LỜI GIẢI ĐỀ 04

Thí sinh: vietfrog

Câu 1: 2/2

$y = 2x^3 - 3(2m+1)x^2 + 6m(m+1)x + 1$

1)$m = 1$

$y = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 1$

* TXĐ : D=R

* Sự biến thiên:

a. Giới hạn và tiệm cận:

$$\lim_{x\to\pm\infty} y = \lim_{x\to\pm\infty}\left(y = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 1\right) = \pm\infty$$

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số không có tiệm cận.

b. Chiều biến thiên

$y' = 6x^2 - 18x + 12$

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 2 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	↗	6	↘	5	↗	$+\infty$

.

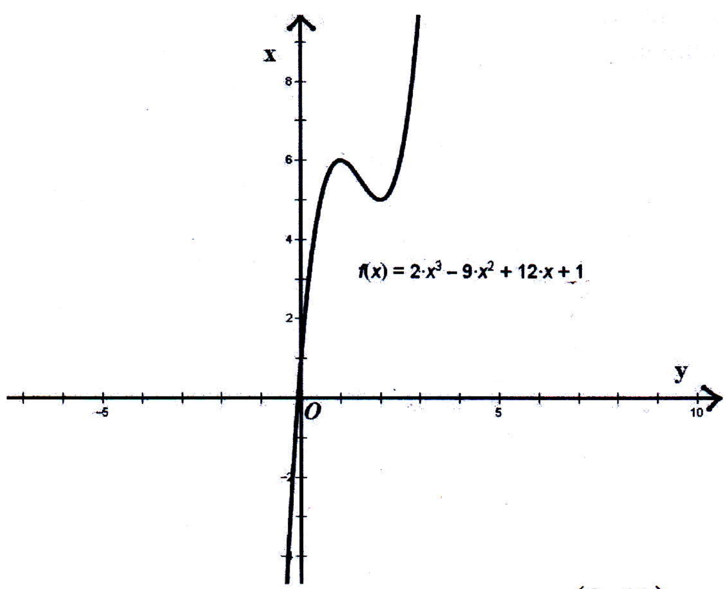
Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 1)$ và $(2; +\infty)$

Hàm số nghịch biến trên $(1; 2)$

Hàm số đạt cực đại tại $x = 1 \to y_{CD} = 6$

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2 \to y_{CT} = 5$

* Đồ thị



.

Nhận xét: Đồ thị hàm số là một đường cong liên tục, nhận $I\left(\frac{3}{2}; \frac{11}{2}\right)$ làm tâm đối xứng.

OK

2)
Ta có:
$y' = 6x^2 - 6(2m+1)x + 6m(m+1)$
$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - (2m+1)x + m(m+1) = 0$
$\Delta = (2m+1)^2 - 4m(m+1) = 1 > 0 \forall m$
$\Rightarrow y' = 0$ luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi giá trị m. Như vậy hàm số đã cho luôn có cực đại, cực tiểu. ok
Ta có:
$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = m \\ x = m+1 \end{array}\right.$
Mặt khác: $y''(m) < 0 \Rightarrow x_{CD} = m$
$\Rightarrow y_{CD} = f(m) = 2m^3 + 3m^2 + 1$ ok
Theo bài:
$y_{CD} > 1 \Leftrightarrow 2m^3 + 3m^2 + 1 > 1 \Leftrightarrow 2m^3 + 3m^2 > 0 \Leftrightarrow m \in \left(\frac{-3}{2}; 0\right) \cup (0; +\infty)$
$\Leftrightarrow m^2(2m+3) > 0$
Vậy $m \in \left(\frac{-3}{2}; 0\right) \cup (0; +\infty)$ là những giá trị cần tìm. OK

Câu II 1/2
1)
$2\cos\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos x + 2\sin x$
$\Leftrightarrow 2\left(\frac{\cos 3x}{2} + \frac{\sqrt{3}\sin 3x}{2}\right) = \cos x + 2\sin x$:($\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$
$\Leftrightarrow \cos 3x + \sqrt{3}\sin 3x = \cos x + 2\sin x$
$\Leftrightarrow (4\cos^3 x - 3\cos x) + \sqrt{3}(3\sin x - 4\sin^3 x) = \cos x + 2\sin x$
$\Leftrightarrow 4\cos^3 x + 4\sqrt{3}\sin^3 x - 4\cos x - (3\sqrt{3}+2)\sin x = 0$ → trên sai nhưng dưới lại đúng :-?
$\Leftrightarrow 4\cos^3 x + 4\sqrt{3}\sin^3 x - 4\cos x(\sin^2 x + \cos^2 x) - (3\sqrt{3}+2)\sin x(\sin^2 x + \cos^2 x) = 0$
$\Leftrightarrow (\sqrt{3}-2)\sin^3 x - 4\sin^2 x\cos x - (3\sqrt{3}+2)\sin x\cos^2 x = 0$
Dễ thấy $\cos x = 0$ không là nghiệm.
Chia cả hai vế phương trình cho $\cos^3 x$.
Đặt $\tan x = t$ ta có:

$$\begin{aligned} &(\sqrt{3}-2)t^3 - 4t^2 - (3\sqrt{3}+2)t = 0 \\ \Leftrightarrow &\left[\begin{array}{l} t = 0 \\ (\sqrt{3}-2)t^2 - 4t - (3\sqrt{3}+2) = 0 \end{array}\right. \end{aligned}$$

*) Với $t = 0$
$\Rightarrow x = k\pi \quad (k \in Z)$
*) Với $(\sqrt{3}-2)t^2 - 4t - (3\sqrt{3}+2)t = 0$
$\Rightarrow t_{1,2} = \dfrac{2 \pm \sqrt{9 - 4\sqrt{3}}}{\sqrt{3}-2}$
$\Rightarrow \tan x = \dfrac{2 \pm \sqrt{9 - 4\sqrt{3}}}{\sqrt{3}-2} \Leftrightarrow x = \arctan\left(\dfrac{2 \pm \sqrt{9 - 4\sqrt{3}}}{\sqrt{3}-2}\right) + k\pi \quad (k \in Z)$
Thử lại thấy đúng.

Vậy phương trình đã cho có 3 họ nghiệm :
$x = k\pi; x = \arctan\left(\dfrac{2+\sqrt{9-4\sqrt{3}}}{\sqrt{3}-2}\right); x = \arctan\left(\dfrac{2-\sqrt{9-4\sqrt{3}}}{\sqrt{3}-2}\right) \quad (k \in Z)$

2)
$x^3 - 1 = \sqrt{x}\left(-3x^2+5x-3\right)$
ĐK: $x \geq 0$
Đặt: $\sqrt{x} = t \geq 0$
Ta có:

$$t^6 - 1 = t\left(-3t^4+5t^2-3\right)$$
$$\Leftrightarrow t^6 + 3t^5 - 5t^3 + 3t - 1 = 0$$
$$\Leftrightarrow t^6 + 3t^4(t-1) + 3t^4 - 6t^3 + 3t^2 + t^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0$$
$$\Leftrightarrow t^6 + 3t^4(t-1) + 3t^2(t-1)^2 + (t-1)^3 = 0$$
$$\Leftrightarrow \left(t^2+t-1\right)^3 = 0$$
$$\Leftrightarrow t^2 + t - 1 = 0$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = \dfrac{-1+\sqrt{5}}{2} \ (thoa\, man) \\ t = \dfrac{-1-\sqrt{5}}{2} < 0 \ (loai) \end{array}\right.$$

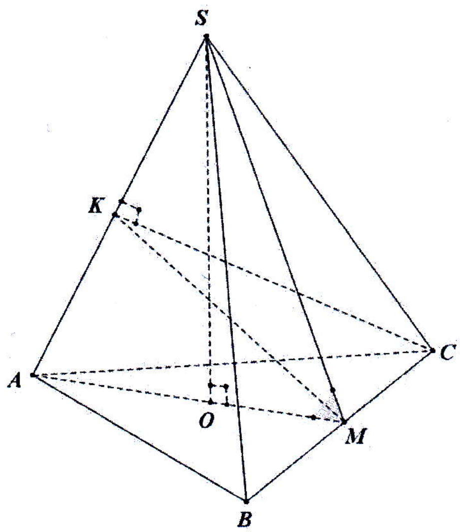
Với $t = \dfrac{-1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow x = t^2 = \dfrac{3-\sqrt{5}}{2} \quad (thoa\, man)$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm: $x = \dfrac{3-\sqrt{5}}{2}$ OK

Câu III: 1/1

$$I = \int_0^{\ln 9} \sqrt{\frac{e^x}{\sqrt{e^x}+1}}dx = \int_0^{\ln 9} \frac{e^x dx}{\sqrt{e^x}\sqrt{\sqrt{e^x}+1}}$$
$$= \int_0^{\ln 9} \frac{d\left(e^x\right)}{\sqrt{e^x}\sqrt{\sqrt{e^x}+1}} = 2.\int_0^{\ln 9} \frac{d\left(\sqrt{e^x}\right)}{\sqrt{\sqrt{e^x}+1}}$$
$$= 2.\int_0^{\ln 9} \frac{d\left(\sqrt{e^x}+1\right)}{\sqrt{\sqrt{e^x}+1}}$$
$$= 4\sqrt{\sqrt{e^x}+1}\Big|_0^{\ln 9}$$
$$= 8 - 4\sqrt{2}$$ OK

Câu IV: 0.75/1



Gọi M là trung điểm BC.

Ta có: $(SBC) \cap (ABC) = BC$ $\Delta SBC, \Delta ABC$ đều $\Delta SBC, \Delta ABC \Rightarrow \begin{cases} SM \perp BC \\ AB \perp BC \end{cases}$

AM

Từ đó suy ra: $\widehat{SMA} = 60^0$

$\Delta SBC, \Delta ABC$ đều $\Rightarrow SM = SA = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác đều ΔABC.

Xét: ΔSOM có $\widehat{SMO} = 60^0$

$\Rightarrow SO = SM.\sin 60^0 = \dfrac{3}{4}a$

Ta lại có: $dt\Delta ABC = \dfrac{1}{2}AM.BC = \dfrac{1}{2}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.a = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$

Suy ra: $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}SO.dt\Delta ABC = \dfrac{1}{3}.\dfrac{3}{4}a.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{16}$

→ Δ cân chứ không có khái niệm diện tích Δ cân :))

Ta thấy : $dt\Delta SAM$ cân tại M, có $\widehat{SMA} = 60^0$ suy ra ΔSAM đều $\Rightarrow SA = AM = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

Gọi K là trung điểm SA

Ta thấy : ΔSAC cân tại C suy ra $CK \perp SA$

$\Rightarrow CK = \sqrt{SC^2 + SK^2} = \sqrt{SC^2 + \left(\dfrac{SA}{2}\right)^2} = \dfrac{\sqrt{13}}{4}a$

Suy ra: $dt\Delta SAC = \dfrac{1}{2}.CK.SA = \dfrac{1}{2}.\dfrac{\sqrt{13}a}{4}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a^2\sqrt{39}}{16}$

Ta có:

$V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}.dt\Delta SAC.d\left(B;(SAC)\right)$

$\Rightarrow d\left(B;(SAC)\right) = \dfrac{3V_{S.ABC}}{dt\Delta SAC} = \dfrac{3.\frac{a^3\sqrt{3}}{16}}{\frac{a^2\sqrt{39}}{16}} = \dfrac{3\sqrt{13}.a}{13}$ OK

<u>Câu V:</u>

Bài toán phụ 1: 0.25/1

Cho $a, b > 0; ab \geq 1$. Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{1+a^2}+\frac{1}{1+b^2}\geq\frac{2}{1+ab}(1)$$

Chứng minh
Giả sử BĐT (1) đúng. Ta có:

$$\frac{1}{1+a^2}+\frac{1}{1+b^2}\geq\frac{2}{1+ab}$$
$$\Leftrightarrow\frac{1}{1+a^2}-\frac{1}{1+ab}+\frac{1}{1+b^2}-\frac{1}{1+ab}\geq 0$$
$$\Leftrightarrow\frac{(ab-a^2)(1+b^2)+(ab-b^2)(1+a^2)}{(1+a^2)(1+b^2)(1+ab)}\geq 0$$
$$\Leftrightarrow\frac{(a-b)^2(ab-1)}{(1+a^2)(1+b^2)(1+ab)}\geq 0\ (du'ng)$$ OK

Suy ra giả sử đúng.
Áp dụng BĐT (1) ta có :

$$\frac{1}{1+a^3}+\frac{1}{1+b^3}\geq\frac{2}{1+\sqrt{a^3b^3}}$$
$$\frac{1}{1+c^3}+\frac{1}{1+abc}\geq\frac{2}{1+\sqrt{abc^4}}$$
$$\Rightarrow\frac{1}{1+a^3}+\frac{1}{1+b^3}+\frac{1}{1+c^3}+\frac{1}{1+abc}\geq\frac{2}{1+\sqrt{a^3b^3}}+\frac{2}{1+\sqrt{abc^4}}\geq\frac{4}{1+abc}$$
$$\Leftrightarrow\frac{1}{1+a^3}+\frac{1}{1+b^3}+\frac{1}{1+c^3}\geq\frac{3}{1+abc}\ (2)$$

c là gì? Khi có biến mới em phải chỉ ra cho người đọc biết chứ :)

Bài toán phụ 2:
Cho $a,b,c>0$. Chứng minh rằng:

$$\left(a^3+b^3+c^3\right)\geq\frac{(a+b+c)^3}{9}(3)$$

Chứng minh:
Áp dụng BĐT $AM-GM$ ta có:

$$\frac{a^3}{a^3+b^3+c^3}+1+1\geq 3\sqrt[3]{\frac{a^3}{a^3+b^3+c^3}}=\frac{3a}{\sqrt[3]{a^3+b^3+c^3}}$$

Tương tự ta cũng có:

$$\frac{b^3}{a^3+b^3+c^3}+1+1\geq\frac{3b}{\sqrt[3]{a^3+b^3+c^3}};\ \frac{c^3}{a^3+b^3+c^3}+1+1\geq\frac{3c}{\sqrt[3]{a^3+b^3+c^3}}$$

Cộng 3 BĐT cùng chiều ta được: $\frac{a^3+b^3+c^3}{a^3+b^3+c^3}+6=7\geq\frac{3(a+b+c)}{\sqrt[3]{a^3+b^3+c^3}}$

? $$9\geq\frac{3(a+b+c)}{\sqrt[3]{a^3+b^3+c^3}}\Leftrightarrow\left(a^3+b^3+c^3\right)\geq\frac{(a+b+c)^3}{9}$$

Bất đẳng thức được chứng minh.
**Áp dụng vào bài ta có: → BĐT đúng nhưng em c/m sai :(

Theo BĐT (2); (3):

$$\frac{1}{(1+x)^3}+\frac{1}{(1+y)^3}+\frac{1}{(1+z)^3} \geq \frac{1}{9}.\left(\frac{1}{1+x}+\frac{1}{1+y}+\frac{1}{1+z}\right)^3 \geq \frac{1}{9}.\left(\frac{3}{1+\sqrt[3]{xyz}}\right)^3 = \frac{1}{9}.\left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{3}{8}$$

BĐT được chứng minh.
Dấu bằng xảy ra khi $x = y = z = 1$.
Câu VIa. 1.75/2
1. 0.75/1
Ta có:
Tọa độ giao điểm 2 đường tròn là nghiệm của hệ:
$\begin{cases} x^2+y^2-10x=0 \\ x^2+y^2+4x-2y=20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 14x-2y=20 \\ x^2+y^2-10x=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x-10=y \\ x^2+y^2-10x=0 \end{cases}$
$\Rightarrow x^2+(7x-10)^2-10x=0$
$\Leftrightarrow 50x^2-150x+100=0$
$\Leftrightarrow x^2-3x+2=0$
$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \to y=4 \\ x=2 \Rightarrow y=-3 \end{array} \right.$ OK
$A(1;4)$; $B(2;-3)$
Thử lại thấy đúng.
Vậy giao điểm của 2 đường tròn đã cho là $A(2;4)$; $B(1;-3)$
Gọi M là trung điểm $AB \Rightarrow M\left(\frac{3}{2};\frac{1}{2}\right)$
Gọi I là tâm đường tròn cần tìm.
Suy ra I thuộc trung trực AB.
Gọi d là trung trực AB.
d qua $M\left(\frac{3}{2};\frac{1}{2}\right)$ và nhận $\overrightarrow{BA}(1;7)$ làm vecto pháp tuyến.
$\Rightarrow (d):\left(x-\frac{3}{2}\right)+7\left(y-\frac{1}{2}\right)=0$
$\Leftrightarrow (d): x+7y-5=0$
Mặt khác $I \in \Delta : x+6y-6=0$
Suy ra: $I(12;-1)$ OK
Ta có: $R = IA = \sqrt{AM^2+IM^2} = \sqrt{\frac{25}{2}+\frac{225}{2}} = 5\sqrt{5}$
Vậy phương trình đường tròn cần tìm là: $(C):(x-12)^2+(y+1)^2=125$ OK
2. 1/1
Gọi (Q) là mặt phẳng qua $A;B$ và tạo với (P) góc 45^0.
Vecto pháp tuyến của (Q) là $\overrightarrow{n_Q}(A;B;C)$
Ta có: $\overrightarrow{AB}(4;4;-4)$; $\overrightarrow{n_P}(1;-2;2)$ ($\overrightarrow{n_P}$ là vecto pháp tuyến của (P))
Theo bài:
$A;B \in (Q) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{n_Q} \Rightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{n_Q}=0 \Leftrightarrow 4A+4B-4C=0$
$\Leftrightarrow A+B=C$ OK
Mặt khác: góc $((P);(Q))=45^0$ suy ra: góc $(\overrightarrow{n_Q};\overrightarrow{n_P})=45^0$
$\Rightarrow \frac{|A-2B+2C|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}.3}=\cos 45^0$
$\Leftrightarrow |A-2B+2(A+B)| = \frac{3\sqrt{2}}{2}.\sqrt{A^2+B^2+(A+B)^2}$

$\Leftrightarrow |3A| = \dfrac{3\sqrt{2}}{2}\sqrt{2A^2 + 2B^2 + 2AB}$
$\Leftrightarrow 2A^2 = 2A^2 + 2B^2 + 2AB$
$\Leftrightarrow B^2 + AB = 0$
$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} B = 0 \\ B = -A \end{array}\right.$ ok
*) Với $B = 0$
Suy ra $A = C$.
Chọn $A = C = 1 \Rightarrow n_Q(1;0;1)$
$\Rightarrow n_Q(1;0;1)$
$\Rightarrow (Q) : (x+1) + (z-2) = 0$
$\Leftrightarrow (Q) : x + z - 1 = 0$ ok
*) Với $B = -A$
Suy ra $C = 0$.
Chon $A = 1; B = -1 \Rightarrow n_Q(1;-1;0)$
$\Rightarrow (Q) : (x+1) - (y-1) = 0$
$\Leftrightarrow (Q) : x - y + 2 = 0$ ok
Vậy $(Q) : x - y + 2 = 0$ và $(Q) : x + z - 1 = 0$ là 2 mặt phẳng cần tìm ok
Câu VIIa: 0.5/1
$\left\{\begin{array}{ll} x_1 + x_2 = 3 & (1) \\ y_1 + y_2 = -1 & (2) \\ x_1x_2 - y_1y_2 = 4 & (3) \\ x_1y_2 + x_2y_1 = -3 & (4) \end{array}\right.$
Từ (1); (2) ta có:
$\left\{\begin{array}{l} (x_1 - 1) + (x_2 - 1) = 1 \\ (y_1 - 1) + (y_2 - 1) = -3 \end{array}\right. (I)$
Xét (3):
$x_1x_2 - y_1y_2 = 4$
$\Leftrightarrow x_1x_2 - 3 + 1 - y_1y_2 - 1 - 1 = 0$
$\Leftrightarrow x_1x_2 - x_1 - x_2 + 1 - y_1y_2 + y_1 + y_2 - 1 = 0$
$\Leftrightarrow (x_1 - 1)(x_2 - 1) - (y_1 - 1)(y_2 - 1) = 0 \ (II)$ ok
Xét (4):
$x_1y_2 + x_2y_1 = -3$
$\Leftrightarrow x_1y_2 + x_2y_1 + 3 = 0$
$\Leftrightarrow x_1y_2 + x_2y_1 - (x_1 + x_2)(y_1 + y_2) = 0$
$\Leftrightarrow x_1y_1 + x_2y_2 = 0$
$\Leftrightarrow x_1y_1 - x_1 - y_1 + 1 + x_2y_2 - x_2 - y_2 + 1 = 0$
$\Leftrightarrow (x_1 - 1)(y_1 - 1) + (x_2 - 1)(y_2 - 1) = 0 \ (III)$ ok
Đặt: $\left\{\begin{array}{l} x_1 - 1 = a; x_2 - 1 = b \\ y_1 - 1 = c; y_2 - 1 = d \end{array}\right.$
Từ $(I)(II)(III)$ ta có hệ:
$\left\{\begin{array}{c} a + b = 1 \\ c + d = -3 \\ ab = dc \\ ac = -bd \end{array}\right. (*)$
TH1: $abcd \neq 0$

Ta có: $\begin{cases} ab = dc \\ ac = -bd \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ab = dc \\ \dfrac{b}{c} = \dfrac{-c}{b} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ab = dc \\ b^2 = -c^2 \end{cases} \Leftrightarrow b = c = 0\,(loai)$ ok

TH2: $abcd = 0$

Dễ thấy a và b ; c và d không thể cùng đồng thời bằng 0

*Nếu: $a = 0$

$\Rightarrow cd = ab = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c = 0 \Rightarrow bd = -ac = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b = 0\,(loai) \\ d = 0\,(loai) \end{array} \right. \\ d = 0 \Rightarrow b = 1; c = -3 \end{array} \right.$ b=1 là do a=0 không phải do d=0

Suy ra $(0; 1; -3; 0)$ là 1 nghiệm của hệ $(*)$

*Nếu $b = 0$ ⇒

$\Rightarrow cd = ab = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c = 0 \Rightarrow a = 1; d = -3 \\ d = 0 \Rightarrow ac = -bd = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 0 \\ c = 0 \end{array} \right. (loai) \end{array} \right.$

Suy ra $(1; 0; 0; -3)$ là 1 nghiệm của hệ $(*)$

*Nếu $c = 0$ ⇒

$ab = cd = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 0 \Rightarrow bd = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b = 0 \\ d = 0 \end{array} \right. (loai) \\ b = 0 \Rightarrow a = 1; d = -3 \end{array} \right.$

Suy ra $(1; 0; 0; -3)$ là 1 nghiệm của hệ $(*)$

*Nếu $d = 0$ ⇒

$ab = cd = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 0 \Rightarrow b = 1; c = -3 \\ b = 0 \Rightarrow ac = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} a = 0 \\ c = 0 \end{array} \right. (loai) \end{array} \right.$

Suy ra $(0; 1; -3; 0)$ là 1 nghiệm của hệ $(*)$

Từ đó suy ra hệ $(*)$ có nghiệm $(a; b; c; d)$ là : $(0; 1; -3; 0)$ và $(1; 0; 0; -3)$.

Suy ra hệ ban đầu có nghiệm : $(x_1; x_2; y_1; y_2)$ là $(1; 2; -2; 1)$ và $(2; 1; 1; -2)$

Thử lại thấy đúng.

Vậy hệ đã cho có nghiệm : $(x_1; x_2; y_1; y_2)$ là $(1; 2; -2; 1)$ và $(2; 1; 1; -2)$ OK

Kết quả đúng nhưng làm dài dòng và trình bày không được tốt.

HẾT

Tổng kết:

Câu 1: 2/2

Câu 2: 1/2

Câu 3: 1/1

Câu 4: 0,75/1

Câu 5: 0,25/1

Câu 6a: 1,75/2

Câu 7a: 0,5/1

7,25/10

- Có nhiều lỗi sai hơi đáng tiếc :(
- Bài HPT 7a cần trình bày lại cho tốt hơn. Với một cách làm dài như vậy, em nên trình bày cho gọn và dễ đọc, nếu không trong thời tiết nóng lực của kì TSĐH, rất dễ bị mất điểm oan
- Bài BĐT làm chưa tốt, em cần làm chặt chẽ hơn. Ví dụ khi xuất hiện biến c phải nói rõ c là gì? ($c>0$, $c<0$, ...???)

Người chấm: T*genie*

C. N. R. S.
LABORATOIRE DES SIGNAUX ET SYSTEMES
ECOLE SUPERIEURE D'ELECTRICITE
Plateau de Moulon - 91192 GIF SUR YVETTE
Tél. : 01 69 85 17 12 - Fax : 01 69 85 17 69

15.03.2012