sqrt{e^x} + 1}} dx$$

Đặt: $t = \sqrt{e^x} \Rightarrow dt = \frac{\sqrt{e^x}}{2} dx$

Đổi cận:

- Với $x=\ln 9$ thì $t=9$ Sai! t=3 chu?
- Với $x=0$ thì $t=1$

Khi đó:

$$I=2\int_1^9\frac{dt}{\sqrt{t+1}}=2\int_1^9\frac{d(t+1)}{\sqrt{t+1}}=4\sqrt{t+1}\Big|_1^9=4\sqrt{10}-4\sqrt{2}$$ 0.25 diem (dang tiec)

Câu IV:

Gọi I là trung điểm của BC, H là chân đường cao hạ từ S của tam giác SAI . Do ΔSBC và ΔABC đều nên:

$$\left.\begin{matrix}AI\perp BC\\ SI\perp BC\end{matrix}\right\}\Rightarrow BC\perp(SAI)\Rightarrow BC\perp SH$$

$$\left.\begin{matrix}BC\perp SH\\ AI\perp SH\end{matrix}\right\}\Rightarrow SH\perp(ABC)$$

Vậy H là chân đường cao hạ từ S của hình chóp S.ABC.

Lại có:

$$AI=\sqrt{AC^2-IC^2}=\sqrt{AC^2-\frac{BC^2}{4}}=\frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$SI=\sqrt{SC^2-IC^2}=\frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Mặt khác:

$$\left.\begin{matrix}SI\perp BC\\ AI\perp BC\\ \left(\boxed{SB}C);(ABC)\right)=60^0\\ (SBC)\cap(ABC)=BC\end{matrix}\right\}\Rightarrow \widehat{ASI}=60^0$$

Từ đó ta suy ra ΔASI đều $\Rightarrow SA=\frac{a\sqrt{3}}{2}\Rightarrow SH=\sqrt{SA^2-AH^2}=\sqrt{SA^2-\frac{AI^2}{4}}=\frac{3a}{4}$

$$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}BC.AI=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

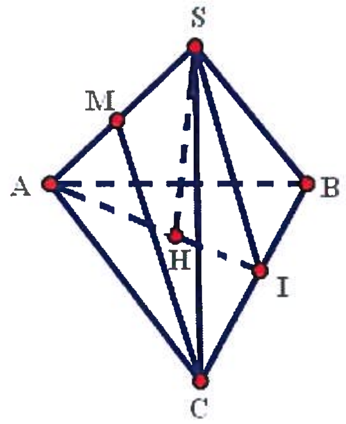
$$\Rightarrow V_{S.ABC}=\frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SH=\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$$

Gọi M là trung điểm của SA. Do ΔSAC cân tại C nên $CM\perp SA$

$$\Rightarrow CM=\sqrt{SC^2-SM^2}=\sqrt{SC^2-\frac{SA^2}{4}}=\frac{a\sqrt{13}}{4}$$

$$\Rightarrow S_{\Delta SAC}=\frac{1}{2}CM.SA=\frac{a^2\sqrt{39}}{16}$$

$$V_{S.ABC}=\frac{1}{3}S_{\Delta SAC}.d_{(B;(SAC))}\Rightarrow d_{(B;(SAC))}=\frac{3a}{\sqrt{13}}$$ dung! 1.00 diem



Câu V: 0.25/1

Ta cần chứng minh: $\frac{1}{(1+x)^3}+\frac{1}{(1+y)^3}+\frac{1}{(1+z)^3}\geq\frac{3}{8}$ (1)

Đặt $f(x;y;z)=\frac{1}{(1+x)^3}+\frac{1}{(1+y)^3}+\frac{1}{(1+z)^3}$

Không giảm tổng quát, giả sử $x\geq y\geq z$. Do xyz = 1 nên suy ra $\sqrt{xy}\geq 1$

Xét hàm số: $g(t)=f\left(ta;\frac{b}{t};c\right)$ với $t\in\left[\sqrt{\frac{y}{x}};1\right]$

$f\left(tx;\frac{y}{t};z\right)$

Ta có:

$$g'(t)=-\frac{3x}{(1+tx)^4}+\frac{3y}{t^2\left(1+\frac{y}{t}\right)^4}$$

Lại có: $tx\geq\sqrt{\frac{y}{x}}.x=\sqrt{xy}\geq\frac{y}{t}>0$

Xét hàm số $h(a)=\frac{a}{t(1+a)^4}$ với $a\in\left[\frac{y}{t};tx\right]$

$$h'(a)=\frac{t(1+a)^3(1-\overset{3}{4}a)}{t^2(1+a)^8}$$

+) TH1: $\frac{y}{t}\leq\frac{1}{\underset{3}{4}}\Rightarrow y\leq\frac{1}{4}\Rightarrow\frac{1}{(1+y)^3}>\frac{3}{8}\Rightarrow$ (1) đúng

+) TH2: $\frac{y}{t}>\frac{1}{\underset{3}{4}}\Rightarrow\ h'(a)<0\Rightarrow h\left(\frac{y}{t}\right)\geq h(tx)\Rightarrow g'(t)\geq 0\Rightarrow g(1)\geq g\left(\sqrt{\frac{y}{x}}\right)$

Vậy: $f(x;y;z)\geq f(s;s;z)$ với $s=\sqrt{xy}$. Thay $z=\frac{1}{s^2}$ ta được:

$$f(s;s;z)=f\left(s;s;\frac{1}{s^2}\right)=\frac{2}{(1+s)^3}+\frac{1}{\left(1+\frac{1}{s^2}\right)^3}$$

Xét hàm $k(s)=\dfrac{2}{(1+s)^3}+\dfrac{1}{\left(1+\dfrac{1}{s^2}\right)^3}$ với $s\in[1;+\infty)$

$$k'(s)=-\frac{6}{(1+s)^4}+\frac{6}{s^3\left(1+\dfrac{1}{s^2}\right)^4}$$

$$k'(s)\ge 0\Leftrightarrow (1+s)^4\ge s^3\left(1+\frac{1}{s^2}\right)^4$$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt[4]{s^3}-1\right)\left(\sqrt[4]{s^8}+\sqrt[4]{s^4}+\sqrt[4]{s^3}+\sqrt[4]{s^2}+\sqrt[4]{s}+1\right)\ge 0 \text{ (đúng)}$$

Vậy $k(s)\ge k(1)=\dfrac{3}{8}$

Vậy ta có đpcm.

(Dấu "=" xảy ra khi x = y = z = 1)

Thuc su rat met nao khi phai cham loi giai cua bai nay - Nho BGK tham dinh lai giup

0,25 diem

PHẦN RIÊNG

<u>Câu VIa:</u>

1. Toạ độ giao điểm của hai đường tròn đã cho thoã mãn hệ:

$$\begin{cases} x^2+y^2-10x=0 \\ x^2+y^2+4x-2y-20=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x-y-10=0 \\ x^2+y^2-10x=0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases} \\ \begin{cases} x=1 \\ y=-3 \end{cases} \end{array}\right.$$

Vậy các giao điểm của hai đường tròn đã cho là $A(2;4)$ và $B(1;-3)$

Gọi I là tâm đường tròn cần tìm, do I thuộc đường thẳng $x+6y-6=0$ nên giả sử $I(6-6t;t)$

Ta có:

$$IA=IB\Leftrightarrow (4-6t)^2+(t-4)^2=(5-6t)^2+(t+3)^2\Leftrightarrow t=-1$$

$$\Rightarrow I(12;-1)$$

$$IA^2=125$$

Vậy phương trình đường tròn cần tìm là: $(x-12)^2+(y+1)^2=125$

Rat tot 1.00 diem

2. Gọi (α) là mặt phẳng cần tìm.

Mặt phẳng (P) nhận $\vec{n}(1;-2;2)$ làm vtpt.

+) TH1: $(\alpha): ay+bz+c=0$ $(a^2+b^2>0)$

Ta có:

$$\begin{cases} a+2b+c=0 \\ 5a-2b+c=0 \\ \dfrac{|-2a+2b|}{3\sqrt{a^2+b^2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \quad \text{(VN)}$$

+) TH2: $(\alpha): x+ay+bz+c=0$

Ta có:

$$\begin{cases} -1+a+2b+c=0 \\ 3+5a-2b+c=0 \\ \dfrac{|1-2a+2b|}{3\sqrt{1+a^2+b^2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a=0 \\ b=1 \\ c=-1 \end{cases} \\ \begin{cases} a=-1 \\ b=0 \\ c=2 \end{cases} \end{array}\right.$$

Vậy có 2 mặt phẳng thoã mãn là:

$(\alpha_1): x+z-1=0$

$(\alpha_2): x-y+2=0$

dung! 1.00 diem

Câu VIIa:

Ta có:

$$\begin{cases} x_1+x_2=3 \\ y_1+y_2=-1 \\ x_1x_2-y_1y_2=4 \\ x_1y_2+x_2y_1=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2=3-x_1 (1) \\ y_2=-1-y_1 (2) \\ x_1x_2-y_1y_2=4 (3) \\ x_1y_2+x_2y_1=-3 (4) \end{cases}$$

Thế (1), (2) vào (3), (4), ta được hệ:

$$\begin{cases} -x_1^2+y_1^2+3x_1+y_1-4=0 \\ -x_1+3y_1-2x_1y_1+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(y_1+\dfrac{1}{2}\right)^2-\left(x_1-\dfrac{3}{2}\right)^2=2 \\ \left(y_1+\dfrac{1}{2}\right)\left(x_1-\dfrac{3}{2}\right)=\dfrac{3}{4} \end{cases} \quad (5)$$

Đặt: $y_1+\dfrac{1}{2}=a$; $x_1-\dfrac{3}{2}=b$, từ (5) suy ra:

$$\begin{cases} a^2-b^2=2 (6) \\ ab=\dfrac{3}{4} (7) \end{cases}$$

+)TH1: b = 0, từ (7) suy ra hệ vô nghiệm

+)TH2: $b \neq 0$, từ (6) và (7) suy ra:

$$\begin{cases} b=\dfrac{3}{4a} \\ 16a^4-32a^2-9=0 \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a=\dfrac{3}{2} \\ b=\dfrac{1}{2} \end{cases} \\ \begin{cases} a=-\dfrac{3}{2} \\ b=-\dfrac{1}{2} \end{cases} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x_1=2 \\ y_1=1 \end{cases} (8) \\ \begin{cases} x_1=1 \\ y_1=-2 \end{cases} (9) \end{array}\right.$$

Từ (1), (2), (8), (9) suy ra phương trình đã cho có các nghiệm $(x_1;y_1;x_2;y_2)$ là $(2;1;1;-2)$ và $(1;-2;2;1)$

1.00 diem

Tong ket: Cau 1: 1.50 diem - Cau 2: 1.50 diem - Cau 3: 0.25 diem
Cau 4: 1.00 diem - Cau 5: 0,25 diem - Cau 6a: 2.00 diem - Cau 7a: 1.00 diem
Bai lam tot, tuy con mot so cho hoi van tat va sai sot nho. Dac biet loi giai cau BDT kha phuc tap, khong phu hop khi lam bai thi DH thuc su. 7.5 Cham bai: hxthanh

7,5