## CHƯƠNG I: MỘT SỐ DẠNG TOÁN THI HỌC SINH GIỎI "GIẢI TOÁN TRÊN MÁY TÍNH ĐIỆN TỬ CASIO"

**Bắt đầu từ năm 2001, Bộ Giáo dục và Đào tạo đã tổ chức các cuộc thi cấp khu vực "Giải toán trên máy tính điện tử Casio". Đội tuyển Phổ thông Trung học Cơ sở mỗi tỉnh gồm 5 thí sinh. Những thí sinh đạt giải được cộng điểm trong kỳ thi tốt nghiệp và được bảo lưu kết quả trong suốt cấp học. Đề thi gồm 10 bài (mỗi bài 5 điểm, tổng số điểm là 50 điểm) làm trong 150 phút.**

**Quy định: Thí sinh tham dự chỉ được dùng một trong bốn loại máy tính (đã được Bộ Giáo dục và Đào tạo cho phép sử dụng trong trường phổ thông) là Casio fx-220, Casio fx-500A, Casio fx-500 MS, Casio fx-570 MS.**

**✍ Yêu cầu các em trong đội tuyển của trường THCS Đồng Nai – Cát Tiên chỉ sử dụng máy Casio fx-500 MS, Casio fx-570 MS.**

**✍ Nếu không qui định gì thêm thì các kết quả trong các ví dụ và bài tập của tài liệu phải viết đủ 10 chữ số hiện trên màn hình máy tính.**

**✍ Các dạng toán sau đây có sử dụng tài liệu của TS.Tạ Duy Phượng – Viện toán học và một số bài tập được trích từ các đề thi (đề thi khu vực, đề thi các tỉnh, các huyện trong tỉnh Lâm Đồng) từ năm 1986 đến nay, từ tạp chí Toán học & tuổi trẻ, Toán học tuổi thơ 2.**

### A. SỐ HỌC - ĐẠI SỐ - GIẢI TÍCH

### I. Dạng 1: KIỂM TRA KỸ NĂNG TÍNH TOÁN THỰC HÀNH

**Yêu cầu: Học sinh phải nắm kỹ các thao tác về các phép tính cộng, trừ, nhân, chia, lũy thừa, căn thức, các phép toán về lượng giác, thời gian. Có kỹ năng vận dụng hợp lý, chính xác các biến nhớ của máy tính, hạn chế đến mức tối thiểu sai số khi sử dụng biến nhớ.**

**Bài 1: (Thi khu vực, 2001) Tính:**

**a.** $A=\left(649^2+13.180^2\right)^2-13.\left(2.649.180\right)^2$

**b.** $B=\dfrac{\left(1986^2-1992\right)\left(1986^2+3972-3\right)1987}{1983.1985.1988.1989}$

**c.** $C=\dfrac{\left[\left(7-6,35\right):6,5+9,8999...\right]\dfrac{1}{12,8}}{\left(1,2:36+1\dfrac{1}{5}:0,25-1,8333...\right)1\dfrac{1}{4}}:0,125$

**d.** $D=26:\left[\dfrac{3:\left(0,2-0,1\right)}{2,5.\left(0,8+1,2\right)}+\dfrac{\left(34,06-33,81\right).4}{6,84:\left(28,57-25,15\right)}\right]+\dfrac{2}{3}:\dfrac{4}{21}$

**e.Tìm x biết:** $\left[\dfrac{\left(x-4\dfrac{1}{4}\right):0,003}{\left(3\dfrac{1}{20}-2,65\right)4:\dfrac{1}{5}}-\dfrac{\left(0,3-\dfrac{3}{20}\right)1\dfrac{1}{2}}{\left(1,88+2\dfrac{3}{25}\right)\dfrac{1}{8}}\right]:62\dfrac{1}{20}+17,81:0,0137=1301$

**f. Tìm y biết:** $\dfrac{15,2.0,25-48,51:14,7}{y}=\dfrac{\left(\dfrac{13}{44}-\dfrac{2}{11}-\dfrac{5}{66}:2\dfrac{1}{2}\right)1\dfrac{1}{5}}{3,2+0,8\left(5\dfrac{1}{2}-3,25\right)}$

**Bài 2: (Thi khu vực, 2002) Tính giá trị của x từ các phương trình sau:**

**a.** $$\frac{\left[\left(0,5-1\frac{3}{4}.\frac{4}{5}\right).x-1,25.1,8\right]:\left(\frac{4}{7}+3\frac{1}{2}\right)}{15,2.3,15-\frac{3}{4}:\left(2\frac{1}{2}.4\frac{3}{4}+1,5.0,8\right)}=5,2:\left(2,5-\frac{3}{4}\right)$$

**b.** $$\frac{\left[\left(0,15^2+0,35^2\right):(3x+4,2)\right]\left(\frac{3}{4}+\frac{2}{3}.\frac{4}{5}\right)}{12,5-\frac{2}{7}.\frac{3}{5}:\left[(0,5-0,3.7,75):\frac{12}{17}\right]}=3\frac{1}{2}:(1,2+3,15)$$

**Bài 3: (Thi khu vực, 2001, đề dự bị)**

**a. Tìm 12% của** $\frac{3}{4}a+\frac{b}{3}$ **biết:**

$$a=\frac{3:\frac{2}{5}-0,09:\left(0,15:2\frac{1}{2}\right)}{0,32.6+0,03-(5,3-3,88)+0,67}$$

$$b=\frac{(2,1-1,965):(1,2.0,045)}{0,00325:0,013}-\frac{1:0,25}{1,6.0,625}$$

**b. Tính 2,5% của** $\frac{\left(85\frac{7}{30}-83\frac{5}{18}\right):2\frac{2}{3}}{0,004}$

**c. Tính 7,5% của** $\frac{\left(8\frac{7}{55}-6\frac{17}{110}\right).1\frac{3}{217}}{\left(\frac{2}{5}-\frac{3}{20}\right):1\frac{7}{8}}$

**d. Tìm x, nếu:** $$5\frac{4}{7}:\left\{x:1,3+8,4.\frac{6}{7}\left[6-\frac{(2,3+5:6,25).7}{8.0,0125+6,9}\right]\right\}=1\frac{1}{14}$$

**Thực hiện các phép tính:**

**e.** $$A=\left(1\frac{1}{3}+2\frac{2}{5}\right):\left(1\frac{3}{4}-\frac{6}{4}\right):\left(1,5+2\frac{2}{5}+3,7\right)$$

**f.** $$B=12:1\frac{5}{7}.\left(1\frac{3}{4}+3\frac{2}{11}:2\frac{3}{121}\right)$$

**g.** $$C=\frac{10\frac{1}{3}\left(24\frac{1}{7}-15\frac{6}{7}\right)-\frac{12}{11}\left(\frac{10}{3}-1,75\right)}{\left(\frac{5}{9}-0,25\right)\frac{60}{11}+194\frac{8}{99}}$$

**h.** $$D=6:\frac{1}{3}-0,8:\frac{1,5}{\frac{3}{2}.0,4.\frac{50}{1:\frac{1}{2}}}+\frac{1}{4}+\frac{1+\frac{1}{2}.\frac{1}{0,25}}{6-\frac{46}{1+2,2.10}}$$

i. $E=\dfrac{0,8:\left(\dfrac{4}{5}.1.25\right)}{0,64-\dfrac{1}{25}}+\dfrac{\left(1,08-\dfrac{2}{25}\right):\dfrac{4}{7}}{\left(6\dfrac{5}{9}-3\dfrac{1}{4}\right).2\dfrac{2}{17}}+(1,2.0,5):\dfrac{4}{5}$

k. $F=0,3(4)+1,(62):14\dfrac{7}{11}-\dfrac{\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}}{0,8(5)}:\dfrac{90}{11}$

**Bài 4: (Thi khu vực 2003, đề dự bị) Tính:**

**a.** $A=3\sqrt{\sqrt[3]{5}-\sqrt[3]{4}}-\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{20}+\sqrt[3]{25}$

**b.** $B=\sqrt[3]{200+126\sqrt[3]{2}+\dfrac{54}{1+\sqrt[3]{2}}}+\sqrt[3]{\dfrac{18}{1+\sqrt[3]{2}}-6\sqrt[3]{2}}$

**Bài 5: (Thi khu vực 2001)**

**a. Hãy sắp xếp các số sau đây theo thứ tự tăng dần:** $a=\sqrt[5]{\dfrac{3}{5}},b=\sqrt[16]{\dfrac{26}{125}},c=\sqrt[10]{\left(\dfrac{245}{247}\right)^{17}},d=\dfrac{45}{46}$

**b. Tính giá trị của biểu thức sau:** $\left[0,(5).0,(2)\right]:\left(3\dfrac{1}{3}:\dfrac{33}{25}\right)-\left(\dfrac{2}{5}.1\dfrac{1}{3}\right):\dfrac{4}{3}$

**c. Tính giá trị của biểu thức sau:** $\sqrt{2+\sqrt[3]{3+\sqrt[4]{4+...+\sqrt[8]{8+\sqrt[9]{9}}}}}$

**Nhận xét:** ✍ **Dạng bài kiểm tra kỹ năng tính toán thực hành là dạng toán cơ bản nhất, khi tham gia vào đội tuyển bắt buộc các thí sinh phải tự trang bị cho mình khả năng giải dạng toán này. Trong các kỳ thi đa số là thí sinh làm tốt dạng bài này, tuy nhiên nên lưu ý vấn đề thiếu sót sau: Viết đáp số gần đúng một cách tùy tiện. Để tránh vấn đề này yêu cầu trước khi dùng máy tính để tính cần xem kỹ có thể biến đổi được không, khi sử dụng biến nhớ cần chia các cụm phép tính phù hợp để hạn chế số lần nhớ.**

**Ví dụ: Tính T =** $\sqrt{1^6+999999999^6+0,999999999^6}$

- **Dùng máy tính trực tiếp cho kết quả là: 9,999999971 x 1026**
- **Biến đổi: T=** $\sqrt{\left(\sqrt[6]{1^6+999999999^6+0,999999999^6}\right)^6}$,

**Dùng máy tính tính** $\sqrt[6]{1^6+999999999^6+0,999999999^6}$ **=999 999 999**

**Vậy** $T=\sqrt{999999999^6}=999999999^3$

**Như vậy thay vì kết qủa nhận được là một số nguyên thì thế trực tiếp vào máy tính ta nhận được kết quả là số dạng a.10n (sai số sau 10 chữ số của a).**

✍ **Trong các kỳ thi cấp tỉnh dạng bài này thường chiếm 40% - 60% số điểm, trong các kỳ thi cấp khu vực dạng này chiếm khoảng 20% - 40%.**

✍ **Trong dạng bài này thí sinh cần lưu ý: số thập phân vô hạn tuần hoàn (ví dụ: 0,(4); 0,1(24); 9,895862 ; thí sinh cần biết cách biến đổi các số này sang số thập phân đúng và làm việc với các số đúng đó.**

**II. Dạng 2: ĐA THỨC**

**Dạng 2.1. Tính giá trị của đa thức**

**Bài toán: Tính giá trị của đa thức P(x,y, ) khi x = x0, y = y0;**

**Phương pháp 1: (Tính trực tiếp) Thế trực tiếp các giá trị của x, y vào đa thức để tính.**

**Phương pháp 2: (Sơ đồ Horner, đối với đa thức một biến)**

**Viết** $P(x)=a_0x^n+a_1x^{n-1}+...+a_n$ **dưới dạng** $P(x)=(...(a_0x+a_1)x+a_2)x+...)x+a_n$

**Vậy** $P(x_0)=(...(a_0x_0+a_1)x_0+a_2)x_0+...)x_0+a_n$**. Đặt b0 = a0; b1 = b0x0 + a1; b2 = b1x0 + a2; ; bn = bn-1x0 + an. Suy ra: P(x0) = bn.**

**Từ đây ta có công thức truy hồi: bk = bk-1x0 + ak với k $\geq$ 1.**

**Giải trên máy: - Gán giá x0 vào biến nhớm M.**

**- Thực hiện dãy lặp: bk-1** $\boxed{\text{ALPHA}}\boxed{\text{M}}$ **+ ak**

**Ví dụ 1: (Sở GD TP HCM, 1996) Tính** $A=\dfrac{3x^5-2x^4+3x^2-x}{4x^3-x^2+3x+5}$ **khi x = 1,8165**

**Cách 1: Tính nhờ vào biến nhớ** $\boxed{\text{Ans}}$

**Ấn phím: 1** $\boxed{.}$ **8165** $\boxed{=}$

$\boxed{(}3\boxed{\text{Ans}}\boxed{\wedge}5\boxed{-}2\boxed{\text{Ans}}\boxed{\wedge}4\boxed{+}3\boxed{\text{Ans}}\boxed{x^2}\boxed{-}\boxed{\text{Ans}}\boxed{+}1\boxed{)}\boxed{\div}\boxed{(}4\boxed{\text{Ans}}\boxed{\wedge}3\boxed{-}\boxed{\text{Ans}}\boxed{x^2}\boxed{+}3\boxed{\text{Ans}}\boxed{+}5\boxed{)}\boxed{=}$

**Kết quả: 1.498465582**

**Cách 2: Tính nhờ vào biến nhớ** $\boxed{\text{X}}$

**Ấn phím: 1** $\boxed{.}$ **8165** $\boxed{\text{SHIFT}}\boxed{\text{STO}}\boxed{\text{X}}$

$\boxed{(}3\boxed{\text{ALPHA}}\boxed{\text{X}}\boxed{\wedge}5\boxed{-}2\boxed{\text{ALPHA}}\boxed{\text{X}}\boxed{\wedge}4\boxed{+}3\boxed{\text{ALPHA}}\boxed{\text{X}}\boxed{x^2}\boxed{-}\boxed{\text{ALPHA}}\boxed{\text{X}}\boxed{+}1\boxed{)}\boxed{\div}\boxed{(}4\boxed{\text{ALPHA}}\boxed{\text{X}}\boxed{\wedge}3\boxed{-}\boxed{\text{ALP}}$

**Kết quả: 1.498465582**

**Nhận xét: ✍ Phương pháp dùng sơ đồ Horner chỉ áp dụng hiệu quả đối với máy fx-220 và fx-500A, còn đối với máy fx-500 MS và fx-570 MS chỉ nên dùng phương pháp tính trực tiếp có sử dụng biểu thức chứa biến nhớ, riêng fx-570 MS có thể thế các giá trị của biến x nhanh bằng cách bấm** $\boxed{\text{CALC}}$**, máy hỏi X? khi đó khai báo các giá trị của biến x ấn phím là** $\boxed{=}$ **xong. Để có thể kiểm tra lại kết quả sau khi tính nên gán giá trị x0 vào một biến nhớ nào đó khác biến Ans để tiện kiểm tra và đổi các giá trị.**

**Ví dụ: Tính** $A=\dfrac{3x^5-2x^4+3x^2-x}{4x^3-x^2+3x+5}$ **khi x = 1,8165; x = - 0,235678; x = 865,321**

**Khi đó ta chỉ cần gán giá trị x1 = - 0,235678 vào biến nhớ X:** $\boxed{(-)}\boxed{.}$ **235678** $\boxed{\text{SHIFT}}\boxed{\text{STO}}\boxed{\text{X}}$

**Dùng phím mũi tên lên một lần (màn hình hiện lại biểu thức cũ) rồi ấn phím** $\boxed{=}$ **là xong.**

**✍ Trong các kỳ thi dạng toán này luôn có, chiếm 1 đến 5 điểm trong bài thi. Khả năng tính toán dẫn đến sai số thường thì không nhiều nhưng nếu biểu thức quá phức tạp nên tìm cách chia nhỏ bài toán tránh vượt quá giới hạn bộ nhớ của máy tính sẽ dẫn đến sai kết quả (máy tính vẫn tính nhưng kết quả thu được là kết quả gần đúng, có trường hợp sai hẳn).**

**Bài tập**

**Bài 1: (Sở GD Hà Nội, 1996) Tính giá trị biểu thức:**

**a. Tính** $x^4+5x^3-3x^2+x-1$ **khi x = 1,35627**

**b. Tính** $P(x)=17x^5-5x^4+8x^3+13x^2-11x-357$ **khi x = 2,18567**

**Dạng 2.2. Tìm dư trong phép chia đa thức P(x) cho nhị thức ax + b**

**Khi chia đa thức P(x) cho nhị thức ax + b ta luôn được P(x)=Q(x)(ax+b) + r, trong đó r là một số (không chứa biến x). Thế** $x=-\frac{b}{a}$ **ta được P(**$-\frac{b}{a}$**) = r.**

**Như vậy để tìm số dư khi chia P(x) cho nhị thức ax+b ta chỉ cần đi tính r = P(**$-\frac{b}{a}$**), lúc này dạng toán 2.2 trở thành dạng toán 2.1.**

**Ví dụ: (Sở GD TPHCM, 1998) Tìm số dư trong phép chia:P=** $\frac{x^{14}-x^9-x^5+x^4+x^2+x-723}{x-1,624}$

**Số dư r = 1,62414 - 1,6249 - 1,6245 + 1,6244 + 1,6242 + 1,624 – 723**

**Qui trình ấn máy (fx-500MS và fx-570 MS)**

**Ấn các phím:** 1 [.] 624 [SHIFT] [STO] [X]

[ALPHA] [X] [^] 14 [−] [ALPHA] [X] [^] 9 [−] [ALPHA] [X] [^] 5 [+] [ALPHA] [X] [^] 4 [+] [ALPHA] [X] [^] 2 [+] [ALPHA] [X] [−]

**Kết quả: r = 85,92136979**

**Bài tập**

**Bài 1: (Sở GD Đồng Nai, 1998) Tìm số dư trong phép chia** $\frac{x^5-6,723x^3+1,857x^2-6,458x+4,319}{x+2,318}$

**Bài 2: (Sở GD Cần Thơ, 2003) Cho** $P_{(x)}=x^4+5x^4-4x^2+3x-50$**. Tìm phần dư r1, r2 khi chia P(x) cho x – 2 và x-3. Tìm BCNN(r1,r2)?**

**Dạng 2.3. Xác định tham số m để đa thức P(x) + m chia hết cho nhị thức ax + b**

**Khi chia đa thức P(x) + m cho nhị thức ax + b ta luôn được P(x)=Q(x)(ax+b) + m + r. Muốn P(x) chia hết cho x – a thì m + r = 0 hay m = -r = - P(**$-\frac{b}{a}$**). Như vậy bài toán trở về dạng toán 2.1.**

**Ví dụ: Xác định tham số**

**1.1. (Sở GD Hà Nội, 1996, Sở GD Thanh Hóa, 2000). Tìm a để** $x^4+7x^3+2x^2+13x+a$ **chia hết cho x+6.**

**- Giải -**

**Số dư** $a=-\left[(-6)^4+7(-6)^3+2(-6)^2+13(-6)\right]$

**Qui trình ấn máy (fx-500MS và fx-570 MS)**

**Ấn các phím:** [(−)] **6** [SHIFT] [STO] [X]

[(−)] [(] [ALPHA] [X] [^] **4** [+] **7** [ALPHA] [X] [$x^3$] [+] **2** [ALPHA] [X] [$x^2$] [+] **13** [ALPHA] [X] [)] [=]

**Kết quả: a = -222**

**1.2. (Sở GD Khánh Hòa, 2001) Cho P(x) = 3x3 + 17x – 625. Tính a để P(x) + a2 chia hết cho x + 3?**

**-- Giải –**

**Số dư a2 = -** $\left[3(-3)^3+17(-3)-625\right]$ **=> a =** $\pm\sqrt{-\left[3(-3)^3+17(-3)-625\right]}$

**Qui trình ấn máy (fx-500MS và fx-570 MS)**

[ √ ] [ (–) ] [ ( ] 3 [ ( ] [ (–) ] 3 [ ) ] [ $x^3$ ] [ + ] 17 [ ( ] [ (–) ] 3 [ ) ] [ – ] 625 [ ) ] [ = ]

**Kết quả: a =** $\pm$ **27,51363298**

**Chú ý: Để ý ta thấy rằng P(x) = 3x3 + 17x – 625 = (3x2 – 9x + 44)(x+3) – 757. Vậy để P(x) chia hết cho (x + 3) thì a2 = 757 => a = 27,51363298 và a = -27,51363298**

**Dạng 2.4. Tìm đa thức thương khi chia đa thức cho đơn thức**

**Bài toán mở đầu: Chia đa thức a0x3 + a1x2 + a2x + a3 cho x – c ta sẽ được thương là một đa thức bậc hai Q(x) = b0x2 + b1x + b2 và số dư r. Vậy a0x3 + a1x2 + a2x + a3 = (b0x2 + b1x + b2)(x-c) + r = b0x3 + (b1-b0c)x2 + (b2-b1c)x + (r + b2c). Ta lại có công thức truy hồi Horner: b0 = a0; b1= b0c + a1; b2= b1c + a2; r = b2c + a3.**

**Tương tự như cách suy luận trên, ta cũng có sơ đồ Horner để tìm thương và số dư khi chia đa thức P(x) (từ bậc 4 trở lên) cho (x-c) trong trường hợp tổng quát.**

**Ví dụ: Tìm thương và số dư trong phép chia x7 – 2x5 – 3x4 + x – 1 cho x – 5.**

**-- Giải --**

**Ta có: c = - 5; a0 = 1; a1 = 0; a2 = -2; a3 = -3; a4 = a5 = 0; a6 = 1; a7 = -1; b0 = a0 = 1.**

**Qui trình ấn máy (fx-500MS và fx-570 MS)**

[ (–) ] 5 [ SHIFT ] [ STO ] [ M ] 1 [ × ] [ ALPHA ] [ M ] [ + ] 0 [ = ] (-5) [ × ] [ ALPHA ] [ M ] [ – ] 2 [ = ] (23)

[ × ] [ ALPHA ] [ M ] [ + ] [ (–) ] 3 [ = ] (-118) [ × ] [ ALPHA ] [ M ] [ + ] 0 [ = ] (590) [ × ] [ ALPHA ] [ M ] [ + ] 0 [ = ] (-2950)

[ × ] [ ALPHA ] [ M ] [ + ] 1 [ = ] (14751) [ × ] [ ALPHA ] [ M ] [ + ] [ (–) ] 1 [ = ] (-73756)

**Vậy x7 – 2x5 – 3x4 + x – 1 = (x + 5)(x6 – 5x5 + 23x4 – 118x3 + 590x2 – 2590x + 14751) – 73756.**

**Dạng 2.5. Phân tích đa thức theo bậc của đơn thức**

**Áp dụng n-1 lần dạng toán 2.4 ta có thể phân tích đa thức P(x) bậc n theo x-c: P(x)=r0+r1(x-c)+r2(x-c)2+ +rn(x-c)n.**

**Ví dụ: Phân tích x4 – 3x3 + x – 2 theo bậc của x – 3.**

**-- Giải --**

**Trước tiên thực hiện phép chia P(x)=q1(x)(x-c)+r0 theo sơ đồ Horner để được q1(x) và r0. Sau đó lại tiếp tục tìm các qk(x) và rk-1 ta được bảng sau:**

| | 1 | -3 | 0 | 1 | -2 | x4-3x2+x-2 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | q1(x)=x3+1, r0 = 1 |
| 3 | 1 | 3 | 9 | 28 | | q2(x)=x3+3x+1, r1 = 28 |
| 3 | 1 | 6 | 27 | | | q3(x)=x+6, r0 = 27 |
| 3 | 1 | 9 | | | | q4(x)=1=a0, r0 = 9 |

**Vậy $x4 - 3x3 + x - 2 = 1 + 28(x-3) + 27(x-3)2 + 9(x-3)3 + (x-3)4$.**

**Dạng 2.6. Tìm cận trên khoảng chứa nghiệm dương của đa thức**

**Nếu trong phân tích $P(x) = r0 + r1(x-c)+r2(x-c)2+ +rn(x-c)n$ ta có $ri \geq 0$ với mọi i = 0, 1, , n thì mọi nghiệm thực của P(x) đều không lớn hơn c.**

**Ví dụ: Cận trên của các nghiệm dương của đa thức $x4 - 3x3 + x - 2$ là c = 3. (Đa thức có hai nghiệm thực gần đúng là 2,962980452 và -0,9061277259)**

**Nhận xét: ✍ Các dạng toán 2.4 đến 2.6 là dạng toán mới (chưa thấy xuất hiện trong các kỳ thi) nhưng dựa vào những dạng toán này có thể giải các dạng toán khác như phân tích đa thức ra thừa số, giải gần đúng phương trình đa thức, .**

**✍ Vận dụng linh hoạt các phương pháp giải kết hợp với máy tính có thể giải được rất nhiều dạng toán đa thức bậc cao mà khả năng nhẩm nghiệm không được hoặc sử dụng công thức Cardano quá phức tạp. Do đó yêu cầu phải nắm vững phương pháp và vận dụng một cách khéo léo hợp lí trong các bài làm.**

**Bài tập tổng hợp**

**Bài 1: (Thi khu vực 2001, lớp 8) Cho đa thức $P(x) = 6x3 - 7x2 - 16x + m$.**

**a. Tìm m để P(x) chia hết cho 2x + 3.**

**b. Với m vừa tìm được ở câu a hãy tìm số dư r khi cia P(x) cho 3x-2 và phân tích P(x) ra tích các thừa số bậc nhất.**

**c. Tìm m và n để $Q(x) = 2x3 - 5x2 - 13x + n$ và P(x) cùng chia hết cho x-2.**

**d. Với n vừa tìm được phân tích Q(x) ra tích các thừa số bậc nhất.**

**Bài 2: (Thi khu vực 2002, lớp 9)**

**a. Cho $P(x) = x5 + ax4 + bx3 + cx2 + dx + f$. Biết P(1) = 1; P(2) = 4; P(3) = 9; P(4) = 16; P(5) = 15. Tính P(6), P(7), P(8), P(9).**

**a. Cho $P(x) = x4 + mx3 + nx2 + px + q$. Biết Q(1) = 5; Q(2) = 7; Q(3) = 9; Q(4) = 11. Tính Q(10), Q(11), Q(12), Q(13).**

**Bài 3: (Thi khu vực 2002, lớp 9) Cho $P(x) = x4 + 5x3 - 4x2 + 3x + m$ và $Q(x) = x4 + 4x3 - 3x2 + 2x + n$.**

**a. Tìm giá trị của m, n để các đa thức P(x) và Q(x) chia hết cho x – 2.**

**b. Với giá trị m, n vừa tìm được chứng tỏ rằng đa thức R(x) = P(x) – Q(x) chỉ có một nghiệm duy nhất.**

**Bài 4: (Thi khu vực, 2003, lớp 9)**

**a. Cho $P(x) = x5 + 2x4 - 3x3 + 4x2 - 5x + m$.**

**1. Tìm số dư trong phép chia P(x) cho x – 2,5 khi m = 2003**

**2. Tìm giá trị m để P(x) chia hết cho x – 2,5**

**3. P(x) có nghiệm x = 2. Tìm m?**

**b. Cho $P(x) = x5 + ax4 +bx3 + cx2 + dx + e$. Biết P(1) = 3, P(2) = 9, P(3) = 19, P(4) = 33, P(5) = 51. Tính P(6), P(7), P(8), P(9), P(10), P(11).**

**Bài 5: (Sở SG Cần Thơ 2002) Cho $f(x)= x3 + ax2 + bx + c$. Biết** $f(\frac{1}{3}) = \frac{7}{108}; f(-\frac{1}{2}) = -\frac{3}{8}; f(\frac{1}{5}) = \frac{89}{500}$**. Tính giá trị đúng và gần đúng của** $f(\frac{2}{3})$**?**

**Bài 6: (Thi vào lớp 10 chuyên toán cấp III của Bộ GD, 1975)**

**1. Phân tích biểu thức sau ra ba thừa số: $a4 - 6a3 + 27a2 - 54a + 32$.**

**2. Từ kết quả câu trên suy ra rằng biểu thức $n4 - 6n3 + 272 - 54n + 32$ luôn là số chẵn với mọi số nguyên n.**

**Bài 7: (Thi học sinh giỏi toán bang New York, Mỹ, 1984)**

**Có chính xác đúng 4 số nguyên dương n để** $\frac{(n+1)^2}{n+23}$ **là một số nguyên. Hãy tính số lớn nhất.**

**Bài 8: (Thi học sinh giỏi toán bang New York, Mỹ, 1988)**

**Chia P(x) = x81 + ax57 + bx41 + cx19 + 2x + 1 cho x – 1 được số dư là 5. Chia P(x) cho x – 2 được số dư là -4. Hãy tìm cặp (M,N) biết rằng Q(x) = x81 + ax57 + bx41 + cx19 + Mx + N chia hết cho (x-1)(x-2)**

**Bài 9: (Thi khảo sát vòng tỉnh trường THCS Đồng Nai – Cát Tiên, 2004)**

**Cho đa thức P(x) = x10 + x8 – 7,589x4 + 3,58x3 + 65x + m.**

**a. Tìm điều kiện m để P(x) có nghiệm là 0,3648**

**b. Với m vừa tìm được, tìm số dư khi chia P(x) cho nhị thức (x -23,55)**

**c. Với m vừa tìm được hãy điền vào bảng sau (làm tròn đến chữ số hàng đơn vị).**

| x | -2,53 | 4,72149 | $5\frac{1}{34}$ | $\sqrt[3]{6,15}$ | $\sqrt[5]{6+\sqrt[7]{7}}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| P(x) | | | | | |

**Bài 10: (Phòng GD huyện Bảo Lâm - Lâm Đồng, 2004)**

**1.Tính** $E=7x^5-12x^4+3x^3-5x-7,17$ **với x= -7,1254**

**2.Cho x=2,1835 và y= -7,0216. Tính** $F=\frac{7x^5y-x^4y^3+3x^3y+10xy^4-9}{5x^3-8x^2y^2+y^3}$

**3.Tìm số dư r của phép chia :** $\frac{x^5-6,723x^4+1,658x^2-9,134}{x-3,281}$

**4.Cho** $P(x)=5x^7+2x^6-4x^5+9x^4-2x^3+x^2+10x-m$**. Tìm m để P(x) chia hết cho đa thức x+2**

**Bài 11: (Sở GD Lâm Đồng, 2005)**

**a. Tìm m để P(x) chia hết cho (x -13) biết P(x) = 4x5 + 12x4 + 3x3 + 2x2 – 5x – m + 7**

**b. Cho P(x) = ax5 + bx4 + cx3 + dx2 + ex + f biết P(1) = P(-1) = 11; P(2) = P(-2) = 47; P(3) = 107.**

**Tính P(12)?**

**Bài 12: (Sở GD Phú Thọ, 2004)**

**Cho P(x) là đa thức với hệ số nguyên có giá trị P(21) = 17; P(37) = 33. Biết P(N) = N + 51. Tính N?**

**Bài 13: (Thi khu vực 2004)**

**Cho đa thức P(x) = x3 + bx2 + cx + d. Biết P(1) = -15; P(2) = -15; P(3) = -9. Tính:**

**a. Các hệ số b, c, d của đa thức P(x).**

**b. Tìm số dư r1 khi chia P(x) cho x – 4.**

**c. Tìm số dư r2 khi chia P(x) cho 2x +3.**

**Bài 13: (Sở GD Hải Phòng, 2004)**

**Cho đa thức P(x) = x3 + ax2 + bx + c. Biết P(1) = -25; P(2) = -21; P(3) = -41. Tính:**

**a. Các hệ số a, b, c của đa thức P(x).**
**b. Tìm số dư r1 khi chia P(x) cho x + 4.**
**c. Tìm số dư r2 khi chia P(x) cho 5x +7.**
**d. Tìm số dư r3 khi chia P(x) cho (x+4)(5x +7).**
**Bài 15: (Sở GD Thái Nguyên, 2003)**
**a. Cho đa thức P(x) = x4+ax3 + bx2 + cx + d. Biết P(1) = 0; P(2) = 4; P(3) = 18; P(4) = 48. Tính P(2002)?**
**b. Khi chia đa thức 2x4 + 8x3 – 7x2 + 8x – 12 cho đa thức x – 2 ta được thương là đa thức Q(x) có bậc 3. Hãy tìm hệ số của x2 trong Q(x)?**
**III. Dạng 3: GIẢI PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ PHƯƠNG TRÌNH**
**Ghi nhớ: Trước khi thực hiện giải nên viết phương trình (hệ phương trình) dưới dạng chính tắc để khi đưa các hệ số vào máy không bị nhầm lẫn.**
**Ví dụ: Dạng chính tắc phương trình bậc 2 có dạng: ax2 + bx + c = 0**
**Dạng chính tắc phương trình bậc 3 có dạng: ax3 + bx2 + cx + d = 0**
**Dạng chính tắc hệ phương trình bậc 2 có dạng:** $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$
**Dạng chính tắc hệ phương trình bậc 3 có dạng:** $\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \end{cases}$
**Dạng 3.1. Giải phương trình bậc hai ax2 + bx + c = 0 (a$\neq$0)**
**3.1.1: Giải theo chương trình cài sẵn trên máy**
**Ấn** $\boxed{\text{MODE}}\boxed{\text{MODE}}\boxed{1}\boxed{\triangleright}\boxed{2}$ **nhập các hệ số a, b, c vào máy, sau mỗi lần nhập hệ số ấn phím** $\boxed{=}$ **giá trị mới được ghi vào trong bộ nhớ của máy tính.**
**Ví dụ: (Sở GD TPHCM, 1996) Giải phương trình: 1,85432x2 – 3,21458x – 2,45971 = 0**
**-- Giải --**
**Qui trình ấn máy (fx-500MS và fx-570 MS)**
$\boxed{\text{MODE}}\boxed{\text{MODE}}\boxed{1}\boxed{\triangleright}\boxed{2}$
$1\boxed{.}85432\boxed{=}\boxed{(-)}3\boxed{.}321458\boxed{=}\boxed{(-)}2\boxed{.}45971\boxed{=}(x1 = 2.308233881)\boxed{=}(x2 = -0.574671173)$
**Chú ý: Khi giải bằng chương trình cài sẵn trên máy nếu ở góc trái màn hình máy hiện** $\boxed{R \Leftrightarrow I}$ **thì nghiệm đó là nghiệm phức, trong chương trình Trung học cơ sở nghiệm này chưa được học do đó không trìn bày nghiệm này trong bài giải. Nếu có một nghiệm thực thì phương trình có nghiệm kép, cả hai nghiệm đều là nghiệm phức coi như phương trình đó là vô nghiệm.**
**3.1.2: Giải theo công thức nghiệm**
**Tính** $\Delta = b^2 - 4ac$
**+ Nếu** $\Delta$ **> 0 thì phương trình có hai nghiệm:** $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$
**+ Nếu** $\Delta$ **= 0 thì phương trình có nghiệm kép:** $x_{1,2} = \dfrac{-b}{2a}$
**+ Nếu** $\Delta$ **< 0 thì phương trình vô nghiệm.**
**Ví dụ: (Sở GD Đồng Nai, 1998) Giải phương trình 2,354x2 – 1,542x – 3,141 = 0**

**-- Giải --**

**Qui trình ấn máy (fx-500MS và fx-570 MS)**

(−) 1 . 542 $x^2$ − 4 × 2 . 354 × ( (−) 3 . 141 ) SHIFT STO A **(27,197892)**

( 1 . 542 + √ ALPHA A ) ÷ 2 × 2 . 354 = **(x1 = 1,528193632)**

( 1 . 542 − √ ALPHA A ) ÷ 2 × 2 . 354 = **(x2 = - 0,873138407)**

**Chú ý:** ✍ **Nếu đề bài không yêu cầu nên dùng chương trình cài sẵn của máy tính để giải.**

✍ **Hạn chế không nên tính $\sqrt{\Delta}$ trước khi tính các nghiệm x1, x2 vì nếu vậy sẽ dẫn đến sai số xuất hiện trong biến nhớ $\sqrt{\Delta}$ sau 10 chữ số làm cho sai số các nghiệm sẽ lớn hơn.**

✍ **Dạng toán này thường rất ít xuất hiện trực tiếp trong các kỳ thi gần đây mà chủ yếu dưới dạng các bài toán lập phương trình, tìm nghiệm nguyên, chứng minh nghiệm đa thức, xác định khoản chứa nghiệm thực của đa thức, . Cần nắm vững công thức nghiệm và Định lí Viét để kết hợp với máy tính giải các bài toán biến thể của dạng này.**

**Dạng 3.2. Giải phương trình bậc ba ax3 + bx2 + cx + d = 0 (a≠0)**

**3.2.1: Giải theo chương trình cài sẵn trên máy**

**Ấn** MODE MODE 1 ▷ 3 **nhập các hệ số a, b, c, d vào máy, sau mỗi lần nhập hệ số ấn phím** = **giá trị mới được ghi vào trong bộ nhớ của máy tính.**

**Ví dụ: (Sở GD Cần Thơ, 2002) Tìm tất cả các nghiệm gần đúng với 5 chữ số thập phân của phương trình x3 – 5x + 1 = 0.**

**-- Giải --**

**Qui trình ấn máy (fx-500MS và fx-570 MS)**

**Ấn các phím** MODE MODE 1 ▷ 3

1 = 0 = (−) 5 = 1 = (x1 = 2,128419064) = (x2 = -2,33005874) = (x3 = 0,201639675)

**Chú ý: Khi giải bằng chương trình cài sẵn trên máy nếu ở góc trái màn hình máy hiện** R⇔I **thì nghiệm đó là nghiệm phức, trong chương trình Trung học cơ sở nghiệm này chưa được học do đó không trìn bày nghiệm này trong bài giải.**

**3.2.2: Giải theo công thức nghiệm**

**Ta có thể sử dụng công thức nghiệm Cardano để giải phương trình trên, hoặc sử dụng sơ đồ Horner để hạ bậc phương trình bậc 3 thành tích phương trình bậc 2 và bậc nhất, khi đó ta giải phương trình tích theo các công thức nghiệm đã biết.**

**Chú ý:** ✍ **Nếu đề bài không yêu cầu, nên dùng chương trình cài sẵn của máy tính để giải.**

**Dạng 3.3. Giải hệ phương trình bậc nhất 2 ẩn**

**3.3.1: Giải theo chương trình cài sẵn trên máy**

**Ấn** MODE MODE 1 2 **nhập các hệ số a1, b1, c1, a2, b2, c2 vào máy, sau mỗi lần nhập hệ số ấn phím** = **giá trị mới được ghi vào trong bộ nhớ của máy tính.**

**Ví dụ: (Thi vô địch toán Flanders, 1998)**

Nếu x, y thỏa mãn hệ phương trình $\begin{cases} 83249x + 16751y = 108249 \\ 16751x + 83249y = 41715 \end{cases}$ thì $\frac{x}{y}$ bằng (chọn một trong 5 đáp số)

**A.1 B.2 C.3 D.4 E.5**

**-- Giải –**

**Qui trình ấn máy (fx-500MS và fx-570 MS)**

**Ấn các phím**

$\boxed{MODE}\boxed{MODE}\boxed{1}\boxed{2}$ 83249$\boxed{=}$16751$\boxed{=}$108249$\boxed{=}$16751$\boxed{=}$83249$\boxed{=}$41751$\boxed{=}$(1, 25)$\boxed{=}$(0, 25)

**Ấn tiếp:** $\boxed{MODE}\boxed{1}$1$\boxed{.}$25$\boxed{a^{b/c}}$0$\boxed{.}$25$\boxed{=}$ **(5)**

**Vậy đáp số E là đúng.**

**Chú ý: Nếu hệ phương trình vô nghiệm hoặc vô định thì máy tính sẽ báo lỗi Math ERROR.**

**3.3.2: Giải theo công thức nghiệm**

**Ta có:** $x = \frac{D_x}{D}; y = \frac{D_y}{D}$ **với** $D = a_1b_2 - a_2b_1; D_x = c_1b_2 - c_2b_1; D_y = a_1c_2 - a_2c_1$

**Dạng 3.4. Giải hệ phương trình nhất ba ẩn**

**Giải theo chương trình cài sẵn trên máy**

**Ấn** $\boxed{MODE}\boxed{MODE}\boxed{1}\boxed{3}$ **nhập các hệ số a1, b1, c1, a2, b2, c2, a3, b3, c3 vào máy, sau mỗi lần nhập hệ số ấn phím** $\boxed{=}$ **giá trị mới được ghi vào trong bộ nhớ của máy tính.**

**Ví dụ: Giải hệ phương trình** $\begin{cases} 3x + y + 2z = 30 \\ 2x + 3y + z = 30 \\ x + 2y + 3z = 30 \end{cases}$

**Qui trình ấn máy (fx-500MS và fx-570 MS)**

$\boxed{MODE}\boxed{MODE}\boxed{1}\boxed{3}$3$\boxed{=}$1$\boxed{=}$2$\boxed{=}$30$\boxed{=}$2$\boxed{=}$3$\boxed{=}$1$\boxed{=}$30$\boxed{=}$1$\boxed{=}$2$\boxed{=}$3$\boxed{=}$30$\boxed{=}$$(x = 5)$$\boxed{=}$$(y = 5)$$\boxed{=}$$(z = 5)$

**Chú ý: Cộng các phương trình trên vế theo vế ta được x + y + z = 15 suy ra x = y = z = 5.**

**Nhận xét:** ✍ **Dạng toán 3 là dạng bài dễ chỉ đòi hỏi biết sử dụng thành thạo máy tính và các chương trình cài sẵn trên máy tính. Do đó trong các kỳ thi dạng toán này rất ít chúng thường xuất hiện dưới dạng các bài toán thực tế (tăng trưởng dân số, lãi suất tiết kiệm, ) mà quá trình giải đòi hỏi phải lập phương trình hay hệ phương trình với các hệ số là những số lẻ.**

**Bài tập tổng hợp**

**Bài 1: Giải các phương trình:**

**1.1. (Sở GD Hà Nội, 1996, Thanh Hóa, 2000): 1,23785x2 + 4,35816x – 6,98753 = 0**

**1.2. (Sở GD TPHCM 1998): 1,9815x2 + 6,8321x + 1,0581 = 0**

**1.3. x3 + x2 – 2x – 1 =0**

**1.4. 4x3 – 3x + 6 = 0**

**Bài 2: Giải các hệ phương trình sau:**

**2.1. (Sở GD Đồng Nai, 1998)** $\begin{cases} 1,372x - 4,915y = 3,123 \\ 8,368x + 5,214y = 7,318 \end{cases}$

**2.2. (Sở GD Hà Nội, 1996)** $\begin{cases} 13,241x - 17,436y = -25,168 \\ 23,897x + 19,372y = 103,618 \end{cases}$

**2.3. (Sở GD Cần Thơ, 2002)** $\begin{cases} 1,341x - 4,216y = -3,147 \\ 8,616x + 4,224y = 7,121 \end{cases}$

**2.4.** $\begin{cases} 2x + 5y - 13z = 1000 \\ 3x - 9y + 3z = 0 \\ 5x - 6y - 8z = 600 \end{cases}$

## IV. Dạng 4: LIÊN PHÂN SỐ

**Liên phân số (phân số liên tục) là một công cụ toán học hữu hiệu được các nhà toán học sử dụng để giải nhiều bài toán khó.**

**Bài toán: Cho a, b (a>b)là hai số tự nhiên. Dùng thuật toán Ơclit chia a cho b, phân số** $\frac{a}{b}$ **có thể viết dưới dạng:** $\frac{a}{b} = a_0 + \frac{b_0}{b} = a_0 + \frac{1}{\frac{b}{b_0}}$

**Vì b0 là phần dư của a khi chia cho b nên b > b0. Lại tiếp tục biểu diễn phân số** $\frac{b}{b_0} = a_1 + \frac{b_1}{b_0} = a_1 + \frac{1}{\frac{b_0}{b_1}}$

**Cứ tiếp tục quá trình này sẽ kết thúc sau n bước và ta được:** $\frac{a}{b} = a_0 + \frac{b_0}{b} = a_0 + \cfrac{1}{a_1 + \cfrac{1}{\ldots a_{n-2} + \cfrac{1}{a_n}}}$**. Cách biểu diễn này gọi là cách biểu diễn số hữu tỉ dưới dạng liên phân số. Mỗi số hữu tỉ có một biểu diễn duy nhất dưới dạng liên phân số, nó được viết gọn** $\left[a_0, a_1, \ldots, a_n\right]$**. Số vô tỉ có thể biểu diễn dưới dạng liên phân số vô hạn bằng cách xấp xỉ nó dưới dạng gần đúng bởi các số thập phân hữu hạn và biểu diễn các số thập phân hữu hạn này qua liên phân số.**

**Vấn đề đặt ra: hãy biểu diễn liên phân số** $a_0 + \cfrac{1}{a_1 + \cfrac{1}{\ldots a_{n-1} + \cfrac{1}{a_n}}}$ **về dạng** $\frac{a}{b}$**. Dạng toán này được gọi là tính giá trị của liên phân số. Với sự trợ giúp của máy tính ta có thể tính một cách nhanh chóng dạng biểu diễn của liên phân số đó.**

**Qui trình ấn máy (fx-500MS và fx-570 MS)**

**Ấn lần lượt** $a_{n-1}$ $\boxed{+}$ 1 $\boxed{a^{b/c}}$ $a_n$ $\boxed{=}$ $a_{n-2}$ $\boxed{+}$ 1 $\boxed{a^{b/c}}$ $\boxed{\text{Ans}}$ $\boxed{=}$ ...$a_0$ $\boxed{+}$ 1 $\boxed{a^{b/c}}$ $\boxed{\text{Ans}}$ $\boxed{=}$

**Ví dụ 1: (Vô địch toán New York, 1985) Biết** $\frac{15}{17} = \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{a + \cfrac{1}{b}}}$ **trong đó a và b là các số dương. Tính a,b?**

**-- Giải --**

Ta có: $\dfrac{15}{17}=\dfrac{1}{\dfrac{17}{15}}=\dfrac{1}{1+\dfrac{2}{15}}=\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{\dfrac{15}{2}}}=\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{7+\dfrac{1}{2}}}$. **Vậy a = 7, b = 2.**

**Ví dụ 2: Tính giá trị của** $A=1+\dfrac{1}{2+\dfrac{1}{3+\dfrac{1}{2}}}$

**-- Giải -**

**Qui trình ấn máy (fx-500MS và fx-570 MS)**

**Ấn các phím:** $3\boxed{+}1\boxed{a^{b/c}}2\boxed{=}2\boxed{+}1\boxed{a^{b/c}}\boxed{Ans}\boxed{=}1\boxed{+}1\boxed{a^{b/c}}\boxed{Ans}\boxed{=}\boxed{SHIFT}\boxed{a^{b/c}}\left(\dfrac{23}{16}\right)$

**Nhận xét:** ✍ **Dạng toán tính giá trị của liên phân số thường xuất hiện rất nhiều trong các kỳ thi nó thuộc dạng toán kiểm tra kỹ năng tính toán và thực hành. Trong các kỳ thi gần đây, liên phân số có bị biến thể đi đôi chút ví dụ như:** $A=2,35+\dfrac{8,2}{2+\dfrac{6,21}{3,12+\dfrac{0,32}{2}}}$ **với dạng này thì nó lại thuộc dạng tính toán giá trị biểu thức. Do đó cách tính trên máy tính cũng như đối với liên phân số (tính từ dưới lên, có sử dụng biến nhớ Ans).**

**Bài tập tổng hợp**

**Bài 1: (Thi khu vực lớp 9, 2002) Tính và viết kết quả dưới dạng phân số:**

$$A=3+\dfrac{5}{2+\dfrac{4}{2+\dfrac{5}{2+\dfrac{4}{2+\dfrac{5}{3}}}}}\qquad B=7+\dfrac{1}{3+\dfrac{1}{3+\dfrac{1}{3+\dfrac{1}{4}}}}$$

**Bài 2: (Thi khu vực lớp 9, 2003)**

**a. Tính và viết kết quả dưới dạng phân số:** $A=\dfrac{20}{2+\dfrac{1}{3+\dfrac{1}{4+\dfrac{1}{5}}}}\qquad B=\dfrac{2}{5+\dfrac{1}{6+\dfrac{1}{7+\dfrac{1}{8}}}}$

**b. Tìm các số tự nhiên a và b biết:** $\dfrac{329}{1051}=\dfrac{1}{3+\dfrac{1}{5+\dfrac{1}{a+\dfrac{1}{b}}}}$

**Bài 3: (Thi khu vực 2004, lớp 9) Tìm giá trị của x, y từ các phương trình sau:**

**a.** $4+\dfrac{x}{1+\dfrac{1}{2+\dfrac{1}{3+\dfrac{1}{4}}}}=\dfrac{x}{4+\dfrac{1}{3+\dfrac{1}{2+\dfrac{1}{2}}}}$

**b.** $\dfrac{y}{1+\dfrac{1}{3+\dfrac{1}{5}}}+\dfrac{y}{2+\dfrac{1}{4+\dfrac{1}{6}}}$

**Bài 4: (Thi khu vực, 2001, lớp 6 - 7) Lập qui trình bấm phím để tính giá trị của liên phân số sau $M=[3,7,15,1,292]$ và tính $\pi - M$?**

**Bài 5: (Thi khu vực, 2001, lớp 6 – 7, dự bị)**

**a. Lập qui trình bấm phím để tính giá trị của liên phân số sau $M=[1,1,2,1,2,1,2,1]$ và tính $\sqrt{3}-M$?**

**b. Tính và viết kết quả dưới dạng phân số:**

$$A=\cfrac{1}{5+\cfrac{1}{4+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{2}}}}+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{4+\cfrac{1}{5}}}}$$

**Bài 6: (Sở GD Hải Phòng, 2003 - 2004) Cho**

$$A=30+\cfrac{12}{10+\cfrac{5}{2003}}$$

**Hãy viết lại A dưới dạng $A=[a_0,a_1,...,a_n]$?**

**Bài 7: Các số $\sqrt{2},\sqrt{3}$, $\pi$ có biểu diễn gần đúng dưới dạng liên phân số như sau: $\sqrt{2}=[1,2,2,2,2,2]$; $\sqrt{3}=[1,1,2,1,2,1]$; $\pi=[3,17,15,1,292,1,1,1,2,1,3]$. Tính các liên phân số trên và só sánh với số vô tỉ mà nó biểu diễn?**

**Bài 8: (Phòng GD Bảo Lâm – Lâm Đồng)**

$$D=5+\cfrac{4}{6+\cfrac{4}{7+\cfrac{4}{8+\cfrac{4}{9+\cfrac{4}{10}}}}}$$

**Tính và viết kết quả dưới dạng phân số**

## V. Dạng 5: MỘT SỐ ỨNG DỤNG CỦA HỆ ĐẾM

### 5.1. Tính chất chia hết

**- Một số chia hết cho 3 (cho 9) nếu tổng các chữ số của nó chia hết cho 3 (cho 9).**

**- Một số chia hết cho 2 (cho 5) nếu chữ số tận cùng của nó chia hết cho 2 (cho 5).**

**Chú ý: Tính chất chia hết chỉ đúng trong hệ cơ số cụ thể.**

**Ví dụ: Xét hệ đếm với cơ số 12, ta có:**

**1. Một số viết trong hệ đếm cơ số 12 chi hết cho 2 (3, 4, 6) nếu chữ số cuối cùng của nó chia hết cho 2 (3, 4, 6).**

**2. Số $a=(a_na_{n-1}...a_2a_1a_0)_{12}$ chia hết cho 8 (cho 9) nếu $(a_1a_0)_{12}$ chia hết cho 8 (cho 9).**

**3. Số $a=(a_na_{n-1}...a_2a_1a_0)_{12}$ chia hết cho 11 nếu $a_n+a_{n+1}+...+a_1+a_0$ chia hết cho 11.**

**Mở rộng: Số $a=(a_na_{n-1}...a_2a_1a_0)_{12}$ chia hết cho q – 1 nếu $a_n+a_{n+1}+...+a_1+a_0$ chia hết cho q.**

### 5.2. Hệ cơ số 2

**Bài toán mở đầu: Chỉ cần 10 câu hỏi là có thể đoán được một số cho trước (nhỏ hơn 1000) như sau:**

- Số đó có chia hết cho 2 không?(Nếu có ghi 0, không ghi 1)
- Thương của số đó chia hết cho 2? (Nếu có ghi 0, không ghi 1)

Nếu cứ tiếp tục như vậy ta được một dãy các số 1 hoặc 0. Dãy này chính là biểu diễn của số cần tìm trong cơ số 2. Vì số nhỏ hơn 1000 có nhiều nhất là 10 chữ số trong biểu diễn cơ số 2 nên 10 câu hỏi là đủ để biết số đã cho. Đổi qua cơ số 10 ta được số cần tìm.

Ví dụ: Số cho trước là 999.

Vì 999 = 499.2 + 1; 499 = 249.2 + 1; 249 = 124.2 + 1; 124 = 62.2 +1;  ; 3 = 1.2 + 1 nên ta sẽ có dãy số: 11111001112 = 99910.

5.3. Ứng dụng hệ cơ số trong giải toán

Trong rất nhiều bài toán khó có thể sử dụng hệ đếm để giải. Nói cách khác, thì hệ đếm có thể được sử dụng như một phương pháp giải toán.

Ví dụ: Giả sử f:N -> N thỏa mãn: f(1)= 1; f(2n) = f(n) và f(2n+1) = f(2n) + 1 với mọi n nguyên dương. Tìm giá trị lớn nhất của n khi $1 \le n \le 1994$.

-- Giải --

Ta có: f(102) = f(2) = f(1) = 1; f(112) = f(3) = f(2.1 + 1) = f(2)+1 = 2; f(1002) =1; f(1012) =2; f(1102) =2; f(1112) =3; f(10002) =1; f(10012) =2;  .

Bài toán dẫn đến phải tìm số có chữ số 1 lớn nhất trong biểu diễn cơ số 2 của các số nhỏ hơn 1994. Vì 1994 < 211 – 1 nên f(n) có nhiều nhất là 10 chữ số. Ta có f(1023) = f(11111112) = 10. Vậy giá trị lớn nhất là 10.

Lưu ý: Ta phải chứng minh quy luật: f(n) bằng số chữ số 1 trong biểu diễn cơ số 2 của n.

Chứng minh:

1) n chẵn thì n = 2m = 102.m. Vì m và n = 102.m có cùng số chữ số 1 trong biểu diễn cơ số 2 (trong hệ cơ số 2, khi nhân một số với 2 = 102, ta chỉ thêm số 0 vào cuối số đó). Theo quy nạp (vì m < n), f(m) bằng đúng chữ số 1 của m, mà f(n) = f(2m) = f(m) nên f(n) cũng bằng đúng chữ số 1 của m, tức là n.

2) n lẻ thì n = 2m + 1 = 102.m + 1 khi ấy n có số chữ số 1 nhiều hơn m là 1. Ta có: f(n) = f(2m + 1) = f(m) + 1. Áp dụng quy nạp ta có, f(m) bằng đúng số chữ số 1 của m nên f(n) cũng bằng đúng số chữ số 1 của m cộng 1, tức là bằng đúng số chữ số 1 của n.

Nhận xét: ✍ Dạng toán này là dạng toán khó, thường rất ít xuất hiện trong các kỳ thi "Giải toán bằng máy tính bỏ túi Casio", nhưng sử dụng phương pháp hệ cơ số giúp chúng ta phân tích được một số bài toán từ đó sử dụng các phương pháp chứng minh toán học và các nguyên lý để giải. Nói cách khác, đây là một phương pháp giải toán.

Bài tập tổng hợp

Bài 1: Tìm cơ số q ($2 \le q \le 12$) biết số a = (3630)q chia hết cho 7. Biểu diễn số a với q tìm được trong cơ số 10. (HD: áp dụng tính chất chia hết)

Bài 2: Hai người chơi lần lượt lấy ra số viên sỏi bất kì từ một trong ba đống sỏi. Người nhặt viên sỏi cuối cùng sẽ thắng. Người đi trước thường thắng. Vì sao? (HD: sử dụng hệ cơ số 2)

Bài 3: (Vô địch Trung Quốc, 1995) Cho f: N -> N thỏa mãn f(1) = 1 và f(2n) < 6f(n), 3f(n).f(2n+1) = f(2n).(1+3f(n)) với mọi n nguyên dương. Tìm mọi nghiệm

**của phương trình f(k) + f(n) = 293. (HD: Vì 3f(n)+1 và 3f(n) là nguyên tố cùng nhau nên f(2n) = 3pf(n), suy ra p nguyên dương. f(2n) = 3f(n) và f(2n + 1) = 3f(n)+1 dẫn đến: Với số n viết trong hệ cơ số 2 thì f(n) có đúng các chữ số của n viết trong hệ cơ số 3).**

**Bài 4: Xác định tất cả các hàm số f: N -> R thỏa mãn f(1) = 1;** $f(n) = 1 + f\left(\frac{n-1}{2}\right)$ **nếu n chẵn,** $f(n) = 1 + f\left(\frac{n}{2}\right)$ **nếu n lẻ. (HD: Dùng qui nạp chứng minh: f(n) chính là số chữ số của n viết trong cơ số 2)**

**Bài 5: Giả sử f: N -> N thỏa mãn f(1) = 1; f(3) = 3 và với mọi n nguyên dương thì f(2n) = f(n); f(4n+1)=2f(2n+1) - f(n); f(4n+3) = 3f(2n+1) – 2f(n). Tìm số n $\le$ 1988 mà f(n) = n.**

**VI. Dạng 6: DÃY TRUY HỒI**

**Dạng 6.1. Dãy Fibonacci**

**6.1.1. Bài toán mở đầu: Giả sử thỏ đẻ theo quy luật sau: Một đôi thỏ cứ mỗi tháng để được một đôi thỏ con, mỗi đôi thỏ con cứ sau 2 tháng lại sinh ra một đôi thỏ nữa, rồi sau mỗi tháng lại sinh ra một đôi thỏ con khác v.v và giả sử tất cả các con thỏ đều sống.**

**Hỏi nếu có một đôi thỏ con nuôi từ tháng giêng đến tháng 2 thì đẻ đôi thỏ đầu tiên thì đến cuối năm có bao nhiêu đôi thỏ?**

**-- Giải --**

**- Tháng 1 (giêng) có một đôi thỏ số 1.**

**- Tháng 2 đôi thỏ số 1 đẻ đôi thỏ số 2. Vậy có 2 đôi thỏ trong tháng 2.**

**- Tháng 3 đôi thỏ số 1 đẻ đôi thỏ số 3, đôi thỏ số 2 chưa đẻ được. Vậy có 2 đôi thỏ trong tháng 3.**

**- Tháng 4 đôi thỏ số 1 đẻ đôi thỏ số 4.1, đôi thỏ số 2 để đôi thỏ số 4.2, đôi thỏ số 3 chưa đẻ. Vậy trong tháng 4 có 5 đôi thỏ.**

**Tương tự ta có tháng 5 có 8 đôi thỏ, tháng 6 có 13 đôi thỏ,**

**Như vậy ta có dãy số sau: (ban đầu)1; 1; 2; 3; 5; 8; 13; 21; 34; 55; 89; 144; 233 (tháng 12)**

**Đây là một dãy số có quy luật: Mỗi số hạng kể từ số hạng thứ ba bằng tổng hai số hạng trước đó.**

**Nếu gọi số thỏ ban đầu là u1; số thỏ tháng thứ n là un thì ta có công thức:**

**u1 = 1; u2 = 1; un+1 = un + un-1 (với n $\ge$ 2)**

**Dãy** $\{u_n\}$ **có quy luật như trên là dãy Fibonacci. un gọi là số (hạng) Fibonacci.**

**6.1.2. Công thức tổng quát của số Fibonacci: Nhờ truy hồi ta chứng minh được số hạng thứ n của dãy Fibonacci được tính theo công thức sau:**

$$u_n = \frac{1}{\sqrt{5}}\left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n\right] \quad (*)$$

**Chứng minh**

**Với n = 1 thì** $u_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}\left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)\right]=1$ **; Với n = 2 thì**

$$u_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}\left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^2\right]=1$$ **;**

**Với n = 3 thì** $u_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}\left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^3-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^3\right]=2$ **;**

**Giả sử công thức đúng tới n $\le$ k. Khi ấy với n = k + 1 ta có:**

$$u_{k+1} = u_k + u_{k-1} = \frac{1}{\sqrt{5}}\left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^k-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^k\right]+\frac{1}{\sqrt{5}}\left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{k-1}-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{k-1}\right]$$

$$=\frac{1}{\sqrt{5}}\left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^k\left(1+\frac{2}{1+\sqrt{5}}\right)-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^k\left(1+\frac{2}{1-\sqrt{5}}\right)\right]$$

$$=\frac{1}{\sqrt{5}}\left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^k\left(\frac{3+\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}}\right)-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^k\left(\frac{3-\sqrt{5}}{1-\sqrt{5}}\right)\right]$$

$$=\frac{1}{\sqrt{5}}\left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{k+1}-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{k+1}\right]$$

**Theo nguyên lý quy nạp công thức (*) đã được chứng minh.**

**6.1.3. Các tính chất của dãy Fibonacci:**

**1. Tính chất 1: um = uk.um+1-k + uk-1.um-k hay un+m = un-1um + unum+1**

**Ví dụ: Để tính số thỏ sau 24 tháng ta chọn n = m = 12 thay vào công thức ta có:**

**u24 = u12 + u12 = u11.u12 + u12.u13 = 144(89 + 233)**

**2. Tính chất 2: u2n+1 = u(n+1)+n= unun + unun+1 =** $u_{n+1}^2 + u_n^2$

**Ví dụ: Để tính số thỏ sau 25 tháng ta làm như sau:**

**u25 =** $u_{13}^2 + u_{12}^2$ **= 2332 + 1442 = 7502.**

**3. Tính chất 3:** $u_n^2 - u_{n+1}.u_n = (-1)^{n-1}$

**4. Tính chất 4:** $u_1 + u_3 + u_5 + ... + u_{2n-1} = u_{2n}$

**5. Tính chất 5:** $\forall n \text{ ta coù } |u_{n+4}u_{n-2} - u_{n+2}u_n| = 3$

**6. Tính chất 6:** $\forall n \text{ soá } 4u_{n-2}u_2u_{n+2}u_{n+4} + 9 \text{ laø soá chính phöông}$

**7. Tính chất 7:** $\forall n \text{ soá } 4u_nu_{n+k}u_{n+k-1}u_{n+2k+1} + u_k^2u_{k+1}^2 \text{ laø soá chính phöông}$

**8. Tính chất 8:** $\lim\limits_{n->\infty}\frac{u_{n+1}}{u_n} = \varphi_1 \text{ vaø } \lim\limits_{n->\infty}\frac{u_n}{u_{n+1}} = \varphi_2$ **trong đó** $\varphi_1;\varphi_2$ **là nghiệm của phương trình x2 – x – 1 = 0, tức là** $\varphi_1 = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1,61803...;\varphi_1 = \frac{1-\sqrt{5}}{2} \approx -0,61803...$

**Nhận xét:** ☞ **Tính chất 1 và 2 cho phép chúng ta tính số hạng của dãy Fibonacci mà không cần biết hết các số hạng liên tiếp của dãy. Nhờ hai tính chất này mà có thể tính các số hạng quá lớn của dãy Fibonacci bằng tay (dùng giấy bút để tính) mà máy tính điện tử không thể tính được (kết quả không hiển**

**thị được trên màn hình). Các tính chất từ 3 đến 7 có tác dụng giúp chúng ta trong việc chứng minh các bài toán có liên quan đến dãy Fibonacci thường gặp trong các bài thi, tính chất 8 giúp tìm các số hạng không chỉ của dãy Fibonacci mà các số hạng của các dãy biến thể của Fibonacci có tính hội tụ (bị chặn) trong một khoảng nào đó. Dạng toán này thường gặp trong các kỳ thi tỉnh và kỳ khu vực.**

**6.1.4. Tính các số hạng của dãy Fibonacci trên máy tính điện tử**

**6.1.4.1. Tính theo công thức tổng quát**

**Ta có công thức tổng quát của dãy:** $u_n = \frac{1}{\sqrt{5}}\left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n\right]$**. Trong công thức tổng quát số hạng un phụ thuộc n, vì n thay đổi nên ta dùng biến nhớ Ans để thay giá trị n trong phép tính.**

**Qui trình ấn máy (fx-500MS và fx-570 MS)**

**Ấn các phím:** 1 [=]

1 [a b/c] [√] 5 [(] [(] [(] 1 [+] [√] 5 [)] [÷] 2 [)] [)] [^] [Ans] – [(] [(] 1 [–] [√] 5 [)] [÷] 2 [)] [)] [^] [Ans] [)] [=]

**Muốn tính n = 10 ta ấn** 10 [=]**, rồi dùng phím** [Δ] **một lần để chọn lại biểu thức vừa nhập ấn** [=]

**6.1.4.2. Tính theo dãy**

**Ta có dãy Fibonacci: u1 = 1; u2 = 1; un+1 = un + un-1 (với n $\geq$ 2)**

**Qui trình ấn máy (fx-500MS và fx-570 MS)**

**Ấn các phím:** 1 [SHIFT] [STO] [A] **----> gán u2 = 1 vào biến nhớ A**

[+] 1 [SHIFT] [STO] [B] **----> lấy u2+ u1 = u3 gán vào B**

**Lặp lại các phím:** [+] [ALPHA] [A] [SHIFT] [STO] [A] **----> lấy u3+ u2 = u4 gán vào A**

[+] [ALPHA] [B] [SHIFT] [STO] [B] **----> lấy u4+ u3 = u5 gán vào B**

**Bây giờ muốn tính un ta** [Δ] **một lần và** [=]**, cứ liên tục như vậy n – 5 lần.**

**Ví dụ: Tính số hạng thứ 8 của dãy Fibonacci?**

**Qui trình ấn máy (fx-500MS và fx-570 MS)**

**Ấn các phím:** 1 [SHIFT] [STO] [A] [+] 1 [SHIFT] [STO] [B] [+] [ALPHA] [A] [SHIFT] [STO] [A] [+] [ALPHA] [B] [SHIFT] [STO] [B] [Δ] [=] [Δ] [=] [Δ] [=] **(21)**

**Chú ý:** ☞ **Có nhiều qui trình ấn phím để tính số hạng un của dãy nhưng qui trình trên đây là qui trình tối ưu nhất vì số phím ấn ít nhất. Đối với máy fx-500 MS thì ấn** [Δ] [=]**, đối với máy fx-570 MS có thể ấn** [Δ] [=] **hoặc ấn thêm** [Δ] [SHIFT] [COPY] [=] **để tính các số hạng từ thứ 6 trở đi.**

**Dạng 6.2. Dãy Lucas**

**Tổng quát:** Cho u1 = a, u2 = b, un+1 = un + un-1 (với n $\geq$ 2. a, b là hai số tùy ý nào đó)

**Nhận xét:** Dãy Lucas là dãy tổng quát của dãy Fibonacci, với a = b = 1 thì dãy Lucas trở thành dãy Fibonacci.

**Qui trình ấn máy (fx-500MS và fx-570 MS)**

**Ấn các phím:** b SHIFT STO A ----> gán u2 = b vào biến nhớ A

+ a SHIFT STO B ----> lấy u2+ u1 = u3 (u3 = b+a) gán vào B

**Lặp lại các phím:** + ALPHA A SHIFT STO A ----> lấy u3+ u2 = u4 gán vào A

+ ALPHA B SHIFT STO B ----> lấy u4+ u3 = u5 gán vào B

Bây giờ muốn tính un ta $\Delta$ một lần và =, cứ liên tục như vậy n – 5 lần.

**Ví dụ:** (Sở GD Cần Thơ, 2001, lớp 9) Cho dãy u1 = 8, u2 = 13, un+1 = un + un-1 (n $\geq$ 2).

a. Lập qui trình bấm phím liên tục để tính un+1?

b. Sử dụng qui trình trên tính u13, u17?

-- Giải --

a. Lập qui trình bấm phím

**Qui trình ấn máy (fx-500MS và fx-570 MS)**

**Ấn các phím:** 13 SHIFT STO A

+ 8 SHIFT STO B

**Lặp lại các phím:** + ALPHA A SHIFT STO A

+ ALPHA B SHIFT STO B

b. Sử dụng qui trình trên để tính u13, u17

**Ấn các phím:** $\Delta$ = $\Delta$ = $\Delta$ = $\Delta$ = $\Delta$ = $\Delta$ = $\Delta$ = $\Delta$ = (u13 = 2584)

$\Delta$ = $\Delta$ = $\Delta$ = $\Delta$ = (u17 = 17711)

**Kết qủa: u13 = 2584; u17 = 17711**

**Dạng 6.3. Dãy Lucas suy rộng dạng**

**Tổng quát:** Cho u1 = a, u2 = b, un+1 = Aun + Bun-1 (với n $\geq$ 2. a, b là hai số tùy ý nào đó)

**Qui trình ấn máy (fx-500MS và fx-570 MS)**

**Ấn các phím:** b SHIFT STO A ----> gán u2 = b vào biến nhớ A

× **A** + a × **B** SHIFT STO B ----> tính u3 (u3 = Ab+Ba) gán vào B

**Lặp lại các phím:** × **A** + ALPHA A × **B** SHIFT STO A ----> Tính u4 gán vào A

× **A** + ALPHA B × **B** SHIFT STO B ----> lấy u5 gán vào B

Bây giờ muốn tính un ta $\Delta$ một lần và =, cứ liên tục như vậy n – 5 lần.

Ví dụ: Cho dãy u1 = 8, u2 = 13, un+1 = 3un + 2un-1 (n $\geq$ 2). Lập qui trình bấm phím liên tục để tính un+1?

-- Giải --

Lập qui trình bấm phím

Qui trình ấn máy (fx-500MS và fx-570 MS)

Ấn các phím: 13 SHIFT STO A

× 3 + 8 × 2 SHIFT STO B

Lặp lại các phím: × 3 + ALPHA A × 2 SHIFT STO A

× 3 + ALPHA B × 2 SHIFT STO B

**Dạng 6.4. Dãy phi tuyến dạng**

Cho Cho u1 = a, u2 = b, $u_{n+1} = u_n^2 + u_{n-1}^2$(với n $\geq$ 2).

Qui trình ấn máy (fx-500MS và fx-570 MS)

Ấn các phím: b SHIFT STO A ----> gán u2 = b vào biến nhớ A

$x^2$ + a $x^2$ SHIFT STO B ----> lấy u22+ u12 = u3 (u3 = b2+a2) gán vào B

Lặp lại các phím: $x^2$ + ALPHA A $x^2$ SHIFT STO A ----> lấy u32+ u22 = u4 gán vào A

$x^2$ + ALPHA B $x^2$ SHIFT STO B ----> lấy u42+ u32 = u5 gán vào B

Bây giờ muốn tính un ta $\Delta$ một lần và =, cứ liên tục như vậy n – 5 lần.

Ví dụ: Cho dãy u1 = 1, u2 = 2, $u_{n+1} = u_n^2 + u_{n-1}^2$ (n $\geq$ 2).

a. Lập qui trình bấm phím liên tục để tính un+1?

b. Tính u7?

-- Giải --

a. Lập qui trình bấm phím

Qui trình ấn máy (fx-500MS và fx-570 MS)

Ấn các phím: 2 SHIFT STO A

$x^2$ + 1 $x^2$ SHIFT STO B

Lặp lại các phím: $x^2$ + ALPHA A $x^2$ SHIFT STO A

$x^2$ + ALPHA B $x^2$ SHIFT STO B

b. Tính u7

Ấn các phím: $\Delta$ = (u6 =750797)

Tính u7 =u62 + u52 = 7507972 + 8662 = 563 696 135209 + 749956 = 563 696 885165

Kết qủa: u7 = 563 696 885165

Chú ý: Đến u7 máy tính không thể hiển thị được đầy đủ các chữ số trên màn hình do đó phải tính tay giá trị này trên giấy nháp có sử dụng máy tính hỗ trợ trong khi tính. Ví dụ: 7507972 = 750797.(750.1000+797) = 750797.750.1000

+ 750797.797 = 563097750.1000 + 598385209 = 563097750000 + 598385209= 563 696 135209.

**Dạng 6.5. Dãy phi tuyến dạng**

**Cho Cho u1 = a, u2 = b,** $u_{n+1} = A\ u_n^2 + Bu_{n-1}^2$ **(với n $\geq$ 2).**

**Qui trình ấn máy (fx-500MS và fx-570 MS)**

**Ấn các phím:** b SHIFT STO A **----> gán u2 = b vào biến nhớ A**

$x^2$ × **A** + a $x^2$ × **B** SHIFT STO B **----> Tính u3 = Ab2+Ba2 gán vào B**

**Lặp lại các phím:** $x^2$ × **A** + ALPHA A $x^2$ × **B** SHIFT STO A **----> Tính u4 gán vào A**

$x^2$ × **A** + ALPHA B $x^2$ × **B** SHIFT STO B **----> Tính u5 gán vào B**

**Bây giờ muốn tính un ta** $\Delta$ **một lần và** = **, cứ liên tục như vậy n – 5 lần.**

**Ví dụ: Cho dãy u1 = 1, u2 = 2,** $u_{n+1} = 3u_n^2 + 2u_{n-1}^2$ **(n $\geq$ 2). Lập qui trình bấm phím liên tục để tính un+1?**

**-- Giải --**

**Lập qui trình bấm phím**

**Qui trình ấn máy (fx-500MS và fx-570 MS)**

**Ấn các phím:** 2 SHIFT STO A

$x^2$ × 3 + 1 $x^2$ × 2 SHIFT STO B

**Lặp lại các phím:** $x^2$ × 3 + ALPHA A $x^2$ × 2 SHIFT STO A

$x^2$ × 3 + ALPHA B $x^2$ × 2 SHIFT STO B

**Dạng 6.6. Dãy Fibonacci suy rộng dạng**

**Cho u1 = u2 = 1; u3 = 2; un+1 = un + un-1 + un-2 (với n $\geq$ 3).**

**Qui trình ấn máy (fx-500MS và fx-570 MS)**

**Ấn các phím:** 1 SHIFT STO A **----> gán u2 = 1 vào biến nhớ A**

2 SHIFT STO B **----> gán u3 = 2 vào biến nhớ B**

ALPHA A + ALPHA B + 1 SHIFT STO C **----> tính u4 đưavào C**

**Lặp lại các phím:** + ALPHA B + ALPHA A SHIFT STO A **----> tính u5 gán biến nhớ A**

+ ALPHA C + ALPHA B SHIFT STO B **----> tính u6 gán biến nhớ B**

+ ALPHA A + ALPHA C SHIFT STO C **----> tính u7 gán biến nhớ C**

**Bây giờ muốn tính un ta** $\Delta$ $\Delta$ **và** = **, cứ liên tục như vậy n – 7 lần.**

**Ví dụ: Tính số hạng thứ 10 của dãy u1 = u2 = 1; u3 = 2; un+1 = un + un-1 + un-2?**

**Qui trình ấn máy (fx-500MS và fx-570 MS)**

**Ấn các phím:**

1 SHIFT STO A 2 SHIFT STO B ALPHA A + ALPHA B + 1 SHIFT STO C + ALPHA B + ALPHA A SHIFT STO A + ALPHA C + ALPHA B SHIFT STO B + ALPHA A + ALPHA C SHIFT STO C Δ Δ = Δ Δ = Δ Δ = **(u10 = 149)**

**Dạng 6.7. Dãy truy hồi dạng**

**Tổng quát: Cho u1 = a, u2 = b, un+1 = Aun + Bun-1+ f(n) (với n $\geq$ 2)**

**Qui trình ấn máy (fx-500MS và fx-570 MS)**

**Ấn các phím:** b SHIFT STO A **----> gán u2 = b vào biến nhớ A**

× **A** + a × **B** **+** f(n) SHIFT STO B **----> tính u3 (u3 = Ab+Ba+f(n)) gán vào B**

**Lặp lại các phím:** × **A** + ALPHA A × **B** **+** f(n) SHIFT STO A **----> Tính u4 gán vào A**

× **A** + ALPHA B × **B** **+** f(n) SHIFT STO B **----> tính u5 gán vào B**

**Ví dụ: Cho dãy u1 = 8, u2 = 13, un+1 = 3un + 2un-1 +** $\frac{1}{n}$ **(n $\geq$ 2).**

**a. Lập qui trình bấm phím liên tục để tính un+1?**

**b. Tính u7?**

**-- Giải --**

**a. Lập qui trình bấm phím**

**Qui trình ấn máy (fx-500MS và fx-570 MS)**

**Ấn các phím:** 8 SHIFT STO A

13 SHIFT STO B

2 SHIFT STO X

**Lặp lại các phím:** ALPHA X + 1 SHIFT STO X

3 ALPHA B + 2 ALPHA A + 1 $a^{b/c}$ ALPHA X SHIFT STO A

Δ = 3 ALPHA A + 2 ALPHA B + 1 $a^{b/c}$ ALPHA X SHIFT STO B

**b. Tính u7 ?**

**Ấn các phím:** Δ = Δ Δ Δ = Δ = Δ Δ Δ = Δ = Δ Δ Δ = **(u7 = 8717,92619)**

**Kết qủa: u7 = 8717,92619**

**Dạng 6.8. Dãy phi tuyến dạng**

**Tổng quát: Cho u1 = a, u2 = b, un+1 =** $F_1(u_n)+F_2(u_{n-1})$ **(với n $\geq$ 2)**

**Qui trình ấn máy (fx-500MS và fx-570 MS)**

**Ấn các phím:** a SHIFT STO A

b SHIFT STO B

**Lặp lại các phím:** $F_1(\boxed{ALPHA}\boxed{B}) + F_2(\boxed{ALPHA}\boxed{A})\boxed{SHIFT}\boxed{STO}\boxed{A}$

$F_1(\boxed{ALPHA}\boxed{A}) + F_2(\boxed{ALPHA}\boxed{B})\boxed{SHIFT}\boxed{STO}\boxed{B}$

**Ví dụ: Cho u1 = 4; u2 = 5,** $u_{n+1} = \frac{5u_n + 1}{3} - \frac{u_{n-1}^2 + 2}{5}$ **. Lập qui trình ấn phím tính un+1?**

**-- Giải --**

**Qui trình ấn máy (fx-500MS và fx-570 MS)**

**Ấn các phím:** $4\boxed{SHIFT}\boxed{STO}\boxed{A}$

$5\boxed{SHIFT}\boxed{STO}\boxed{B}$

**Lặp lại các phím:**

$\boxed{(}\boxed{(}5\boxed{ALPHA}\boxed{B}\boxed{+}1\boxed{)}\boxed{a^{b/c}}3\boxed{)} - \boxed{(}\boxed{ALPHA}\boxed{A}\boxed{x^2}\boxed{+}2\boxed{)}\boxed{a^{b/c}}5\boxed{)}\boxed{SHIFT}\boxed{STO}\boxed{A}$

$\boxed{(}\boxed{(}5\boxed{ALPHA}\boxed{A}\boxed{+}1\boxed{)}\boxed{a^{b/c}}3\boxed{)} - \boxed{(}\boxed{ALPHA}\boxed{B}\boxed{x^2}\boxed{+}2\boxed{)}\boxed{a^{b/c}}5\boxed{)}\boxed{SHIFT}\boxed{STO}\boxed{B}$

**Dạng 6.9. Dãy Fibonacci tổng quát**

**Tổng quát:** $u_{n+1} = \sum_{i=1}^{k} F_i(u_i)$ **trong đó u1, u2, , uk cho trước và Fi(ui) là các hàm theo biến u.**

**Dạng toán này tùy thuộc vào từng bài mà ta có các qui trình lập dãy phím riêng.**

**Chú ý: Các qui trình ấn phím trên đây là qui trình ấn phím tối ưu nhất (thao tác ít nhất) xong có nhiều dạng (thường dạng phi tuyến tính) thì áp dụng qui trình trên nếu không cẩn thận sẽ dẫn đến nhầm lẫn hoặc sai xót thứ tự các số hạng. Do đó, ta có thể sử dụng qui trình ấn phím theo kiểu diễn giải theo nội dung dãy số để tránh nhầm lẫn, vấn đề này không ảnh hưởng gì đến đánh giá kết quả bài giải.**

**Ví dụ: Cho u1 = a, u2 = b,** $u_{n+1} = \mathbf{A}\ u_n^2 + \mathbf{B}u_{n-1}^2$ **(với n $\geq$ 2).**

**Qui trình ấn máy (fx-500MS và fx-570 MS)**

**Ấn các phím:** $a\boxed{SHIFT}\boxed{STO}\boxed{A}$ **----> gán u1 = a vào biến nhớ A**

$b\boxed{SHIFT}\boxed{STO}\boxed{B}$ **----> Tính u2 = b gán vào B**

**Lặp lại các phím:** $\mathbf{A}\ \boxed{ALPHA}\boxed{B}\boxed{x^2}\boxed{+}\mathbf{B}\boxed{ALPHA}\boxed{A}\boxed{x^2}\boxed{SHIFT}\boxed{STO}\boxed{A}$ **--> Tính u3 gán vào A**

$\mathbf{A}\ \boxed{ALPHA}\boxed{A}\boxed{x^2}\boxed{+}\mathbf{B}\boxed{ALPHA}\boxed{B}\boxed{x^2}\boxed{SHIFT}\boxed{STO}\boxed{B}$ **--> Tính u4 gán vào B**

**Bây giờ muốn tính un ta $\boxed{\Delta}$ một lần và $\boxed{=}$, cứ liên tục như vậy n – 4 lần.**

**Nhận xét:** ✍ **Lập qui trình theo kiểu này thì tất cả dạng toán đều làm được, rất ít nhầm lẫn nhưng tính tối ưu không cao. Chẳng hạn với cách lập như dạng 6.5 thì để tính un ta chỉ cần ấn $\boxed{\Delta}\ \boxed{=}$ liên tục n – 5 lần, còn lập như trên thì phải ấn n – 4 lần.**

✍ **Nhờ vào máy tính để tính các số hạng của dãy truy hồi ta có thể phát hiện ra quy luật của dãy số (tính tuần hoàn, tính bị chặn, tính chia hết, số chính phương, ) hoặc giúp chúng ta lập được công thức truy hồi của dãy các dãy số.**

✍ **Đây là dạng toán thể hiện rõ nét việc vận dụng máy tính điện tử trong học toán theo hướng đổi mới hiện nay. Trong hầu hết các kỳ thi tỉnh, thi khu vực đều có dạng toán này.**

**Bài tập tổng hợp**

**Bài 1: (Thi khu vực, 2001, lớp 9) Cho dãy u1 = 144; u2 = 233; un+1 = un + un-1.**

**a. Lập một qui trình bấm phím để tính un+1.**

**b. Tính chính xác đến 5 chữ số sau dấu phẩy các tỉ số** $\frac{u_2}{u_1}; \frac{u_3}{u_2}; \frac{u_4}{u_3}; \frac{u_6}{u_5}$

**Bài 2: (Thi khu vực, 2003, lớp 9) Cho dãy u1 = 2; u2 = 20; un+1 = 2un + un-1.**

**a. Tính u3; u4; u5; u6; u7.**

**b. Viết qui trình bấm phím để tính un.**

**c. Tính giá trị của u22; u23; u24; u25.**

**Bài 3: (Thi khu vực, 2003, lớp 9 dự bị) Cho dãy số** $u_n = \frac{\left(2+\sqrt{3}\right)^n - \left(2-\sqrt{3}\right)^n}{2\sqrt{3}}$

**a. Tính 8 số hạng đầu tiên của dãy.**

**b. Lập công thức truy hồi để tính un+2 theo un+1 và un.**

**c. Lập một qui trình tính un.**

**d. Tìm các số n để un chia hết cho 3.**

**Bài 4: (Thi khu vực, 2003, lớp 9 dự bị) Cho u0 = 2; u1 = 10; un+1 = 10un – un-1.**

**a. Lập một quy trình tính un+1**

**b. Tính u2; u3; u4; u5, u6**

**c. Tìm công thức tổng quát của un.**

**Bài 5: (Thi vô địch toán Lêningrat, 1967) Cho dãy u1 = u2 = 1;** $u_{n+1} = u_n^2 + u_{n-1}^2$**. Tìm số dư của un chia cho 7.**

**Bài 6: (Tạp chí toán học & tuổi trẻ, tháng 1.1999) Cho u1 = 1; u2 = 3, un+2 = 2un+1 – un+1. Chứng minh: A=4un.un+2 + 1 là số chính phương.**

**Bài 7: (Olympic toán Singapore, 2001) Cho a1 = 2000, a2 = 2001 và an+2 = 2an+1 – an + 3 với n = 1,2,3 Tìm giá trị a100?**

**Bài 8: (Tạp chí toán học & tuổi trẻ, tháng 7.2001) Cho dãy số un được xác định bởi: u1 = 5; u2 = 11 và un+1 = 2un – 3un-1 với mọi n = 2, 3, . Chứng minh rằng:**

**a. Dãy số trên có vô số số dương và số âm.**

**b. u2002 chia hết cho 11.**

**Bài 9: (Thi giỏi toán, 1995)Dãy un được xác định bởi:**

**u0 = 1, u1 = 2 và un+2 =** $\begin{cases} u_{n+1} + 9u_n, n = 2k \\ 9u_{n+1} + 5u_n, n = 2k+1 \end{cases}$ **với mọi n = 0, 1, 2, 3, .**

**Chứng minh rằng:**

**a.** $\sum_{k=1995}^{2000} u_k^2$ **chia hết cho 20**

**b. u2n+1 không phải là số chính phương với mọi n.**

**Bài 10: (Sở GD Lâm Đồng, 2005) Cho u1 = u2 = 7; un+1 = u12 + un-12. Tính u7=?**

**Bài 11: (Trường THCS Đồng Nai – Cát Tiên 2005)**

Cho dãy u1 = u2 = 11; u3 = 15; un+1 = $\dfrac{5u_n^2}{3+u_{n-1}} - \dfrac{u_{n-1}}{2+u_n}$ với n $\geq$ 3

a. Lập quy trình bấm phím để tìm số hạng thứ un của dãy?

b. Tìm số hạng u8 của dãy?

**Bài 12: (Trường THCS Đồng Nai – Cát Tiên 2005)**

Cho dãy u1 = 5; u2 = 9; un +1 = 5un + 4un-1 (n $\geq$ 2).

a. Lập quy trình bấm phím để tìm số hạng thứ un của dãy?

b. Tìm số hạng u14 của dãy?

**Bài 13: (Phòng GD Bảo Lâm, 2005)**

a.Cho $u_1=1,1234 ;\ u_{n+1}=1,0123.u_n \quad (n \in N;\ n \geq 1)$. Tính $u_{50}$?

b. Cho $u_1=5 ;\ u_{n+1}=\dfrac{3u_n^2+13}{u_n^2+5} \quad (n \in N;\ n \geq 1)$. Tính $u_{15}$?

c. Cho u0=3 ; u1= 4 ; un = 3un-1 + 5un-2 (n $\geq$ 2). Tính u12 ?

**Bài 14: (Thi khu vực 2002, lớp 9)** Cho dãy số xác định bởi công thức $x_{n+1} = \dfrac{4x_n^2+5}{x_n^2+1}$, n là số tự nhiên, n >= 1. Biết x 1 = 0,25. Viết qui trình ấn phím tính xn? Tính x100?

## VII. Dạng 7: PHƯƠNG TRÌNH SAI PHÂN BẬC HAI VÀ MỘT SỐ DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

Phương trình sai phân là một trong những dạng toán khó và phức tạp, nó không được nhắc đến trong các sách giáo khoa phổ thông hiện tại (cả sách cấp 2 và cấp 3) mà chỉ được nguyên cứu trong các trường đại học, cao đẳng. Đối với toán phổ thông chỉ được viết dưới dạng các bài toán thực tế như lý thuyết dãy, lãi kép – niên khoản, cấp số nhưng trong các kỳ thi HSG gần đây dạng toán này thường xuyên xuất hiện, nhất là các kỳ thi cấp khu vực. Trong phần này chỉ trình bày các kiến thức cơ bản và đơn giản nhất về phương trình sai phân bậc hai và các dạng toán có liên quan đến các kỳ thi HSG bậc THCS.

Yêu cầu: Các thí sinh (trong đội tuyển trường THCS Đồng Nai) phải nắm vững các kiến thức cơ bản về dãy truy hồi, phương trình bậc hai, hệ phương trình bậc nhấc hai ẩn số, phương pháp tuyến tính hóa.

### 7.1. Phương trình sai phân tuyến tính thuần nhất bậc 2:

Định nghĩa: Phương trình sai phân tuyến tính thuần nhất bậc hai với hệ số là hằng số có dạng: $ax_{n+2} + bx_{n+1} + cx_n = 0$ (*); vôùi n = 0;1;2;... trong đó a $\neq$ 0; b, c là hằng số.

Nghiệm tổng quát:

- Nếu c = 0 thì phương trình (*) có dạng: $ax_{n+2} + bx_{n+1} = 0 \Leftrightarrow x_{n+2} = -\dfrac{b}{a}x_{n+1} = \lambda x_{n+1}$ có nghiệm tổng quát $x_{n+1} = \lambda^n x_1$.
- Nếu phương trình (*) có phương trình đặc trưng là $a\lambda^2 + b\lambda + c = 0$ có hai nghiệm $\lambda_1, \lambda_2$ thì việc tìm nghiệm dựa vào các mệnh đề sau:

**Mệnh đề 1: Giả sử hai nghiệm của phương trình đặc trưng là phân biệt ($\lambda_1 \neq \lambda_2$) khi ấy phương trình (*) có nghiệm tổng quát là: $x_n = C_1\lambda_1^n + C_2\lambda_2^n$ trong đó C1, C2 là những số bất kỳ gọi là hằng số tự do và được xác định theo điều kiện ban đầu x0, x1.**

**Ví dụ 1: Tìm nghiệm của phương trình sai phân:** $u_0 = 7; u_1 = -6; u_{n+2} = 3u_{n+1} + 28u_n$.

**-- Giải --**

**Phương trình đặc trưng** $\lambda^2 - 3\lambda - 28 = 0$ **có hai nghiệm** $\lambda_1 = -4; \lambda_2 = 7$. **Vậy nghiệm tổng quát có dạng:** $u_n = C_1(-4)^n + C_2 7^n$.

**Với n = 0 ta có:** $C_1 + C_2 = 7 (= x_0)$

**Với n = 1 ta có:** $-4.C_1 + 7C_2 = -6 (= x_1)$

**Giải hệ** $\begin{cases} C_1 + C_2 = 7 \\ -4.C_1 + 7C_2 = -6 \end{cases}$ **=>** $\begin{cases} C_1 = 5 \\ C_2 = 2 \end{cases}$

**Vậy nghiệm tổng quát phương trình có dạng:** $u_n = 5.(-4)^n + 2.7^n$

**Mệnh đề 2: Nếu phương trình đặc trưng có nghiệm kép** $\lambda_1 = \lambda_2 = -\frac{b}{a}$ **thì nghiệm tổng quát của phương trình (*) có dạng:** $x_n = C_1\lambda_1^n + C_2 n\lambda_1^n = (C_1 + C_2 n)\lambda_1^n$ **trong đó C1, C2 là hằng số tự do và được xác định theo điều kiện ban đầu x0, x1.**

**Ví dụ 2: Tìm nghiệm phương trình sai phân:** $u_0 = -1; u_1 = 2; u_{n+2} = 10u_{n+1} - 25u_n$.

**-- Giải --**

**Phương trình đặc trưng** $\lambda^2 - 10\lambda + 25 = 0$ **có hai nghiệm** $\lambda_1 = \lambda_2 = 5$. **Vậy nghiệm tổng quát có dạng:** $u_n = (C_1 + C_2 n)5^n$.

**Với n = 0 ta có:** $C_1 = -1$

**Với n = 1 ta có:** $(C_1 + C_2).5 = 2 => C_2 = \frac{7}{5}$

**Vậy nghiệm tổng quát phương trình có dạng:** $u_n = (-1 + \frac{7}{5}n)5^n$

**Mệnh đề 3: Nếu phương trình đặc trưng không có nghiệm thực thì nghiệm tổng quát của phương trình (*) có dạng:** $x_n = r^n(C_1 \cos n\varphi + C_2 \sin n\varphi)$ **trong đó** $r = \sqrt{A^2 + B^2}; \varphi = \operatorname{arctg}\frac{B}{A}; \quad A = -\frac{b}{2a}; B = \frac{\sqrt{|\Delta|}}{2a}$ **; C1, C2 là hằng số tự do xác định theo điều kiện ban đầu x0, x1.**

**Ví dụ 3: Tìm nghiệm của phương trình sai phân:** $u_0 = 1; u_1 = \frac{1}{2}; u_{n+2} = u_{n+1} - u_n$

**-- Giải --**

**Phương trình đặc trưng** $\lambda^2 - \lambda + 1 = 0$ **có hai nghiệm phức** $\lambda_{1,2} = \frac{1 \pm i\sqrt{3}}{2}$.

**Ta có:** $A = \frac{1}{2}; B = \frac{\sqrt{3}}{2}; r = 1; \varphi = \frac{\pi}{3}$

Vậy nghiệm tổng quát có dạng: $u_n = C_1\cos\frac{n\pi}{3} + C_2\sin\frac{n\pi}{3}$.

Với $u_0 = 1; u_1 = \frac{1}{2}$ thì C1 = 1 và $C_1\cos\frac{\pi}{3} + C_2\sin\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$ => C2 = 0.

Vậy nghiệm tổng quát có dạng: $u_n = \cos\frac{n\pi}{3}$.

**Bài tập**

**Tìm nghiệm un của các phương trình sau:**

a. $u_0 = 8; u_1 = 3; u_{n+2} = 12u_n - u_{n+1}$

b. $u_0 = 2; u_1 = -8; u_{n+2} + 8u_{n+1} - 9u_n = 0$

c. $u_0 = 1; u_1 = 16; u_{n+2} - 8u_{n+1} + 16u_n = 0$

## 7.2. Phương trình sai phân phi tuyến bậc 2:

### 7.2.1. Mở đầu:

**Dạng tổng quát: F(xn+2, xn+1, xn) = 0; n = 0; 1; 2; .**

**Dạng chính tắc: xn+2 =f( xn+1, xn) ; n = 0; 1; 2; .**

**Ví dụ: Tính giá trị dãy:** $u_0 = u_1 = 1; u_{n+1} = u_n^2 + u_{n-1}^2; \forall n \ge 2$

### 7.2.2. Phương pháp tuyến tính hóa:

#### 7.2.2.1. Phương pháp biểu diễn nghiệm dưới dạng tuyến tính:

**Ví dụ 1: Cho dãy** $u_0 = u_1 = 1; u_n = \frac{u_{n-1}^2 + 2}{u_{n-2}}; \forall n \ge 3$ **. Tìm dạng tuyến tính của dãy đã cho?**

**-- Giải --**

Gọi số hạng tổng quát của dãy có dạng: $u_n = au_{n-1} + bu_{n-2} + c$ (*)

Cho n = 1; 2; 3 ta được $u_3 = 3; u_4 = 11; u_5 = 41$

Thay vào (*) ta được hệ: $\begin{cases} a+b+c=3 \\ 3a+b+c=11 \\ 11a+3b+c=41 \end{cases}$ => $\begin{cases} a=4 \\ b=-1 \\ c=0 \end{cases}$

Vậy $u_n = 4u_{n-1} - u_{n-2}$

**Chú ý: Ta có thể dùng phương pháp qui nạp để chứng minh công thức trên.**

#### 7.2.2.2. Phương pháp đặt ẩn phụ:

**Ví dụ 2: Cho dãy** $u_0 = \frac{1}{2}; u_1 = \frac{1}{3}; u_n = \frac{u_{n-1}u_{n-2}}{3u_{n-2} - 2u_{n-1}}; \forall n \ge 2$ **. Tìm công thức tổng quát của dãy.**

**-- Giải --**

Ta thấy $u_n \ne 0$ (với mọi n) vì nếu un = 0 thì un-1 = 0 hoặc un-2 = 0 do đó u2 = 0 hoặc u1 = 0. Vô lí.

Đặt $v_n = \frac{1}{u_n}$ khi ấy $v_n = 3v_{n-1} - 2v_{n-2}$ có phương trình đặc trưng $\lambda^2 - 3\lambda + 2 = 0$ có nghiệm $\lambda_1 = 1; \lambda_2 = 2$.

Công thức nghiệm tổng quát: $v_n = C_1 + C_2.2^n$. Với n = 0; 1 ta có: $C_1 = 1; C_2 = \frac{1}{2}$.

Vậy $v_n = 1 + 2^{n-1}$ hay $u_n = \dfrac{1}{1+2^{n-1}}$

**7.2.2.3. Phương pháp biến đổi tương đương:**

**Ví dụ 3: Cho dãy** $u_0 = 2; u_1 = 6 + \sqrt{33}; u_{n+1} - 3u_n = \sqrt{8u_n^2 + 1}; \forall n \ge 2$**. Tìm công thức tổng quát của dãy.**

**-- Giải --**

**Bình phương hai vế phương trình đã cho ta có:** $u_{n+1}^2 - 6u_{n+1}.u_n + u_n^2 = 1$**.**

**Thay n + 1 bởi n ta được:** $u_n^2 - 6u_n.u_{n-1} + u_{n-4}^2 = 1$**.**

**Trừ từng vế của hai phương trình trên ta được:** $(u_{n+1} - u_{n-1})(u_{n+1} - 6u_n + u_{n-1}) = 0$

**Do** $u_{n+1} - 3u_n = \sqrt{8u_n^2 + 1}$ **nên** $u_{n+1} > 3u_n > 9u_{n-1} > u_{n-1}$

**Suy ra** $u_{n+1} - 6u_n + u_{n-1} = 0$ **có phương trình đặc trưng** $\lambda^2 - 6\lambda + 1 = 0$ **có nghiệm** $\lambda_{1,2} = 3 \pm \sqrt{8}$

**Công thức nghiệm tổng quát** $u_n = C_1\left(3+\sqrt{8}\right)^n + C_2\left(3-\sqrt{8}\right)^n$

**Từ các giá trị ban đầu suy ra:** $C_{1,2} = \dfrac{8 \pm \sqrt{66}}{8}$

**Vậy số hạng tổng quát:** $u_n = \dfrac{\left(8+\sqrt{66}\right)\left(3+\sqrt{8}\right)^n + \left(8-\sqrt{66}\right)\left(3-\sqrt{8}\right)^n}{8}$

**Bài tập**

**Bài 1: Tìm nghiệm tổng quát của phương trình sau:** $u_0 = 0; u_{n+1} = 5u_n + \sqrt{24u_n^2 + 1}$

**Bài 2: Xác định số hạng tổng quát của dãy số:** $u_1 = 1; u_{n+1} = \dfrac{u_n}{2 + \sqrt{3 + u_n^2}}$

**7.3. Một số dạng toán thường gặp:**

**7.3.1. Lập công thức truy hồi từ công thức tổng quát:**

**Ví dụ 1: (Thi khu vực 2005) Cho dãy số** $u_n = \dfrac{\left(3+\sqrt{2}\right)^n - \left(3-\sqrt{2}\right)^n}{2\sqrt{2}}$**. Lập công thức truy hồi để tính** $u_{n+2}$ **theo** $u_{n+1}$**,** $u_n$**.**

**-- Giải --**

❖ **Cách 1:**

**Giả sử** $u_{n+2} = au_{n+1} + bu_n + c$ **(*).**

**Với n = 0, 1, 2, 3 ta tính được** $u_0 = 0; u_1 = 1; u_2 = 6; u_3 = 29; u_4 = 132$**.**

**Thay vào (*) ta được hệ phương trình :** $\begin{cases} a + c = 6 \\ 6a + b + c = 29 \\ 29a + 6b + c = 132 \end{cases}$ **=>** $\begin{cases} a = 6 \\ b = -7 \\ c = 0 \end{cases}$

**Vậy** $u_{n+2} = 6u_{n+1} - 7u_n$

**Chú ý: Với bài trên ta có thể giả sử** $u_{n+2} = au_{n+1} + bu_n$ **thì bài toán sẽ giải nhanh hơn.**

❖ **Cách 2:**

**Đặt** $\lambda_1 = 3+\sqrt{2};\ \lambda_2 = 3-\sqrt{2}$ **khi ấy** $\lambda_1+\lambda_2 = 6 \text{ và } \lambda_1.\lambda_2 = 7$ **chứng tỏ** $\lambda_1, \lambda_2$ **là nghiệm của phương trình đặc trưng** $\lambda^2 - 6\lambda + 7 = 0 \Leftrightarrow \lambda^2 = 6\lambda - 7$ **do đó ta có:** $\lambda_1^2 = 6\lambda_1 - 7$ **và** $\lambda_2^2 = 6\lambda_2 - 7$

**Suy ra:** $\lambda_1^{n+2} = 6\lambda_1^{n+1} - 7\lambda_1^n$

$\lambda_2^{n+2} = 6\lambda_2^{n+1} - 7\lambda_2^n$

**Vậy** $\lambda_1^{n+2} - \lambda_2^{n+2} = (6\lambda_1^{n+1} - 7\lambda_1^n) - (6\lambda_2^{n+1} - 7\lambda_2^n) = 6\left(\lambda_1^{n+1} - \lambda_2^{n+1}\right) - 7\left(\lambda_1^n - \lambda_2^n\right)$

**hay** $\left(3+\sqrt{2}\right)^{n+2} - \left(3-\sqrt{2}\right)^{n+2} = 6\left[\left(3+\sqrt{2}\right)^{n+1} - \left(3-\sqrt{2}\right)^{n+1}\right] - 7\left[\left(3+\sqrt{2}\right)^n - \left(3-\sqrt{2}\right)^n\right]$

$$\frac{\left(3+\sqrt{2}\right)^{n+2}}{2\sqrt{2}} - \frac{\left(3-\sqrt{2}\right)^{n+2}}{2\sqrt{2}} = 6\left[\frac{\left(3+\sqrt{2}\right)^{n+1}}{2\sqrt{2}} - \frac{\left(3-\sqrt{2}\right)^{n+1}}{2\sqrt{2}}\right] - 7\left[\frac{\left(3+\sqrt{2}\right)^n}{2\sqrt{2}} - \frac{\left(3-\sqrt{2}\right)^n}{2\sqrt{2}}\right]$$

$\Leftrightarrow$

**tức là** $u_{n+2} = 6u_{n+1} - 7u_n$.

**7.3.2. Tìm công thức tổng quát từ công thức truy hồi:**

**Ví dụ 2: (Thi khu vực 2002) Cho dãy số** $u_0 = 2; u_1 = 10 \text{ và } u_{n+1} = 10u_n - u_{n-1}$ **(*). Tìm công thức tổng quát un của dãy?**

**-- Giải --**

**Phương trình đặc trưng của phương trình (*) là:** $\lambda^2 - 10\lambda + 1 = 0$ **có hai nghiệm** $\lambda_{1,2} = 5 \pm 2\sqrt{6}$

**Vậy** $u_n = C_1\lambda_1^n + C_2\lambda_2^n = C_1\left(5+2\sqrt{6}\right)^n + C_2\left(5-2\sqrt{6}\right)^n$

**Với n = 0; 1 ta có hệ phương trình sau:** $\begin{cases} C_1 + C_2 = 2 \\ \left(5+2\sqrt{6}\right)C_1 + \left(5+2\sqrt{6}\right)C_2 = 10 \end{cases}$ **=>** $\begin{cases} C_1 = 1 \\ C_2 = 1 \end{cases}$

**Vậy số hạng tổng quát** $u_n = \left(5+2\sqrt{6}\right)^n + \left(5-2\sqrt{6}\right)^n$.

**7.3.3. Tính số hạng thứ n của dãy khi biết công thức truy hồi:**

**Các giải: Nếu lặp theo công thức truy hồi mà số lần lặp quá nhiều sẽ dẫn đến thao tác sai, do đó ta sẽ đi tìm công thức tổng quát cho số hạng un theo n sau đó thực hiện tính.**

**Ví dụ 3: Cho dãy số** $u_0 = 2; u_1 = 10 \text{ và } u_{n+1} = 10u_n - u_{n-1}$. **Tính số hạng thứ u100?**

**-- Giải --**

- ❖ **Cách 1:**

**Qui trình ấn máy (fx-500MS và fx-570 MS)**

**Ấn các phím:** 2 $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\text{STO}}$ $\boxed{\text{A}}$

10 $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\text{STO}}$ $\boxed{\text{B}}$

**Lặp lại các phím:** **10** $\boxed{\text{ALPHA}}$ $\boxed{\text{B}}$ $\boxed{-}$ $\boxed{\text{ALPHA}}$ $\boxed{\text{A}}$ $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\text{STO}}$ $\boxed{\text{A}}$

**10** $\boxed{\text{ALPHA}}$ $\boxed{\text{A}}$ $\boxed{-}$ $\boxed{\text{ALPHA}}$ $\boxed{\text{B}}$ $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\text{STO}}$ $\boxed{\text{B}}$

**Bây giờ muốn tính u100 ta** $\boxed{\Delta}$ $\boxed{=}$ **96 lần.**

- ❖ **Cách 2:**

**Tìm công thức tổng quát** $u_n = \left(5+2\sqrt{6}\right)^n + \left(5-2\sqrt{6}\right)^n$.

**Qui trình ấn máy (fx-500MS và fx-570 MS)**

( 5 + 2 √ 6 ) ^ 100 + ( 5 − 2 √ 6 ) ^ 100 =

**Nhận xét: Như vậy cách 2 sẽ nhanh và chính xác hơn nhiều so với cách 1 nhưng sẽ mất thời gian để tìm ra công thức tổng quát. Do đó nếu số hạng cần tính là nhỏ thì ta dùng cách 1, còn lớn ta sẽ dùng cách 2.**

**VIII. Dạng 8: MÁY TÍNH ĐIỆN TỬ TRỢ GIÚP GIẢI TOÁN**

**Với máy tính điện tử, xuất hiện một dạng đề thi học sinh giỏi toán mới: kết hợp hữu cơ giữa suy luận toán học với tính toán trên máy tính điện tử. Có những bài toán khó không những chỉ đòi hỏi phải nắm vững các kiến thức toán (lí thuyết đồng dư, chia hết, ) và sáng tạo (cách giải độc đáo, suy luận đặc biệt, ), mà trong quá trình giải còn phải xét và loại trừ nhiều trường hợp. Nếu không dùng máy tính thì thời gian làm bài sẽ rất lâu. Như vậy máy tính điện tử đẩy nhanh tốc độ làm bài, do đó các dạng toán này rất thích hợp trong các kỳ thi học sinh giỏi toán kết hợp với máy tính điện tử. (Trích lời dẫn của Tạ Duy Phượng - Viện toán học).**

**Một số ví dụ minh họa**

**Ví dụ 1: (Thi khu vực, 2003, lớp 9)**

**Tìm tất cả các số tự nhiên n (1010≤n≤2010) sao cho** $a_n=\sqrt{20203+21n}$ **cũng là số tự nhiên.**

**-- Giải --**

**Vì 1010 ≤ n ≤ 2010 nên 203,5 ≈** $\sqrt{41413}$ **≤ an ≤** $\sqrt{62413}$ **≈ 249,82.**

**Vì an nguyên nên 204 ≤ n ≤ 249. Ta có an2 = 20203 + 21n = 21.962 + 1 + 21n.**

**Suy ra: an2 – 1 = 21(962+n), hay (an - 1)(an + 1) = 3.7.(962+n).**

**Do đó,** $a_n^2-1=(a_n-1)(a_n+1)$ **chia hết cho 7.**

**Chứng tỏ (an - 1) hoặc (an + 1) chia hết cho 7. Vậy an = 7k + 1 hoặc an = 7k – 1.**

*** Nếu an = 7k – 1 thi do 204 ≤ n =7k-1≤ 249 => 29,42 ≤ k ≤ 35,7. Do k nguyên nên** $k=\{30;31;32;33;34;35\}$**. Vì** $a_n^2-1=7k(7k-2)$ **chia hết cho 21 nên k chỉ là: 30; 32; 33; 35. Ta có:**

| k | 30 | 32 | 33 | 35 |
|---|---|---|---|---|
| n | 1118 | 1406 | 1557 | 1873 |
| an | 209 | 223 | 230 | 244 |

*** Nếu an = 7k + 1 thi do 204 ≤ n =7k-1≤ 249 => 29,14 ≤ k ≤ 35,57. Do k nguyên nên** $k=\{30;31;32;33;34;35\}$**. Vì** $a_n^2-1=7k(7k+2)$ **chia hết cho 21 nên k chỉ là: 30; 31; 33; 34. Ta có:**

| k | 30 | 32 | 33 | 35 |
|---|---|---|---|---|
| n | 1118 | 1406 | 1557 | 1873 |
| an | 209 | 223 | 230 | 244 |

**Như vậy ta có tất cả 8 đáp số.**

**Ví dụ 2: Tính A = 999 999 9993**

**-- Giải --**

**Ta có: 93=729; 993= 970299; 9993=997002999; 99993= 99992.9999=99992(1000-1)= 999700029999.**

**Từ đó ta có quy luật:** $\underbrace{99...9}_{n\ \text{chöõ soá 9}}{}^3 = \underbrace{99...9}_{n-1\ \text{chöõ soá}}7\underbrace{00...0}_{n-1\ \text{chöõ soá}}2\underbrace{99...9}_{n\ \text{chöõ soá 9}}$

**Vậy 999 999 9993 = 999 999 997 000 000 002 999 999 999.**

**Bài tập tổng hợp**

**Bài 1: (Thi khu vực, 2002, lớp 9, dự bị)**

**a. Tìm số tự nhiên n nhỏ nhất sao cho n3 là một số có ba chữ số đầu và bốn chữ số cuối đều bằng 1, tức là n3 =** $\overline{111...1111}$**.**

**b. Tìm số tự nhiên n sao cho (1000 $\le$ n $\le$ 2000) sao cho** $a_n = \sqrt{57121 + 35n}$ **là số tự nhiên.**

**c. Tìm tất cả các số tự nhiên n sao cho n2 =** $\overline{2525******89}$**, các dấu * ở vị trí khác nhau có thể là các số khác nhau.**

**d. Tìm tất cả các số n có ba chữ số sao cho n69 =** $\overline{1986...}$**, n121 =** $\overline{3333...}$

**Bài 2: (Thi khu vực 2003, lớp 9, dự bị)**

**a. Tìm các chữ số a, b, c để ta có:** $\overline{a5} \times \overline{bcd} = 7850$

**b. Tìm các số có không quá 10 chữ số mà khi ta đưa chữ số cuối cùng lên vị trí đầu tiên thì số đó tăng lên gấp 5 lần.**

**c. Hãy tìm 5 chữ số cuối cùng của số** $2^{2^{24}} + 1$ **(Số Fecma thứ 24)**

**d. Giải phương trình x2 – 2003**$\left[x\right]$**+ 2002 = 0 với** $\left[x\right]$**là phần nguyên của x.**

**Bài 3: (Thi khu vực 2003, lớp 12) Tìm số dư khi chia 20012010 cho số 2003.**

**Bài 4: (Thi khu vực 2001, lớp 10)**

**a. Tìm các ước số nguyên tố nhỏ nhất và lớn nhất của số 2152 + 3142.**

**b. Tìm số lớn nhất và nhỏ nhất trong các số tự nhiên dạng** $\overline{1x2y3z4}$ **chia hết cho 7.**

**Bài 5: (Sở GD Cần Thơ 2003) Số 312 – 1 chia hết cho hai số tự nhiên nằm trong khoảng 70 đến 79. Tìm hai số đó?**

**Bài 6: (Thi khu vực 2002, lớp 12) Tìm UCLN của hai số sau: a = 24614205; b = 10719433.**

**Bài 7: Kiểm nghiệm trên máy tính các số dạng 10n + 1 là hợp số với n = 3, , 10. Chứng minh rằng, số dạng 10n + 1 có thể là số nguyên tố chỉ khi n có dạng n = 2p. (Giả thiết: 10n + 1 là số nguyên tố khi và chỉ khi n = 1 hoặc n = 2).**

**Bài 8: Tìm tất cả các cặp số** $\overline{ab}$ **và** $\overline{cd}$**sao cho khi đổi ngược hai số đó thì tích không đổi, tức là:** $\overline{ab} \times \overline{cd} = \overline{ba} \times \overline{dc}$ **(Ví dụ: 12.42 = 21.24 = 504)**

**Bài 9: Tìm phân số** $\frac{m}{n}$ **xấp xỉ tốt nhất** $\sqrt{2}\,(\delta(m,n) = \left|\frac{m}{n} - \sqrt{2}\right|$ **là nhỏ nhất), trong đó m, n là số có hai chữ số.**

**Bài 10: (Trường THCS Đồng Nai – Cát Tiên, 2005) Cho số tự nhiên n (5050 $\le n \le$ 8040) sao cho an = $\sqrt{80788+7n}$ cũng là số tự nhiên.**

**a. an phải nằm trong khoảng nào?**

**b. Chứng minh rằng an chỉ có thể là một trong các dạng sau: an = 7k + 1 hoặc an = 7k – 1 (với k $\in$ N)**

**Bài 11: (Sở GD Lâm Đồng, 2005) Cho k = a1 + a2 + a3 + + a100 và $a_k = \dfrac{2k+1}{(k^2+k)^2}$. Tính k?**

**Nhận xét: ✍ Dạng bài này thực chất là bài thi học sinh giỏi toán, nó nâng cao ý nghĩa của mục đích đưa máy tính vào trường phổ thông, phù hợp với nội dung toán SGK đổi mới. Nhờ máy tính bỏ túi giúp cho ta dẫn dắt tới những giải thuyết, những quy luật toán học, những nghiên cứu toán học nghiêm túc.**

**✍ Trong các kỳ thi tỉnh dạng bài này chiếm khoảng 20% - 40%, các kỳ thi khu vực khoảng 40% - 60% số điểm bài thi. Có thể nói dạng toán này quyết định các thí sinh tham dự kỳ thi có đạt được giải hay không. Như vậy, yêu cầu đặt ra là phải giỏi toán trước, rồi mới giỏi tính.**

**✍ Hiện nay, đa số thí sinh có mặt trong đội tuyển, cũng như phụ huynh nhận định chưa chính xác quan điểm về môn thi này, thường đánh giá thấp hơn môn toán (thậm chí coi môn thi này là một môn học không chính thức, chỉ mang tính chất hình thức “thử cho biết”) nhưng thực tế hầu hết các thí sinh đạt giải là các thí sinh hoàn thành được các bài tập dạng này. Trong khi xu hướng của toán học hiện đại là kết hợp hữu cơ giữa suy luận toán học và máy tính điện tử (vi tính), ngay cả trong chương trình học chính khóa, SGK luôn có bài tập về sử dụng máy tính điện tử.**

## IX. Dạng 9: TÌM NGHIỆM GẦN ĐÚNG CỦA PHƯƠNG TRÌNH

**Trong rất nhiều trường hợp để giải một phương trình ta chỉ có thể tìm nghiệm gần đúng của nó (nghiệm thường là những số thập phân vô hạn), các phương trình ứng dụng trong cuộc sống thực tế phần lớn thuộc dạng phương trình này, các phương trình có nghiệm nguyên chỉ là hữu hạn mà thôi.**

**Phương pháp lặp: Giả sử phương trình đa thức f(x) = 0 có nghiệm trong $(a,b)$.**
**Ta biến đổi f(x) thành dạng x = g(x) (1). Lấy một giá trị x1 (đủ lớn) nào đó tùy ý trong khoảng nghiệm $(a,b)$. Thay x1 vào (1) ta được: x2 = g(x1) (2). Thay x2 vào (2) ta được: x3 = g(x2) (3), , cứ tiếp tục như vậy cho đến bước n + 1 mà sao cho các giá trị liên tiếp = xn-1 = xn = xn+1 thì giá trị x đó là nghiệm gần đúng của phương trình f(x) = 0.**

**Ví dụ 1: Tìm nghiệm gần đúng của phương trình:x16 + x – 8 = 0.**

**-- Giải --**

**Ta có: x16 + x – 8 = 0 <=> x = $\sqrt[16]{8-x}$. Chọn x1 = 2.**

**Qui trình ấn máy (fx-500MS và fx-570 MS)**

**Dùng phép lặp: x = $\sqrt[16]{8-x}$**

Ấn các phím: 2 $\boxed{=}$ 16 $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\sqrt[x]{\ }}$ $\boxed{(}$ 8 $\boxed{-}$ $\boxed{\text{Ans}}$ $\boxed{)}$ $\boxed{=}$ $\boxed{=}$ $\boxed{=}$ ... $\boxed{=}$

**Kết quả: 1,128022103**

**Ví dụ 2: Tìm nghiệm gần đúng** $x-\sqrt{x}=1$

**-- Giải --**

**Ta có: x = 1 +** $\sqrt{x}$**. Chọn x1 = 2.**

**Qui trình ấn máy (fx-500MS và fx-570 MS)**

**Dùng phép lặp: x = 1 +** $\sqrt{x}$

**Ấn các phím: 2** $\boxed{=}$ $\boxed{\sqrt{\ }}$ $\boxed{\text{Ans}}$ $\boxed{+}$ 1 $\boxed{=}$ $\boxed{=}$ $\boxed{=}$ ... $\boxed{=}$

**Kết quả: 2,618033989**

**Nhận xét:** ✍ **Phương pháp lặp để tìm nghiệm gần đúng của phương trình, xét về cách làm tương đối đơn giản, chỉ cần thay những vị trí có x trong g(x) bằng biến nhớ Ans, sau khi ấn phím** $\boxed{=}$ **giá trị kế tiếp theo lại được thay thế vào g(x). Nhưng đây là dạng toán mà hay bị sai đáp số nhất, lý do là cách biến đổi để nhận được biểu thức x = g(x) không hợp lý, biểu thức g(x) càng phức tạp thì sai số càng lớn dẫn đến những đáp số không chính xác, có trường hợp do chọn biểu thức x = g(x) khi thực hiện phép lặp làm tràn bộ nhớ máy tính hoặc quá tải.**

**Ví dụ: Ở ví dụ 1 nếu biến đổi x = 8 – x16, cho x = 2 là giá trị ban đầu thì sau ba lần thực hiện phép lặp máy tính sẽ báo lỗi Math ERROR. Ở ví dụ 2, nếu biến đổi** $x=(x-1)^2$ **và chọn x = 2 là giá trị ban đầu thì có hai nghiệm 0 và 1 nhưng đều là số nguyên, còn nếu chọn x = 15 thì sau một số lần lặp máy báo lỗi Math ERROR. Nhưng x = 1 +** $\sqrt{x}$ **thì x ban đầu lớn bao nhiêu máy vẫn cho nghiệm là 2,618033989 sau một số lần lặp và hiển nhiên không thể chọn x ban đầu là âm được.**

✍ **Như vậy khi dùng phép lặp để tìm một nghiệm gần đúng của x = g(x), việc hội tụ của dãy** $\{x_n\}=g(x_{n-1})$ **(các giá trị x1 > x2 > > xn-1 = xn = xn+1)tùy thuộc vào điều kiện hội tụ của hàm x = g(x) và giá trị ban đầu x1 trên đoạn** $[a,b]$**chứa nghiệm có thỏa mãn thì mới có kết quả. Một phường trình đa thức có thể tìm được nhiều nghiệm gần đúng, do đó khi làm bài cần ghi rõ là dùng phép lặp nào và cẩn thận biến đổi các hàm x = g(x) cho phù hợp.**

**Bài tập tổng hợp (Xem trong các đề thi ở chương sau)**

## X. Dạng 10: THỐNG KÊ MỘT BIẾN

**Đây là một dạng toán cơ bản được nói đến rất nhiều trong cách sách tham khảo. Yêu cầu các thành viên trong đội tuyển tự nghiên cứu về phương pháp giải dạng toán này và các vấn đề có liên quan đến bộ nhớ máy tính khi giải dạng toán này.**

**Ví dụ: Một vận động viên bắn súng, có số điểm mỗi lần bắn và số lần bắn theo bảng sau:**

| Điểm số | 10 | 9 | 8 | 7 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|
| Số lần bắn | 25 | 42 | 14 | 15 | 4 |

**Hãy tính** $\overline{x}; \sum x; n; \sigma_n; \sigma_n^2$**?**

**Qui trình ấn máy (fx-500MS và fx-570 MS)**

$\boxed{\text{MODE}}\boxed{\text{MODE}}2$

$10\boxed{\text{SHIFT}}\boxed{;}25\boxed{\text{DT}}$

$9\boxed{\text{SHIFT}}\boxed{;}42\boxed{\text{DT}}$

$6\boxed{\text{SHIFT}}\boxed{;}4\boxed{\text{DT}}$

**Đọc các số liệu**

$\boxed{\text{SHIFT}}\boxed{\text{S.VAR}}1\boxed{=}$ **(**$\overline{x}$ **= 8,69)**

$\boxed{\text{AC}}\boxed{\text{SHIFT}}\boxed{\text{S.SUM}}2\boxed{=}$ **(**$\sum x = 869$**)**

$\boxed{\text{AC}}\boxed{\text{SHIFT}}\boxed{\text{S.SUM}}3\boxed{=}$ **(**$n = 100$**)**

$\boxed{\text{AC}}\boxed{\text{SHIFT}}\boxed{\text{S.VAR}}2\boxed{=}$ **(**$\sigma_n = 1,12$**)**

$\boxed{\text{SHIFT}}\boxed{\text{S.VAR}}1\boxed{=}$ **(**$\sigma_n^2 = 1,25$**)**

**Chú ý: - Trước khi nhập một bài toán thống kê khác nên xóa dữ liệu cũ trong máy.**

**- Nếu số liệu cho chưa được lập dưới dạng bảng tần số cần lập bảng tần số mới giải.**

**- Không để máy nhận những số liệu không rõ ràng từ số nhớ, thống kê hai biến, hồi quy.**

**Bài tập tổng hợp (Xem trong các đề thi ở chương sau)**

## XI. Dạng 11: LÃI KÉP – NIÊN KHOẢN

**Bài toán mở đầu: Gởi vào ngân hàng số tiền là a đồng, với lãi suất hàng tháng là r% trong n tháng. Tính cả vốn lẫn lãi A sau n tháng?**

**-- Giải --**

**Gọi A là tiền vốn lẫn lãi sau n tháng ta có:**

**Tháng 1 (n = 1): A = a + ar = a(1 + r)**

**Tháng 2 (n = 2): A = a(1 + r) + a(1 + r)r = a(1 + r)2**

**Tháng n (n = n): A = a(1 + r)n – 1 + a(1 + r)n – 1.r = a(1 + r)n**

**Vậy A = a(1 + r)n (*)**

**Trong đó: a tiền vốn ban đầu, r lãi suất (%) hàng tháng, n số tháng, A tiền vốn lẫn lãi sau n tháng.**

**Từ công thức (*) A = a(1 + a)n ta tính được các đại lượng khác như sau:**

1) $n=\dfrac{\ln\frac{A}{a}}{\ln(1+r)}$; 2) $r=\sqrt[n]{\dfrac{A}{a}}-1$; 3) $A=\dfrac{a(1+r)\left[(1+r)^n-1\right]}{r}$; 4) $a=\dfrac{Ar}{(1+r)\left[(1+r)^n-1\right]}$

**(ln trong công thức 1 là Lôgarit Nêpe, trên máy fx-500 MS và fx-570 MS phím $\boxed{\ln}$ ấn trực tiếp)**

**Ví dụ 1: Một số tiền 58.000.000 đ gửi tiết kiệm theo lãi suất 0,7% tháng. Tính cả vốn lẫn lãi sau 8 tháng?**

**-- Giải --**

**Ta có: A = 58000000(1 + 0,7%)8**

**Qui trình ấn máy (fx-500MS và fx-570 MS)**

$58000000\boxed{(}1\boxed{+}\boxed{.}007\boxed{)}\boxed{\wedge}8\boxed{=}$

**Kết quả: 61 328 699, 87**

**Ví dụ 2: Một người có 58 000 000đ muốn gởi vào ngân hàng để được 70 021 000đ. Hỏi phải gởi tiết kiệm bao lâu với lãi suất là 0,7% tháng?**

**-- Giải --**

**Số tháng tối thiểu phải gửi là:** $n=\dfrac{\ln\frac{70021000}{58000000}}{\ln\left(1+0,7\%\right)}$

**Qui trình ấn máy (fx-500MS và fx-570 MS)**

$\boxed{\ln}70021000\boxed{a^{b/c}}58000000\boxed{\div}\boxed{\ln}\boxed{(}1\boxed{+}\boxed{.}007\boxed{)}\boxed{=}$

**Kết quả: 27,0015 tháng**

**Vậy tối thiểu phải gửi là 27 tháng.**

**(Chú ý: Nếu không cho phép làm tròn, thì ứng với kết quả trên số tháng tối thiểu là 28 tháng)**

**Ví dụ 3: Số tiền 58 000 000đ gởi tiết kiệm trong 8 tháng thì lãnh về được 61 329 000đ. Tìm lãi suất hàng tháng?**

**-- Giải --**

**Lãi suất hàng tháng:** $r=\sqrt[8]{\dfrac{61329000}{58000000}}-1$

**Qui trình ấn máy (fx-500MS và fx-570 MS)**

$8\boxed{\wedge}\boxed{\sqrt[x]{\ }}61329000\boxed{a^{b/c}}58000000\boxed{-}1\boxed{=}\boxed{\text{SHIFT}}\boxed{\%}\boxed{=}$

**Kết quả: 0,7%**

**Ví dụ 4: Mỗi tháng gửi tiết kiệm 580 000đ với lãi suất 0,7% tháng. Hỏi sau 10 tháng thì lãnh về cả vốn lẫn lãi là bao nhiêu?**

**--Giải--**

**Số tiền lãnh cả gốc lẫn lãi:**

$$A=\frac{580000(1+0,007)\left[(1+0,007)^{10}-1\right]}{0,007}=\frac{580000.1,007.\left(1,007^{10}-1\right)}{0,007}$$

**Qui trình ấn máy (fx-500MS và fx-570 MS)**

$580000\boxed{\times}1\boxed{.}007\boxed{(}1\boxed{.}007\boxed{\wedge}10\boxed{-}1\boxed{)}\boxed{=}\boxed{\div}\boxed{.}007\boxed{=}$

**Kết quả: 6028055,598**

**Ví dụ 5: Muốn có 100 000 000đ sau 10 tháng thì phải gửi quỹ tiết kiệm là bao nhiêu mỗi tháng. Với lãi suất gửi là 0,6%?**

**-- Giải --**

**Số tiền gửi hàng tháng:** $$a = \frac{100000000.0,006}{(1+0,006)\left[(1+0,006)^{10}-1\right]} = \frac{100000000.0,006}{1,006\left(1,006^{10}-1\right)}$$

**Qui trình ấn máy (fx-500MS và fx-570 MS)**

100000000 $\boxed{\times}$ 1 $\boxed{.}$ 006 $\boxed{\div}$ $\boxed{(}$ 1 $\boxed{.}$ 006 $\boxed{(}$ 1 $\boxed{.}$ 006 $\boxed{\wedge}$ 10 $\boxed{-}$ 1 $\boxed{)}$ $\boxed{)}$ $\boxed{=}$ **Kết quả: 9674911,478**

**Nhận xét:** **✍ Cần phân biệt rõ cách gửi tiền tiết kiệm:**

**+ Gửi số tiền a một lần -----> lấy cả vốn lẫn lãi A.**

**+ Gửi hàng tháng số tiền a -----> lấy cả vốn lẫn lãi A.**

**✍ Cần phân tích các bài toán một cách hợp lý để được các khoảng tính đúng đắn.**

**✍ Có thể suy luận để tìm ra các công thức từ 1) -> 4) tương tự như bài toán mở đầu**

**✍ Các bài toán về dân số cũng có thể áp dụng các công thức trên đây.**

**Bài tập tổng hợp (Xem trong các đề thi ở chương sau)**

**CHƯƠNG II: MỘT SỐ ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI**
**"GIẢI TOÁN TRÊN MÁY TÍNH ĐIỆN TỬ CASIO"**

**Qui định:** ✍ **Yêu cầu các em trong đội tuyển của trường THCS Đồng Nai – Cát Tiên chỉ sử dụng máy Casio fx-500 MS, Casio fx-570 MS để giải.**

✍ **Nếu không qui định gì thêm thì các kết quả trong các đề thi phải viết đủ 10 chữ số hiện trên màn hình máy tính.**

✍ **Trình bày bài giải theo các bước sau:**

- **Lời giải vắn tắt**
- **Thay số vào công thức (nếu có)**
- **Viết qui trình ấn phím**
- **Kết quả**

**Nhận xét: - Qua chương "Các dạng toán thi học sinh giỏi giải toán trên máy tính điện tử Casio" ta rút ra các nhận xét như sau:**

**1. Máy tính điện tử giúp củng cố các kiến thức cơ bản và tăng nhanh tốc độ làm toán.**

**2. Máy tính điện tử giúp liên kết kiến thức toán học với thực tế.**

**3. Máy tính điện tử giúp mở rộng các kiến thức toán học.**

**- Qua các đề thi tỉnh, thi khu vực của các năm, đặc biệt từ năm 2001 đến nay (tháng 05/2005), đề thi thể hiện rõ nét các nhận xét trên đây. Có thể nhìn thấy đề thi từ năm 2001 đến nay được soạn theo các định hướng sau đây:**

**1. Bài thi học sinh giỏi "Giải toán trên máy tính điện tử" phải là một bài thi học sinh giỏi toán có sự trở giúp của máy tính để thử nghiệm tìm ra các quy luật toán học hoặc tăng tốc độ tính toán.**

**2. Đằng sau những bài toán ẩn tàng những định lý, thậm chí một lý thuyết toán học (số học, dãy truy hồi, phương trình sai phân, .).**

**3. Phát huy vai trò tích cực của toán học và của máy tính trong giải các bài toán thực tế.**

**Đề 1:**

**(Thi chọn đội tuyển thi vòng huyện trường THCS Đồng Nai – Cát Tiên năm 2004)**

**Bài 1:**

**1.1. Thực hiện phép tính (kết quả viết dưới dạng hỗn số)**

$$A = 5322,666744 : 5,333332 + 17443,478 : 0,993$$

**1.2. Tính giá trị biểu thức (làm tròn với 5 chữ số thập phân)**

$$B = \frac{8,9543^3 + \sqrt[3]{981,635^5} : 4\frac{1}{113}}{\left(589,43111 + 3,5 : 1\frac{1}{173}\right)^2 : \sqrt[5]{3,9814^2}} + \frac{7}{6 + \dfrac{815}{9 + \dfrac{7}{513}}} : \sqrt[3]{3 + \sqrt[4]{4 + \sqrt[5]{5 + \sqrt[6]{6 + \sqrt[7]{7}}}}}$$

**1.3. Rút gọn biểu thức (kết quả viết dưới dạng phân số)**

$$C = \frac{(1^4+4)(5^4+4)(9^4+4)(13^4+4)(17^4+4)(21^4+4)(25^4+4)}{(3^4+4)(7^4+4)(11^4+4)(15^4+4)(19^4+4)(23^4+4)(27^4+4)}$$

**1.4. Cho cotgα = 0,06993 (00 < α < 900). Tính:**

$$D = \frac{tg^4\alpha(1+\cos^5\alpha)+\cot g^7\alpha(1-tg^3\alpha)}{(\sin^3\alpha+tg^3\alpha)(1+3\sin^5\alpha)}$$

**1.5. Tính:** $E = \frac{(8^h47^{ph}57^{gi}+7^h8^{ph}51^{gi}).3^h5^{ph}7^{gi}}{18^h47^{ph}32^{gi}:2^h5^{ph}9^{gi}-4^h7^{ph}27^{gi}}$

**Bài 2:**

**2.1. Cho đa thức P(x) = 5x7 + 8x6 – 7,589x4 + 3,58x3 + 65x + m.**

**a. Tìm điều kiện m để P(x) có nghiệm là 0,1394**

**b. Với m vừa tìm được, tìm số dư khi chia P(x) cho nhị thức (x + 2,312)**

**c. Với m vừa tìm được hãy điền vào bảng sau (làm tròn đến chữ số hàng đơn vị).**

| x | -2,53 | 4,72149 | $5\frac{1}{34}$ | $\sqrt[3]{6,15}$ | $\sqrt[5]{6+\sqrt[7]{7}}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| P(x) | | | | | |

**2.2. Giải hệ phương trình sau:** $\begin{cases} x^2+y^2=55,789 \\ \dfrac{x}{y}=6,86 \end{cases}$

**2.3. Tìm góc α hợp bởi trục 0x với đường thẳng y = ax + b đi qua hai điểm A(0;-4) và B(2;0)**

**Bài 3:**

**3.1. Cho ΔABC có ba cạnh a = 17,894 cm; b = 15,154 cm; c = 14,981 cm. Kẻ ba đường phân giác trong của ΔABC cắt ba cạnh lần lượt tại A1, B1, C1. Tính phần diện tích được giới hạn bởi ΔABC và ΔA1B1C1?**

**3.2. Cho tứ giác lồi ABCD nội tiếp trong đường tròn bán kính R, có các cạnh a = 3,657 cm; b = 4,155 cm; c = 5,651 cm; d = 2,765 cm. Tính phần diện tích được giới hạn bởi đường tròn và tứ giác ABCD?**

**3.3. Cho bảng số liệu sau. Hãy tính Tổng số trứng ($\sum x$); số trứng trung bình của mỗi con gà ($\overline{x}$); phương sai ($\sigma_x^2$) và độ lệch tiêu chuẩn ($\sigma_x$)?**

| Số lượng trứng | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Số gà mẹ | 6 | 10 | 14 | 25 | 28 | 20 | 14 | 12 | 9 | 7 |

**3.4. Dân số tỉnh Lâm Đồng trong 2 năm tăng từ 30 000 000 người lên đến 30 048 288 người.**

Tính tỉ lệ tăng dân số hàng năm của tỉnh Lâm Đồng trong 2 năm đó?
(Kết quả làm tròn hai chữ số thập phân)

3.5. Một người hàng tháng gửi vào ngân hàng số tiền là 1 000 000đ với lãi suất 0,45% một tháng.

Hỏi sau 2 năm người ấy nhận được bao nhiêu tiền lãi? (làm tròn đến hàng đơn vị)

**Bài 4:**

4.1. Cho $\Delta$ABC vuông tại A, có AB = c, AC = b.

a. Tính khoảng cách d từ chân đường phân giác trong của góc vuông đến mỗi cạnh góc vuông?

b. Với b = 5,78914 cm; c = 8,911456 cm. Tính khoảng cách đó?

4.2. Tìm số tự nhiên a nhỏ nhất mà a2 bắt đầu bởi chữ số 15 và kết thúc bởi 56?

**Bài 5:**

5.1. Cho dãy u1 = 5; u2 = 9; un +1 = 5un + 4un-1 (n$\geq$2).

a. Lập quy trình bấm phím để tìm số hạng thứ un của dãy?

b. Tìm số hạng u14 của dãy?

5.2. Cho số tự nhiên n (5050 $\leq n \leq$ 8040) sao cho an = $\sqrt{80788+7n}$ cũng là số tự nhiên.

a. an phải nằm trong khoảng nào?

b. Chứng minh rằng an chỉ có thể là một trong các dạng sau:

an = 7k + 1 hoặc an = 7k – 1 (với k$\in$N)

## Đề 2:

**(Thi thử vòng tỉnh trường THCS Đồng Nai năm 2004)**

**Bài 1:**

1.1. Thực hiện phép tính

A = 6712,53211 : 5,3112 + 166143,478 : 8,993

1.2. Tính giá trị biểu thức (làm tròn với 5 chữ số thập phân)

$$B=\frac{8,9^3+\sqrt[3]{91,526^7}:4\frac{1}{113}}{\left(635,4677+3,5:5\frac{1}{183}\right)^2:\sqrt[5]{3,9^9}}+\frac{6}{6+\frac{5}{11+\frac{7}{513}}}$$

1.3. Rút gọn biểu thức (kết quả viết dưới dạng phân số)

$$C=\frac{(1^4+6)(7^4+6)(13^4+6)(19^4+6)(25^4+6)(31^4+6)(37^4+6)}{(3^4+6)(9^4+6)(15^4+6)(21^4+6)(27^4+6)(33^4+6)(39^4+6)}$$

1.4. Cho cotg$\alpha$ = 0,05849 (00 < $\alpha$ < 900). Tính:

$$D=\frac{tg^4\alpha(\sin^3\alpha+\cos^5)+\cot g^7\alpha(\sin^3\alpha-tg^3\alpha)}{(\sin^3\alpha+tg^3\alpha)(1+3\sin^5\alpha)}$$

1.5. Tính: $E=\dfrac{(8^h45^{ph}23^{gi}+12^h56^{ph}23^{gi}).3^h5^{ph}7^{gi}}{16^h47^{ph}32^{gi}:2^h5^{ph}9^{gi}}$

**Bài 2:**

**2.1. Cho đa thức P(x) = x10 + x8 – 7,589x4 + 3,58x3 + 65x + m.**

**a. Tìm điều kiện m để P(x) có nghiệm là 0,3648**

**b. Với m vừa tìm được, tìm số dư khi chia P(x) cho nhị thức (x -23,55)**

**c. Với m vừa tìm được hãy điền vào bảng sau (làm tròn đến chữ số hàng đơn vị).**

| **x** | **-2,53** | **4,72149** | $5\frac{1}{34}$ | $\sqrt[3]{6,15}$ | $\sqrt[5]{6+\sqrt[7]{7}}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| **P(x)** | | | | | |

**2.2. Giải hệ phương trình sau:** $\begin{cases} x^2 - y^2 = 66,789 \\ \dfrac{x}{y} = 5,78 \end{cases}$

**2.3. Tìm góc $\alpha$ hợp bởi trục Ox với đường thẳng y = ax + b đi qua hai điểm A(0;-8) và B(2;0)**

**Bài 3:**

**3.1. Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao là AH . Cho biết AB = 0,5 , BC = 1,3 . Tính AC , AH , BH , CH gần đúng với 4 chữ số thập phân?**

**3.2. Cho tam giác ABC có AB = 1,05 ; BC = 2,08 ; AC = 2,33 .**

**a)Tính độ dài đường cao AH .**

**b)Tính độ dài trung tuyến AM.**

**c)Tính số đo góc C .**

**d) Tính diện tích tam giác ABC .**

**3.3. Một người hàng tháng gửi vào ngân hàng số tiền là 10 000 000đ với lãi suất 0,55% một tháng.**

**Hỏi sau 2 năm người ấy nhận được bao nhiêu tiền lãi? (làm tròn đến hàng đơn vị)**

**Bài 4:**

**4.1. Cho dãy u1 = 3; u2 = 11; un +1 = 8un - 5un-1 (n$\geq$2).**

**a. Lập quy trình bấm phím để tìm số hạng thứ un của dãy?**

**b. Tìm số hạng u1 đến u12 của dãy?**

**4.2. Cho dãy u1 = u2 = 11; u3 = 15; un+1 =** $\dfrac{5{u_n}^2}{3+u_{n-1}} - \dfrac{u_{n-1}}{2+u_n}$ **với n$\geq$3**

**a. Lập quy trình bấm phím để tìm số hạng thứ un của dãy?**

**b. Tìm số hạng u8 của dãy?**

**Đề 3:**

**(Thi vòng huyện Phòng GD – ĐT huyện Bảo Lâm năm 2004)**

**Bài 1 :**

**1.Tính A=** $3\frac{123}{52} + 2\frac{581}{7} - 4\frac{521}{28}$

**2.Tính** $B=(\sqrt{3}+1)\sqrt{6-2\sqrt{\sqrt{2}+\sqrt{12}+\sqrt{18-\sqrt{128}}}}$

$$C=\frac{1,6:\left(1\frac{3}{5}.1,25\right)}{0,64-\frac{1}{25}}+\frac{\left(1,08-\frac{2}{25}\right):\frac{4}{7}}{\left(5\frac{5}{9}-2\frac{1}{4}\right).2\frac{2}{17}}+0,6.0,5:\frac{2}{5}$$

**3.Tính**

$$D=5+\cfrac{4}{6+\cfrac{4}{7+\cfrac{4}{8+\cfrac{4}{9+\cfrac{4}{10}}}}}$$

**4.Tính**

**5.Giải hệ phương trình sau :**

$$\begin{cases}1,372x-4,915y=3,123\\8,368x+5,124y=7,318\end{cases}$$

**6.Cho** $M=12^2+25^2+37^2+54^2+67^2+89^2$

$N=21^2+78^2+34^2+76^2+23^2+Z^2$

**Tìm Z để 3M=2N**

**Bài 2 :**

**1.Tìm h biết :** $\frac{1}{h^3}=\frac{1}{3,218^3}+\frac{1}{5,673^3}+\frac{1}{4,815^3}$

**2.Tính** $E=7x^5-12x^4+3x^3-5x-7,17$ **với x= -7,1254**

**3.Cho x=2,1835 và y= -7,0216**

**Tính** $F=\frac{7x^5y-x^4y^3+3x^3y+10xy^4-9}{5x^3-8x^2y^2+y^3}$

**4.Tìm số dư r của phép chia :**

$$\frac{x^5-6,723x^4+1,658x^2-9,134}{x-3,281}$$

**5.Cho** $P(x)=5x^7+2x^6-4x^5+9x^4-2x^3+x^2+10x-m$

**Tìm m để P(x) chia hết cho đa thức x+2**

**Bài 3 :**

**1.Tính P=** $\frac{\sin 25^o12'28''+2\cos 45^o-7tg27^o}{\cos 36^o+\sin 37^o13'26''}$

**2.Cho cosx = 0,81735 (góc x nhọn). Tính : sin3x và cos7x**

**3.Cho sina = 0,4578 (góc a nhọn). Tính:** **Q=** $\frac{\cos^2 a-\sin^3 a}{tga}$

**4.Cho cotgx = 1,96567 (x là góc nhọn). Tính** $S=\frac{tg^2x(1+\cos^3x)+cotg^2x(1+\sin^3x)}{(\sin^3x+\cos^3x)(1+\sin x+\cos x)}$

**5.Cho** $u_1=1,1234$ ; $u_{n+1}=1,0123.u_n \quad (n\in N;\ n\geq 1)$. **Tính** $u_{50}$

**6.Cho** $u_1=5$ ; $u_{n+1}=\frac{3u_n^2+13}{u_n^2+5} \quad (n\in N;\ n\geq 1)$. **Tính** $u_{15}$

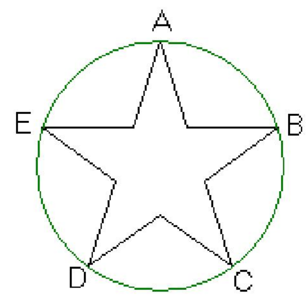
**7.Cho u0=3 ; u1= 4 ; un = 3un-1 + 5un-2 (n$\geq$2). Tính u12**

**Bài 4 :**

**1.Cho tam giác ABC vuông ở A với AB=4,6892 cm ; BC=5,8516 cm. Tính góc ABC (bằng đơn vị đo độ), tính độ dài đường cao AH và phân giác trong CI.**

**2.Cho ngôi sao 5 cánh như hình bên.**

**Các khoảng cách giữa hai đỉnh không liên tiếp của ngôi sao AC=BD=CE= = 7,516 cm. Tìm bán kính R của đường tròn đi qua 5 đỉnh của ngôi sao.**




**3.Cho tam giác ABC vuông cân ở A. Trên đường cao AH, lấy các điểm D, E sao cho AE=HD= $\frac{1}{4}$AH. Các đường thẳng BE và BD lần lượt cắt cạnh AC ở F và G. Biết BC=7,8931 cm.**

**a. Tính diện tích tam giác ABE**

**b. Tính diện tích tứ giác EFGD**

**Đề 4:**

**(Thi chọn đội tuyển thi khu vực Tỉnh Lâm Đồng năm 2004)**

**Bài 1: Thực hiện phép tính:**

**1.1. Tính 4x6 + 3x4 – 2x3 +7x2 + 6x – 11 với x = -3,1226**

**1.2. Tính 4x6 + 3x4 – 2x3 +7x2 + 6x – 11 với x =** $3+\frac{2}{1+\frac{5}{3}}$

**1.3. Tính** $\frac{x^2+y^2-z^2+2xy}{x^2+z^2-y^2+2xz}$ **với x=** $\frac{-3}{4}$ **; y= 1,5; z = 13,4.**

**1.4. Cho cotgα = 0,05849 (00 < α < 900). Tính:** $D=\frac{tg^2\alpha(\sin^3\alpha+\cos^6)+\cot g^8\alpha}{\sin^3\alpha+tg^3\alpha}$

**1.5.** $E=\frac{(8^h45^{ph}23^{gi}+12^h56^{ph}23^{gi}).3^h5^{ph}7^{gi}}{16^h47^{ph}32^{gi}:2^h5^{ph}9^{gi}}$

**1.6. Tính (1,23456789)4 + (0,76543211)4 – (1,123456789)3.(0,76543211)2 –**

**- (1,23456789)2. (0,76543211)3 + 16. (1,123456789).(0,76543211)**

**1.7. Tính tổng các số của (999 995)2**

**1.8. Tính tổng của 12 chữ số thập phân đầu tiên sau dấu phẩy của** $\left(\frac{1}{11}\right)^{12}$

**1.9. Tính** $\frac{\sqrt{1^6+999999999^6+0,999999999^6}}{999999999}$

**1.10. Tìm m để P(x) chia hết cho (x -13) biết P(x) = 4x5 + 12x4 + 3x3 + 2x2 – 5x – m + 7**

**Bài 2:**

1. Tính $I=\sqrt{1+999999999^2+0,999999999^2}$

2. Cho P(x) = ax5 + bx4 + cx3 + dx2 + ex + f biết P(1) = P(-1) = 11; P(2) = P(-2) = 47; P(3) = 107.

Tính P(12)?

**Bài 3:**

1. Cho k = a1 + a2 + a3 +  + a100 và $a_k=\frac{2k+1}{(k^2+k)^2}$. Tính k=?

2. Cho tam giác ABC với 3 cạnh BC = 5,1123; AB = 3,2573; AC = 4,7428. Tính đường phân giác trong AD?

3. Tia phân giác chia cạnh huyền thành hai đoạn $\frac{135}{7}$ và $\frac{222}{7}$. Tính hai cạnh góc vuông?

**Bài 4:**

1. Tính H = (3x3 + 8x2 + 2)12 với $x=\frac{\sqrt[3]{17\sqrt{5}-38}}{\sqrt{5}+\sqrt{14-6\sqrt{5}}}.\left(\sqrt{5}+2\right)$

2. Cho tam giác ABC với 3 cạnh BC = 14; AB = 13; AC = 15. Gọi D, E, F là trung điểm của BC, AC, AB và $\{Q\}=BE\cap FD;\{R\}=DF\cap FC;\{P\}=AD\cap EF.$ Tính:

$$m=\frac{AQ^2+AR^2+BP^2+BR^2+CP^2+CQ^2}{AB^2+BC^2+AC^2}$$

3. Cho hình thang vuông ABCD, đường cao AB. Cho góc BDC = 900;Tìm AB, CD, AC với AD=3,9672; BC=5,2896.

4. Cho u1 = u2 = 7; un+1 = u12 + un-12. Tính u7=?

**Đề 5:**

**(Thi chọn đội tuyển TP Hồ Chí Minh - 2003)**

**Bi 1)** Tìm số nhỏ nhất cĩ 10 chữ số biết rằng số đĩ khi chia cho 5 dư 3 ṿ khi chia cho 619 dư 237

**Bi 2)** Tìm chữ số ḥng đơn vị của số : 172002

**Bi 3)** Tính : a) 214365789 . 897654 (ghi kết quả ở dạng số tự nhin)

b) $357\frac{1}{579}$ $579\frac{1}{357}$ (ghi kết quả ở dạng hỗn số )

c) 5322,666744 : 5,333332 + 17443,478 : 17,3913 (ghi kết quả ở dạng hỗn số )

**Bi 4)** Tìm gí trị của m biết gí trị của đa thức f(x) = x4 - 2x3 + 5x2 +(m - 3)x + 2m-5 tại x = - 2,5 l̀ 0,49.

**Bi 5)** Chữ số thập phn thứ 456456 sau dấu phẩy trong php chia 13 cho 23 l̀ :

**Bi 6)**Tìm gí trị lớn nhất của ḥm số f(x) = -1,2x2 + 4,9x - 5,37 (ghi kết quả gần đ́ng chính x́c tới 6 chữ số thập phn)

**Bi 7)** Cho u1 = 17, u2 = 29 ṿ un+2 = 3un+1 + 2un (n $\geq$ 1). Tính u15

**Bi 8)** Cho ngũ gíc đều ABCDE cĩ độ ̀i cạnh bằng 1.Gọi I l̀ giao điểm của 2 đường ch́o AD ṿ BE. Tính : (chính x́c đến 4 chữ số thập phn)

a) ộ ̀i đường ch́o AD

b) Diện tích của ngũ gíc ABCDE :

c) ộ đi đoạn IB :

d) ộ đi đoạn IC :

**Bi 9) Tìm UCLN v BCNN của 2 số 2419580247 v 3802197531**

## Đề 6:

**(Đề thi chính thức năm 2002 cho học sinh Trung học Cơ sở)**

**Bi 1. Tính gí trị của x từ ćc phương trình sau:**

**Cu 1.1.**

$$\frac{[(0,5-1\frac{3}{7}\times\frac{4}{5})x-1,25\times1,8]:(\frac{4}{7}+3\frac{1}{2})}{15,2\times3,15-\frac{3}{4}:(2\frac{1}{2}\times4\frac{3}{4}+1,5\times0,8)}=5,2:(2,5-\frac{3}{4})$$

**Cu 1.2.**

$$\frac{[(0,15^2+0,35^2):(3x+4,2)]\times(\frac{3}{4}+\frac{2}{3}\times\frac{4}{5})}{12,5-\frac{2}{7}\times\frac{3}{5}:[(0,5-0,3\times0,75):\frac{12}{17}]}=3\frac{1}{2}:(1,2+3,15)$$

**Bi 2. Tính gí trị của biểu thức v viết kết quả dưới dạng phn số hoặc hỗn số:**

**Cu 2.1**

$$A=3+\cfrac{5}{2+\cfrac{4}{2+\cfrac{5}{2+\cfrac{4}{2+\cfrac{5}{3}}}}}$$

**Cu 2.2.**

$$B=7+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{4}}}}.$$

**Bi 3.**

**Cu 3.1. Cho biết sin $\alpha$ = 0,3456 ( $0^o<\alpha<90^o$). Tính:**

$$M=\frac{\cos^3\alpha.(1+\sin^3\alpha)+tg^2\alpha}{(\cos^3\alpha+\sin^3\alpha).\cot g^3\alpha}.$$

**Cu 3.2. Cho biết cos2 $\alpha$ = 0,5678 ( $0^o<\alpha<90^o$). Tính:**

$$N=\frac{\sin^2\alpha(1+\cos^3\alpha)+\cos^2\alpha(1+\sin^3\alpha)}{(1+tg^3\alpha)(1+\cot g^3\alpha)\sqrt{1+\cos^4\alpha}}.$$

**Cu 3.3. Cho biết $tg\alpha$ = $tg35^o.tg36^o.tg37^o...tg52^o.tg53^o$ ( $0^o<\alpha<90^o$). Tính:**

$$K=\frac{tg^2\alpha(1+\cos^3\alpha)+\cot g^2\alpha(1+\sin^3\alpha)}{(\sin^3\alpha+\cos^3\alpha)(1+\sin\alpha+\cos\alpha)}.$$

**Bi 4. Cho hai đa thức:** $P(x)=x^4+5x^3-4x^2+3x+m$ **v** $Q(x)=x^4+4x^3-3x^2+2x+n$.

**Cu 4.1. Tìm gí trị của m, n để ćc đa thức P(x) v Q(x) chia hết cho (x-2).**

**Cu 4.2. Xt đa thức R(x) = P(x) - Q(x) với gí trị của m, n vừa tìm được, hy chứng tỏ rằng đa thức R(x)chỉ cĩ một nghiệm duy nhất.**

**Bi 5. Cho dy số xc định bởi cơng thức** $x_{n+1}=\frac{4x_n^2+5}{x_n^2+1}$ **, n l số tự nhin, n >= 1.**

**Cu 5.1. Biết x 1 = 0,25. Viết qui trình ấn phím lin tục để tính được ćc gí trị của xn.**

**Cu 5.2. Tính x100**

**Bi 6**

**Cu 6.1. Cho biết tại một thời điểm gốc no đĩ, dn số của một quốc gia B l a người ; tỉ lệ tăng dn số trung bình mỗi năm của quốc gia đĩ l m%.**

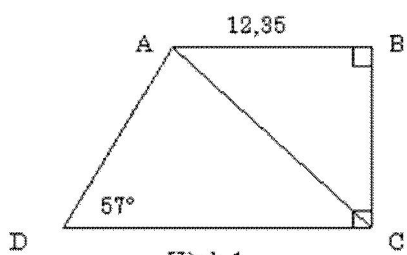
**Hy xy dựng cơng thức tính số dn của quốc gia B đến hết năm thứ n.**

**Cu 6.2. Dn số nước ta tính đến năm 2001 l 76,3 triệu người. Hỏi đến năm 2010 dn số nước ta l bao nhiu nếu tỉ lệ tăng dn số trung bình mỗi năm l 1,2%?**

**Cu 6.3. Đến năm 2020, muốn cho dn số nước ta cĩ khoảng 100 triệu người thì tỉ lệ tăng dn số trung bình mỗi năm l bao nhiu?**

**Bi 7. Cho hình thang vuơng ABCD cĩ:**

**AB = 12,35 cm, BC =10,55cm,** $\measuredangle ADC=57^o$ **(Hình 1).**




Hình 1

**Cu 7.1. Tính chu vi của hình thang ABCD.**

**Cu 7.2. Tính diện tích của hình thang ABCD.**

**Cu 7.3.Tính ćc gĩc cịn lại của tam gíc ADC.**

**Bi 8. Tam gíc ABC cĩ gĩc B = 120 0, AB = 6,25 cm,**

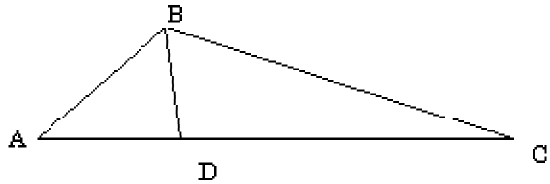
**BC = 12,50 cm. Đường phn gíc của gĩc B cắt**

**AC tại D ( Hình 2).**

**Cu 8.1. Tính độ di của đoạn thẳng BD.**

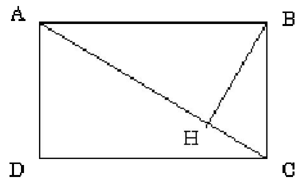
**Cu 8.2. Tính tỉ số diện tích của ćc tam gíc ABD v ABC.**

**Cu 8.3. Tính diện tích tam gíc ABD.**



Hình 2

**Bi 9. Cho hình chữ nhật ABCD. Qua đỉnh B, vẽ đường vuông gĩc với đường cĥo AC tại H. Gọi E, F, G thứ tự l trung điểm của ĉc đoạn thẳng AH, BH, CD (xem hình 3).**



Hình 3

**Cu 9.1. Chứng minh tứ gíc EFCG l hình bình hnh.**

**Cu 9.2. Gĩc BEG l gĩc nhọn, gĩc vuông hay gĩc t? vì sao?**

**Cu 9.3. Cho biết BH = 17,25 cm, $\measuredangle BAC = 38^{\circ}40'$.**

**Tính diện tích hình chữ nhật ABCD.**

**Cu 9.4. Tính độ di đường cĥo AC.**

**Bi 10.**

**Cu 10.1. Cho đa thức $P(x) = x^5 + ax^4 + bx^3 + cx^2 - dx + f$ v cho biết P(1)=1, P(2)=4, P(3)=9 , P(4)=16, P(5)=15. Tính ĉc gí trị của P(6), P(7), P(8), P(9).**

**Cu 10.2. Cho đa thức $Q(x) = x^4 + mx^3 + nx^2 + px + q$ v cho biết Q(1)=5, Q(2)=7, Q(3)=9, Q(4)=11. Tính ĉc gí trị Q(10) , Q(11) , Q(12) , Q(13).**

## Đề 7:

**(Chọn đội tuyển thi khu vực Tỉnh Phú Thọ – năm 2004)**

**Bài 1: Tìm tất cả các số N có dạng N = $\overline{1235679x4y}$ chia hết cho 24.**

**Bài 2: Tìm 9 cặp hai số tự nhiên nhỏ nhất có tổng là bội của 2004 và thương bằng 5.**

**Bài 3: Giải phương trình** $\left[\sqrt[3]{1}\right] + \left[\sqrt[3]{2}\right] + .... + \left[\sqrt[3]{(x^3-1)}\right] = 855$

**Bài 4: Cho P(x) là đa thức với hệ số nguyên có giá trị P(21) = 17; P(37) = 33, biết P(N) = N + 51.**

**Tính N?**

**Bài 5: Tìm các số khi bình phương sẽ có tận cùng là 3 chữ số 4. Có hay không các số khi bình phương có tận cùng là 4 chữ số 4?**

**Bài 6: Có bao nhiêu số tự nhiên là ước N = 1890.1930.1945.1954.1969.1975.2004 nhưng không chia hết cho 900?**

**Bài 7:** Cho dãy số tự nhiên u0, u1, , có u0 = 1 và un+1.un-1 = kun.k là số tự nhiên.

7.1. Lập một quy trình tính un+1.

7.2. Cho k = 100, u1 = 200. Tính u1, , u10.

7.3. Biết u2000 = 2000. Tính u1 và k?

**Bài 8:** Tìm tất cả các số có 6 chữ số thỏa mãn:

1. Số tạo thành bởi ba chữ số cuối lớn hơn số tạo thành bởi ba chữ số đầu 1 đơn vị.

2. Là số chính phương.

**Bài 9:** Với mỗi số nguyên dương c, dãy số un được xác định như sau: u1 = 1; u2 = c; $u_n=(2n+1)u_{n-1}-(n^2-1)u_{n-2}$, n $\geq$ 2. Tìm c để ui chia hết cho uj với mọi i $\leq$ j $\leq$ 10.

**Bài 10:** Giả sử f : N ---> N. Giả sử rằng f(n+1) > f(n) và f(f(n)) = 3n với mọi n nguyên dương. Hãy xác định f(2004).

**Đề 8:**

**(Đề thi chính thức thi khu vực lần thứ tư – năm 2004)**

**Bài 1:** Tính kết quả đúng của các tích sau:

1.1. M = 2222255555.2222266666

1.2. N = 20032003.20042004

**Bài 2:** Tìm giá trị của x, y dưới dạng phân số (hoặc hỗn số) từ các phương trình sau:

$$2.1.\ 4+\frac{x}{1+\frac{1}{2+\frac{1}{3+\frac{1}{4}}}}=\frac{x}{4+\frac{1}{3+\frac{1}{2+\frac{1}{2}}}}$$

$$2.2.\ \frac{y}{1+\frac{1}{3+\frac{1}{5}}}+\frac{y}{2+\frac{1}{4+\frac{1}{6}}}=1$$

**Bài 3:**

3.1. Giải phương trình (với a > 0, b > 0): $\sqrt{a+b\sqrt{1-x}}=1+\sqrt{a-b\sqrt{1-x}}$

3.2. Tìm x biết a = 250204; b = 260204.

**Bài 4:** Dân số xã Hậu Lạc hiện nay là 10000 người. Người ta dự đoán sau 2 năm nữa dân số xã Hậu Lạc là 10404 người.

4.1. Hỏi trung bình mỗi năm dân số xã Hậu Lạc tăng bao nhiêu phần trăm.

4.2. Với tỉ lệ tăng dân số như vậy, hỏi sau 10 năm dân số xã Hậu Lạc là bao nhiêu?

**Bài 5:** Cho AD và BC cùng vuông góc với AB, $\widehat{AED}=\widehat{BCE}$, AD = 10cm, AE = 15cm, BE = 12cm. Tính:

5.1. Tính diện tích tứ giác ABCD (SABCD) và diện tích tam giác DEC (SDEC).

5.2. Tính tỉ số phần trăm SDEC và SABCD.

**Bài 6:** Hình thang ABCD (AB // CD) có đường chéo BD hợp với BC một góc bằng $\widehat{DAB}$. Biết AB = a = 12,5cm; DC = b = 28,5cm. Tính:

6.1. Độ dài đường chéo BD.

**6.2. Tỉ số phần trăm giữa diện tích tam giác ABD và diện tích tam giác BDC.**

**Bài 7: Cho tam giác ABC vuông tại A với AB = a = 14,25cm; AC = b = 23,5cm; AM, AD thứ tự là các đường trung tuyến và đường phân giác của tam giác ABC. Tính:**

**7.1. Độ dài các đoạn thẳng BD và CD.**

**7.2. Diện tích tam giác ADM.**

**Bài 8: Cho đa thức P(x) = x3 + bx2 + cx + d. Biết P(1) = -15; P(2) = -15; P(3) = -9. Tính:**

**8.1. Các hệ số b, c, d của đa thức P(x).**

**8.2. Tìm số dư r1 khi chia P(x) cho x – 4.**

**8.3. Tìm số dư r2 khi chia P(x) cho 2x + 3.**

**Bài 9: Cho dãy số** $u_n = \dfrac{\left(5+\sqrt{7}\right)^n - \left(5-\sqrt{7}\right)^n}{2\sqrt{7}}$ **với n = 0, 1, 2, 3,**

**9.1. Tính u0, u1, u2, u3, u4.**

**9.2. Chứng minh rằng un+2 = 10un+1 – 18un.**

**9.3. Lập quy trình ấn phím liên tục tính un+2.**

**Bài 10: Cho dãy số** $u_n = \left(\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^n + \left(\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}\right)^n - 2$ **, với n = 0, 1, 2, .**

**10.1. Tính u0, u1, u2, u3, u4.**

**10.2. Lập công thức tính un+1**

**10.3. Lập quy trình ấn phím liên tục tính un+1.**

## Đề 9:

**(Đề dự bị thi khu vực lần thứ tư – năm 2004)**

**Bài 1: Giải phương trình**

$$\sqrt{\left(x+71267162-52408\sqrt{x+26022004}\right)}+\sqrt{\left(x+821431213-56406\sqrt{x+26022004}\right)}=1$$

**Bài 2: Một người gửi tiết kiệm 1000 đôla trong 10 năm với lãi suất 5% năm. Hỏi người đó nhận được số tiền nhiều hơn (hay ít hơn) bao nhiêu nếu ngân hàng trả lãi suất** $\frac{5}{12}$**% tháng (làm tròn đến hai chữ số sau dấu phẩy).**

**Bài 3: Kí hiệu** $q(n)=\left[\dfrac{n}{\left[\sqrt{n}\right]}\right]$ **với n = 1, 2, 3, trong đó** $[x]$**là phần nguyên của x. Tìm tất cả các số nguyên dương n sao cho q(n) > q(n + 1).**

**Bài 4:**

**4.1. Lập một qui trình tính số Phibônacci u0 = 1; u1 = 1; un+1 = un + un+1.**

**4.2. Từ một hình chữ nhật 324cm x 141cm cắt những hình vuông có cạnh là 141cm cho tới khi còn hình chữ nhật có cạnh là 141cm và một cạnh ngắn hơn. Sau đó lại cắt từ hình chữ nhật còn lại những hình vuông có cạnh bằng cạnh nhỏ của hình chữ nhật đó. Tiếp tục qúa trình cho tới khi không cắt được**

nữa. Hỏi có bao nhiêu loại hình vuông kích thước khác nhau và độ dài cạnh các hình vuông ấy.

4.3. Với mỗi số tự nhiên n, hãy tìm hai số tự nhiên a và b để khi cắt hình chữ nhật a x b như trên ta được đúng n hình vuông kích thước khác nhau.

Bài 5: Điền các số từ 1 đến 12 lên mặt đồng hồ sao cho bất kì ba số a, b, c nào ở ba vị trí kề nhau (b nằm giữa a và c) đều thỏa mãn tính chất: b2 – ac chia hết cho 13.

Bài 6: Dãy số un được xác định như sau: u0 = 1; u1 = 1; un+1 = 2un – un-1 + 2 với n = 1, 2, 3, .

6.1. Lập một qui trình tính un.

6.2. Với mỗi n $\geq$ 1 hãy tìm chỉ số k để tính uk = un.un+1.

Bài 7: Tìm tất cả các cặp số nguyên dương (m,n) có bốn chữ số thỏa mãn:

7.1. Hai chữ số của m cũng là hai chữ số của n ở các vị trí tương ứng. Hai chữ số còn lại của m nhỏ hơn hai chữ số tương ứng của n đúng 1 đơn vị.

7.2. m và n đều là số chính phương.

Bài 8: Dãy số $\{u_n\}$ được tạo theo qui tắc sau: mỗi số sau bằng tích hai số trước cộng với 1, bắt đầu từ u0 = u1 = 1.

8.1. Lập một qui trình tính un

8.2. Có hay không những số hạng của dãy $\{u_n\}$ chia hết cho 4?

Bài 9: Tìm nghiệm nguyên của phương trình $\sqrt{x}+\sqrt{y}=1960$.

Bài 10: Một số có 6 chữ số được gọi là số vuông (squarish) nếu nó thỏa mãn ba tính chất sau:

1. Không chứa chữ số 0;
2. Là số chính phương;
3. Hai chữ số đầu, hai chữ số giữa và hai chữ số cuối đều là những số chính phương có hai chữ số.

Hỏi có bao nhiêu số vuông? Tìm các số ấy.

## Đề 10:

## (Đề chính thức Hải Phòng – năm 2003)

Bài 1: Biết $\frac{20032004}{243}=a+\cfrac{1}{b+\cfrac{2}{c+\cfrac{1}{d+\cfrac{1}{e}}}}$. Tìm các chữ số a, b, c, d, e?

Bài 2: Tính độ dài các cạnh a, b, c và bán kính r của đường tròn nội tiếp tam giác a, b, c lần lượt tỉ lệ với 20, 21, 29 và chu vi tam giác bằng 49,49494949(m).

Bài 3: Cho tam giác ABC (AB < AC) có đường cao AH, trung tuyến AM chia góc BAC thành ba góc bằng nhau.

a. Xác định các góc của tam giác ABC.

b. Biết độ dài BC $\approx$ 54,45 cm, AD là phân giác trong của tam giác ABC. Kí hiệu S0 và S là diện tích hai tam giác ADM và ABC. Tính S0 và tỉ số phần trăm giữa S0 và S?

**Bài 4:** **a. Cho** $\sin x = \frac{1}{\sqrt{5}}$, $\sin y = \frac{1}{\sqrt{10}}$. **Tính A = x + y?**

**b. Cho** $tg \approx 0,17632698$. **Tính** $B = \frac{1}{\sin x} - \frac{\sqrt{3}}{\cos x}$ **?**

**Bài 5: Cho** $x_0 = \frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{3}}} + \frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{2-\sqrt{3}}}$

**a. Tính giá trị gần đúng của x0?**

**b. Tính x = x0 -** $\sqrt{2}$ **và cho nhận xét>**

**c. Biết x0 là nghiệm của phương trình x3 + ax2 + bx – 10 = 0. Tìm a,b** $\in$ **Q?**

**d. Với a, b vừa tìm được, hãy tìm các nghiệm còn lại của phương trình ở câu c?**

**Bài 6: Cho** $u_n = \frac{\left(-1+\sqrt{5}\right)^n - \left(-1-\sqrt{5}\right)^n}{2\sqrt{5}}$.

**a. Tìm u1, u2, u3, u4, u5.**

**b. Tìm công thức truy hồi tính un+2 theo un+1 và un?**

**c. Viết một qui trình bấm phím liên tục tính un?**

**Bài 7: Cho đa thức P(x) = x3 + ax2 + bx + c. Biết P(1) = -25; P(2) = -21; P(-3) = -41.**

**a. Tìm các hệ số của a, b, c của đa thức P(x).**

**b. Tìm số dư r1 khi chia P(x) cho x + 4.**

**c. Tìm số dư r2 khi chia P(x) cho 5x + 7.**

**d. Tìm số dư r3 khi chia P(x) cho (x + 4)(5x + 7)**

**Bài 8: Cho hình thang ABCD có cạnh đáy nhỏ là AB. Độ dài cạnh đáy lớn CD, đường chéo BD, cạnh bên AD cùng bằng nhau và bằng p. Cạnh bên BC có độ dài q.**

**a. Viết công thức tính AC qua p và q.**

**b. Biết p** $\approx$ **3,13cm, q**$\approx$**3,62cm. Tính AC, AB và đường cao h của hình thang.**

## Đề 11:

### (Đề dự bị Hải Phòng – năm 2003)

**Bài 1: Cho** $x = \frac{\sqrt[3]{17\sqrt{5}-38}\left(\sqrt{5}+2\right)}{\sqrt{5}+\sqrt{14-6\sqrt{5}}}$.

**a. Tìm x**

**b. Tính A = (3x8 + 8x2 + 2)25.**

**c. A viết dưới dạng thập phân có bao nhiêu chữ số?**

**d. Tổng các chữ số của A vừa tìm được là bao nhiêu?**

**Bài 2: Có 480 học sinh đi dự trại hè tại ba địa điểm khác nhau. 10% số học sinh ở địa điểm một, 8,5% số học sinh ở địa điểm hai và 15% số học sinh ở địa điểm ba đi tham quan địa danh lịch sử. Địa danh lịch sử cách địa điểm một 60km,**

**cách địa điểm hai 40km, cách địa điểm ba 30km. Để trả đủ tiền xa với giá 100đ/1người/1km, mỗi người đi tham quan phải đóng 4000đ. Hỏi có bao nhiêu người ở mỗi địa điểm đi tham quan di tích lịch sử.**

**Bài 3: Cho tam giác ABC có đường cao BD = 6cm, độ dài trung tuyến CE = 5cm. Khoảng cách từ giao điểm BD với CE đến AC bằng 1cm. Tìm độ dài cạnh AB?**

**Bài 4: Hình thang ABCD (AB//CD) có AB ≈ 2,511cm; CD ≈ 5,112cm; $\hat{C}$ ≈ 29015'; $\hat{D}$ ≈ 60045'. Tính:**

**a. Cạnh bên AD, BC.**

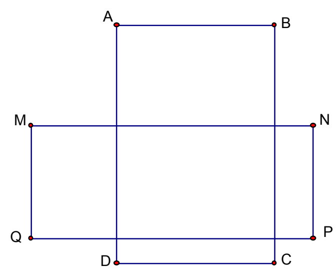
**b. Đường cao h của hình thang.**

**c. Đường chéo AC, BD.**

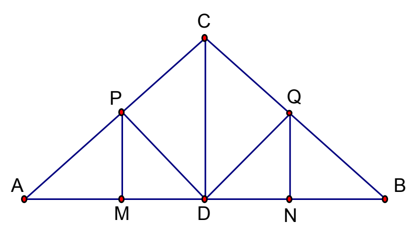
**Bài 5: Hai hình chữ nhật cắt nhau:**

**a. Kí hiệu S1 = k2 là diện tích tứ giác ANCQ; S2 là diện tích tứ giác BPDM. Tính tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$**

**b. Biết AB = 5cm; BC = 7cm; MQ = 3cm; MN = 9cm. Tính k?**




**Bài 6: Người ta phải làm một vì kèo bằng sắt. Biết AB ≈ 4,5cm; $\frac{CD}{BD}=\frac{1}{3}$; AM = MD = DN = NB. Viết công thức và tính độ dài sắt làm vì kèo biết hao phí khi sản xuất là 5% (làm tròn đến mét).**




**Bài 7:**

**1. Cho** $$B=\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2}}\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}}\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}}}}$$

**a. Tính gần đúng B**

**b. Tính** $\frac{\pi}{2}-B$

**2. a. Tính** $C=\frac{2,0000004}{(1,0000004)^2+2,0000004}$; $D=\frac{2,0000002}{(1,0000002)^2+2,0000002}$.

**b. Tính** $|C-D|$

**Bài 8: a. Tìm các số tự nhiên x, y, z sao cho 3xyz – 5yz + 3x + 3z = 5.**

b. Viết qui trình bấm phím tính toán trên.

**Bài 9:** Biết phương trình x4 – 18x3 + kx2 – 500x – 2004 = 0 có tích hai nghiệm bằng -12. Hãy tìm k?

## Đề 12:

## (Đề học sinh giỏi THCS tỉnh Thái Nguyên – năm 2003)

$$A = 17 + \frac{3}{1 + \frac{12}{1 + \frac{1}{17 + \frac{12}{2003}}}} + \frac{1}{23 + \frac{5}{3 + \frac{1}{7 + \frac{1}{2003}}}}$$

**Bài 1:** a. Viết quy trình tính

b. Tính giá trị của A

$$\frac{15,2.0,25 - 48,51:14,7}{x} = \frac{\left(\frac{13}{14} - \frac{2}{11} - \frac{5}{66} : 2,5\right).\frac{7}{5}}{3,2 + 0,8.\left(\frac{11}{2} - 3,25\right)}$$

**Bài 2:** Tìm x biết:

**Bài 3:** Tính A, B biết: $A = \frac{\sin 34^0 36' - \tan 18^0 43'}{\cos 78^0 12'' + \cos 13'17''}$; $B = \frac{\tan 4^0 26'36'' - \tan 77^0 41'}{\cos 67^0 12' - \sin 23^0 28'}$

**Bài 4:** Cho dãy số xác định bởi công thức $x_{n+1} = \frac{x_n^3 + 1}{3}$

a. Biết x1 = 0,5. Lập một qui trình bấm phím liên tục để tính xn.

b. Tính x12, x51.

**Bài 5:** Tìm UCLN của:

a. 100712 và 68954.

b. 191 và 473

**Bài 6:** Một tam giác có ba cạnh với độ dài là 30,735cm; 40,980cm; 51,225cm. Tính diện tích tam giác đó.

**Bài 7:** Cho P(x) = x4 + ax3 + bx2 + cx + d có P(1) = 0; P(2) = 4; P(3) = 18; P(4) = 48. Tính P(2002)

**Bài 8:** Khi chia đa thức P(x) = 2x4 + 8x3 – 7x2 + 8x – 12 cho đa thức (x - 2) ta được thương là đa thức Q(x) có bậc là 3. Hãy tìm hệ số của x2 trong Q(x).

**Bài 9:** Viết qui trình bấm phím tìm thương và số dư trong phép chia 123456789 cho 23456. Tìm giá trị của thương và số dư.

**Bài 10:** Tìm tất cả các ước số của – 2005.

## Đề 13:

## (Đề chọn đội tuyển thi khu vực tỉnh Thái Nguyên – năm 2003)

**Bài 1:** Tính $A = \frac{2}{0,19981998...} + \frac{2}{0,019981998...} + \frac{2}{0,0019981998...}$

**Bài 2:** Tìm tất cả các ước nguyên tố của số tìm được ở bài 1.

**Bài 3:** Phần nguyên của x (là số nguyên lớn nhất không vượt quá x) được kí hiệu là $[x]$. Tìm $[B]$ biết:

$$B = \frac{\pi^2}{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + ... + \frac{1}{10^2}}$$

**Bài 4: Phương trình sau đây được gọi là phương trình Fermat:**

$\overline{x_1x_2...x_n} = x_1^n + x_2^n + ... + x_n^n$**. Phát biểu bằng lời: Tìm các số có n chữ số sao cho tổng lũy thừa bậc n của các chữ số bằng chính số ấy.**

**Trong các số sau đây, số nào là nghiệm của phương trình: 157; 301; 407; 1364; 92727; 93064; 948874; 174725; 4210818; 94500817; 472378975.**

**Bài 5: Một người muốn rằng sau hai năm phải có 20 000 000đ (hai mươi triệu đồng) để mua xe máy. Hỏi phải gửi vào ngân hàng một khoản tiền như nhau hàng tháng là bao nhiêu, biết rằng lãi suất tiết kiệm là 0,075% tháng.**

**Bài 6: Tìm tất cả các nghiệm của phương trình x4 – 4x3 – 19x2 + 106x – 120 = 0.**

**Bài 7: Cho hình chữ nhật ABCD. Qua B kẻ đường vuông góc với đường chéo CA tại H. Biết BH = 1,2547cm;** $\widehat{BAC} = 37^0 28' 50''$**. Tính diện tích ABCD.**

**Bài 8: Cho tam giác ABC có** $\widehat{B} = 120^0$**, BC = 12cm, AB = 6cm. Phân giác trong của** $\widehat{B}$ **cắt cạnh AC tại D. Tính diện tích tam giác ABD.**

**Bài 9: Số 211 – 1 là số nguyên tố hay hợp số?**

**Bài 10: Tìm UCLN của hai số 7729 và 11659.**

## Đề 14:

**(Đề thi học sinh giỏi THCS tỉnh Thái Nguyên – năm 2004)**

**Bài 1: Tính:**

**a. A = 1,123456789 – 5,02122003**

**b. B = 4,546879231 + 107,356417895**

**Bài 2: Viết các số sau đây dưới dạng phân số tối giản.**

**a. C = 3124,142248**

**b. D = 5,(321)**

**Bài 3: Giả sử** $\left(1+x+x^2\right)^{100} = a_0 + a_1x + a_2x + ... + a_{200}x$**. Tính** $E = a_0 + a_1 + ... + a_{200}$**?**

**Bài 4: Phải loại các số nào trong tổng** $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}+\frac{1}{12}+\frac{1}{12}+\frac{1}{14}+\frac{1}{16}$ **để được kết quả bằng 1.**

**Bài 5: Cho một tam giác nội tiếp trong đường tròn. Các đỉnh của tam giác chia đường tròn thanh ba cung có độ dài 3, 4, 5. Tìm diện tích tam giác?**

**Bài 6: Tìm số tự nhiên a lớn nhất để khi chia các số 13511; 13903; 14589 cho a ta được cùng một số dư.**

**Bài 7: Cho 4 số nguyên, nếu cộng ba số bất kì ta được các số là 180; 197; 208; 222. Tìm số lớn nhất trong các số nguyên đó?**

## Đề 15:

**(Đề chọn đội tuyển thi khu vực tỉnh Thái Nguyên – năm 2004)**

**Bài 1: Tìm chữ số thập phân thứ 15 sau dấu phẩy của** $\sqrt{2003}$**.**

**Bài 2: Tìm chữ số thập phân thứ 2004 sau dấu phẩy trong kết quả của phép chia 1 cho 53?**

**Bài 3: Tính 20120032.**

**Bài 4: Tìm số hạng nhỏ nhất trong tất cả các số hạng của dãy** $u_n = n + \frac{2003}{n^2}$

**Bài 5: Tính** $M = \sqrt[3]{\frac{200 + 126\sqrt{2} + \frac{54}{1+\sqrt{2}}}{\sqrt{\sqrt[3]{5} - \sqrt[3]{4}}}}$

**Bài 6: Cho** $\sin\left(2x - 15^0 22'\right)$ **với 00 < x < 900. Tính** $\left(\sin 2x + \cos 5x - \tan 7x\right) : \cos 3x$

**Bài 7: Cho tam giác ABC có AB = 3,14; BC = 4,25; CA = 4,67. Tính diện tích tam giác có đỉnh là chân ba đường cao của tam giác ABC.**

## Đề 16:

**(Tạp chí Toán học & tuổi trẻ năm 2005)**

**Bài 1: Tìm UCLN và BCNN của hai số A = 1234566 và B = 9876546.**

**Bài 2: Tính giá trị của biểu thức** $A = \frac{x^2\left(3y - 5z + 4\right) + 2x\left(y^3x^2 - 4\right) + 2y^2 + z - 6}{x\left(x^2 + 5y^2 - 7\right) + z^4 + 8}$ **tại** $x = \frac{9}{4}; y = \frac{7}{2}; z = 4$

**Bài 3: Tìm các số nguyên dương x và y sao cho x2 + y2 = 2009 và x > y.**

**Bài 4: Tính gần đúng (độ, phút, giây) góc A của tam giác ABC biết rằng AB = 15cm, AC = 20cm và BC = 24cm.**

**Bài 5: Tính gần đúng diện tích tam giác ABC biết rằng** $\hat{A} = \frac{1}{2}\hat{B} = \frac{1}{4}\hat{C}$ **và AB = 18cm.**

**Bài 6: Tính gần đúng giá trị của biểu thức M = a4 + b4 + c4 nếu a + b + c = 3, ab = -2, b2 + c2 = 1.**

**Bài 7: Đa thức P(x) = ax4 + bx3 + cx2 + dx + e có giá trị bằng 5, 4, 3, 1, -2 lần lượt tại x = 1, 2, 3, 4, 5. Tính giá trị của a, b, c, d, e và tính gần đúng các nghiệm của đa thức đó.**

**Bài 8: Cho bốn điểm A, B, C, D, E trên đường tròn tâm O bán kính bằng 1dm sao cho AB là đường kính,** $OC \perp AB$ **và CE đi qua trung điểm của OB. Gọi D là trung điểm của OA. Tính diện tích của tam giác CDE và tính gần đúng góc** $\widehat{CDE}$ **(độ, phút, giây).**

**Bài 9: Tứ giác ABCD nội tiếp được trong một đường tròn và có các cạnh AB = 5dm, BC = 6dm, CD = 8dm, DA = 7dm. Tính gần đúng bán kính đường tròn nội tiếp, bán kính đường tròn ngoại tiếp và góc lớn nhất (độ, phút, giây) của tứ giác đó.**

**Bài 10: Dãy số** $\{a_n\}$ **được xác định như sau:** $a_1 = 1, a_2 = 2, a_{n+1} = \frac{1}{3}a_{n+1} + \frac{1}{2}a_n$ **với mọi** $n \in N^*$**. Tính tổng của 10 số hạng đầu tiên của dãy số đó.**

**Bài 11: Tính gần đúng giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của phân thức** $A = \frac{2x^2 - 7x + 1}{x^2 + 4x + 5}$

**Bài 12: Tìm nhóm ba chữ số cuối cùng (hàng trăm, hàng chục, hàng đơn vị) của số:** $1^2 + 2^3 + 3^4 + ... + 14^{15} + 15^{16}$**.**

**Bài 13: Tính gần đúng góc nhọn x (độ, phút, giây) nếu** $\sin x.\cos x + 3(\sin x - \cos x) = 2$.

**Bài 14: Điểm E nằm trên cạnh BC của hình vuông ABCD. Tia phân giác của các góc EBD, EAD cắt các cạnh BC, CD tương ứng tại M, N. Tính gần đúng giá trị nhỏ nhất của tỉ số** $\frac{MN}{AB}$**. Tính gần đúng (độ, phút, giây) góc EAB nếu** $\frac{MN}{AB} = \frac{6}{7}$.

**Bài 15: Hai đường tròn bán kính 3dm và 4dm tiếp xúc ngoài với nhau tại điểm A. Gọi B và C là các tiếp điểm của hai đường tròn đó với một tiếp tuyến chung ngoài. Tính gần đúng diện tích của hình giới hạn bởi đoạn thẳng BC và hai cung nhỏ AB, AC.**

## Đề 17:

## (Tạp chí Toán học tuổi thơ 2 tháng 1 năm 2005)

**Bài 1: Tính giá trị của biểu thức**

$$M = \left(12 - 6\sqrt{3}\right)\sqrt{\frac{3}{14 - 8\sqrt{3}}} - 3\sqrt{2\left(1 - \sqrt{-2\sqrt{3} + 4}\right) + 2\sqrt{4 + 2\sqrt{3}}}$$

**Bài 2:**

**2.1. Tìm gần đúng (đến 10 chữ số) tất cả các nghiệm thực của phương trình bậc ba:**

a) $8x^3 - 6x - 1 = 0$ b) $x^3 + x^2 - 2x - 1 = 0$ c) $16x^3 - 12x - \sqrt{10 + 2\sqrt{5}} = 0$

**2.2. Trong các phương trình trên, phương trình nào có nghiệm hữu tỉ. Chứng minh?**

**2.3. Tính chính xác nghiệm của các phương trình trên dưới dạng biểu thức chứa căn.**

**Bài 3:**

**3.1. Dãy số** $a_1, a_2, ..., a_k, ...$ **được xây dựng như sau: Chữ số** $a_{n+1}$ **là tổng các chữ số trong cơ số 10 của** $a_n$**. Hãy chọn 5 số bất kỳ (có số chữ số lần lượt là 6, 7, 8, 9, 10) và thực hiện quy trình trên. Điều gì xảy ra? Hãy chứng minh nhận định ấy?**

**3.2. Dãy số** $a_1, a_2, ..., a_k, ...$ **có tính chất: Chữ số** $a_{n+1}$ **là tổng bình phương các chữ số trong cơ số 10 của** $a_n$**. Hãy chọn 5 số bất kỳ (có số chữ số lần lượt là 6, 7, 8, 9, 10) và thực hiện quy trình trên. Điều gì xảy ra? Hãy chứng minh nhận định ấy?**

**Bài 4:**

**4.1. Tìm 11 số tự nhiên liên tiếp có tổng bình phương của chúng là một số chính phương.**

**4.2. Có hay không n số tự nhiên liên tiếp (2< n < 11) có tổng bình phương của chúng là một số chính phương?**

**Bài 5: Tìm một số tự nhiên có tính chất: Nếu viết liên tiếp bình phương và lập phương của nó, sau đó đảo ngược số nhận được thì ta nhận được số là lũy thừa bậc sáu của số ban đầu.**

**Bài 6: Một hàm f: N ----> N cho mỗi số tự nhiên n một giá trị f(n) cũng là số tự nhiên, theo công thức f(f(n)) = f(n) + n.**

6.1. Hãy tìm hai hàm số f: R ---> R sao cho f(f(x)) = f(x) + x với mọi x.

6.2. Chứng minh rằng không có các hàm số khác thỏa mãn.

**Đề 18:**

**(Tạp chí Toán học tuổi thơ 2 tháng 02 năm 2005)**

**Bài 1:** Cho $A=\sqrt[3]{6+\sqrt{\frac{847}{27}}}+\sqrt[3]{6-\sqrt{\frac{847}{27}}}$

1.1. Tính trên máy giá trị của A.

1.2. Tính chính xác giá trị của A.

**Bài 2:** Một người mua nhà trị giá hai trăm triệu đồng theo phương thức trả góp. Mỗi tháng anh ta trả ba triệu đồng.

2.1. Sau bao lâu anh ta trả hết số tiền trên.

2.2. Nếu anh ta phải chịu lãi suất của số tiền chưa trả là 0,04% tháng và mỗi tháng kể từ tháng thứ hai anh ta vẫn trả ba triệu thi sau bao lâu anh ta trả hết số tiền trên.

**Bài 3:** Điểm kiểm tra môn toán ở lớp 9A và 9B được thống kê như sau (n là điểm số, trong bảng là số học sinh đạt điểm n):

| n | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 9A | 3 | 2 | 7 | 7 | 9 | 5 | 4 | 4 |
| 9B | 1 | 1 | 3 | 15 | 10 | 9 | 1 | 1 |

3.1. Tính điểm trung bình của môn học của hai lớp. Tính phương sai và độ lệch tiêu chuẩn?

3.2. Gọi 3, 4 là điểm yếu; 5, 6 là điểm trung bình; 7, 8 là điểm khá và 9, 10 là điểm giỏi. Tính tỉ lệ phần trăm số học sinh đạt điểm yếu, trung bình, khá, giỏi của hai lớp. Kết luận?

**Bài 4:**

4.1. Tìm chín số lẻ dương khác nhau $n_1, n_2, ..., n_9$ thỏa mãn $\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}+...+\frac{1}{n_9}=1$

4.2. Tồn tại hay không sáu, bảy, tám số lẻ dương có tính chất trên?

**Bài 5:**

5.1. Chứng minh rằng phương trình Pell x2 – 2y2 = 1 chỉ có nghiệm nguyên dạng: xn = 3xn-1 + 4yn-1; yn = 2xn-1 + 3yn-1 với n = 1, 2,   và x0 = 3; y0 = 2.

5.2. Lập một qui trình tính (xn; yn) và tính với n = 1, 2,   cho tới khi tràn màn hình.

**Bài 6:** Cho một ngũ giác đều có cạnh độ dài là a1. Kéo dài các cạnh của ngũ giác để được ngôi sao năm cánh có mười cạnh có độ dài là b1. Các đỉnh của ngôi sao lại tạo thành một đa giác đều mới. Tiếp tục quá trình này được một dãt ngũ giác đều và ngôi sao lồng nhau. Xét dãy: $S=\{a_1,b_1,a_2,b_2,...\}=\{c_1,c_2,c_3,...\}$.

6.1. Chứng minh rằng mọi phần tử của dãy S là tổng của hai phần tử đứng trước nó.

**6.2. Chứng minh rằng** $c_n = u_{n-2}a_1 + u_{n-1}b_1$ **với un là số hạng của dãy Phibonacci, tức là dãy** $F = \{1,1,2,3,5,...,u_{n+1} = u_n + u_{n-1}\}$**.**

**6.3. Biết a1 = 1. Lập một quy trình trên máy Casio tính an và bn. Tính an và bn cho tới khi tràn màn hình.**

## Đề 19:

**(Tạp chí Toán học tuổi thơ 2 tháng 03 năm 2005)**

**Bài 1: Cho hai số a = 3022005 và b = 7503021930**

**1.1. Tìm UCLN và BCNN của hai số a, b**

**1.2. Lập một qui trình bấm phím liên tục tính UCLN(a,b)**

**1.3. Tìm số dư khi chia BCNN(a,b) cho 75.**

**Bài 2: Cho x1000 + y1000 = 6,912 và x2000 + y2000 = 33,76244. Tính x3000 + y3000.**

**Bài 3: Tính và viết kết qủa dưới dạng phân số:**

3.1. $A = 1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{2}{3 + \cfrac{3}{4 + \cfrac{4}{5 + \cfrac{5}{6}}}}}$

3.2. $B = 5 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{8 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{7}}}}}}$

**Bài 4: Tìm x, y nguyên dương thỏa mãn phương trình:** $y = \sqrt[3]{18 + \sqrt{x+1}} + \sqrt[3]{18 - \sqrt{x+1}}$**.**

**Bài 5: Cho dãy số** $\{b_n\}$ **được xác định như sau: bn+2 = 4bn+1 – bn; b1 = 4, b2 = 14.**

**5.1. Chứng minh rằng diện tích tam giác với các cạnh là bk-1, bk, bk+1 là những số nguyên.**

**5.2. Chứng minh rằng bán kính đường tròn nội tiếp tam giác được tính theo công thức** $r_k = \frac{1}{2\sqrt{3}}\left[\left(2+\sqrt{3}\right)^k - \left(2-\sqrt{3}\right)^k\right]$

**Bài 6:**

**6.1. Bao nhiêu số có tám chữ số tạo thành từ các chữ số 2 và 5 mà hai chữ số 2 không đứng cạnh nhau.**

**6.2. Bao nhiêu số có chín chữ số tạo thành từ các chữ số 2 và 5 mà hai chữ số 2 không đứng cạnh nhau.**

**6.3. Bao nhiêu số có mười chữ số tạo thành từ các chữ số 2 và 5 mà hai chữ số 2 không đứng cạnh nhau.**

## Đề 20:

**(Sở GD –ĐT Hà Nội - 1996)**

**Bài 1: Tìm x với x =** $\dfrac{\pi^3 \sqrt[5]{2,3144}^4}{\sqrt[4]{3,785}^7}$

**Bài 2 : Giải phương trình : 1,23785x2 +4,35816x – 6,98753 = 0**

**Bài 3 : Tính A biết : A =** $\dfrac{22g25ph18gix2,6 + 7g47ph35gi}{9g28ph16gi}$

**Bài 4 :**

**Bài 4.1.** Tìm góc C ( bằng độ và phút ) của tam giác ABC biết a = 9,357m; b = 6,712m; c = 4,671m

**Bài 4.2.** Tìm độ  dài trung tuyến AM của tam giác ABC.

**Bài 4.2.** Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

**Bài 5.** Đơn giản biểu thức sau : $\sqrt[3]{9+4\sqrt{5}}+\sqrt[3]{9-4\sqrt{5}}$

**Bài 6 :** Số tiền 58000đ được gửi tiết kiệm theo lãi kép ( Sau mỗi tháng tiền lãi được nhập thành vốn). Sau 25 tháng thì được cả vốn  lẫn  lãi là 84155đ. Tính lãi suất / tháng (tiền lãi của 100đ trong 1 tháng).

**Bài 7 :** Cho số liệu :

| Biến lượng | 135 | 642 | 498 | 576 | 637 |
|---|---|---|---|---|---|
| Tần số | 7 | 12 | 23 | 14 | 11 |

Tính tổng số liệu, số trung bình và phương sai $\delta_n^2$ ($\delta_n^2$ lấy 4 số lẻ).

**Bài 8 :** Cho tam giác ABC có $\widehat{B}=49^0 72'$; $\widehat{C}=73^0 52'$. Cạnh BC = 18,53 cm. Tính diện tích.

**Bài 9 :** Tìm một nghiệm gần đúng ( lấy hai số lẻ thập phân) của phương trính :

x2 +  sinx – 1 = 0

**Bài 10 :** Tìm một nghiệm gần đúng của phương trình : x2 + 5x – 1 = 0.

**Bài 11 :** Tính khoảng cách giữa hai đỉnh không liên tiếp của một ngôi sao 5 cánh nội tiếp trong đường tròn bán kính R = 5,712.

**Bài 12 :** Cho cosA = 0,8516; tgB = 3,1725; sinC = 0,4351 (A, B, C nhọn). Tính sin (A + B – C)

**Bài 13 :** Tìm n để n! $\le$ 5,5 . 1023 $\le$ (n + 1!)

## Đề 21:

**(Vòng chung kết Sở GD – ĐT Hà Nội - 1996)**

**Bài 1:** Tính A = $\dfrac{3x^5-2x^4+3x^3-x+1}{4x^3-x^2+3x+5}$ khi x = 1,8165

**Bài 2 :**

**Bài 2.1 :** Cho tam giác ABC có a = 8,751m; b = 6,318m; c = 7,624m. Tính đường cao AH bà bán kính r của đường tròn nội tiếp.

**Bài 2.2 :** Tính đường phân giác trong AD của tam giác ABC.

**Bài 3 :** Cho tgx = 2,324 ( 00 < x < 900). Tính  A = $\dfrac{8\cos^3 x-2\sin^3 x+\cos x}{2\cos x+\sin^3 x+\sin^2 x}$

**Bài 4 :** Cho tam giác ABC có chu vi là  58cm, $\widehat{B}=57'18'$; $\widehat{C}=82'35'$. Tính độ dài các cạnh AB, BC, AC.

**Bài 5 :** Cho cosx =  0,81735(0 < x < 90) Tính  :      sin3x và cos7x

**Bài 6 :** Tính bằng ( độ và phút) góc hợp bởi hai đường cheo của tứ giác lồi nội tiếp được trong đường tròn và có các cạnh là : a = 5,32 ; b = 3,45 ; c = 3,69  ; d = 4,68.

Bài 7 : Có 100 người đắp 60m đê chống lũ, nhóm đàn ông đắp 5m/người, nhóm đàn bà đắp 3m/người, nhóm học sinh đắp 0,2m/người. Tính số người của mỗi nhóm.

Bài 8 : Tìm nghiệm gần đúng của phương trình x2 – tgx – 1 = 0 ( lấy 3 số lẻ)

Bài 9 : Tìm một nghiệm gần đúng của phương trình x2 - $\sqrt[5]{x}$ - 1 = 0

Bài 10 : Tìm nghiệm gần đúng của phương trình x6 - 15x – 25 = 0

Bài 11 : Hai vectơ $\overrightarrow{v_1}$ và $\overrightarrow{v_2}$ có $\left|\overrightarrow{v_1}\right|$ = 12,5 ; $\left|\overrightarrow{v_2}\right|$ = 8 và $\left|\overrightarrow{v_1}+\overrightarrow{v_2}\right| = \dfrac{\left|\overrightarrow{v_1}\right|+\left|\overrightarrow{v_2}\right|}{2}$ . Tính góc($\overrightarrow{v_1}$ , $\overrightarrow{v_2}$) bằng độ và phút.

Bài 12 : Tìm một nghiệm gần đúng của phương trình : x9 + x –10 = 0

Bài 13 : Tìm nghiệm gần đúng của phương trình : x3 – cosx = 0

Bài 14 : Tìm một nghiệm gần đúng của phương trình x – cotgx = 0 ( 0 < x < $\dfrac{\pi}{2}$ )

## Đề 22:
## (Sở GD – ĐT Thanh Hóa - 2000)

Bài 1 :

Bài 1.1 : Cho tam giác ABC vuông tại A với AB = 3,74, AC = 4,51. Tính đường cao AH.

Bài 1.2 : Tính góc B của tam giác ABC bằng độ và phút.

Bài 1.3 : Kẻ đường phân giác của góc A của tam giác ABC cắt BC tại I. Tính AI.

Bài 2 : Cho hàm số y = x4 + 5x3 – 3x2 + x – 1. Tính y khi x = 1,35627.

Bài 3 : Cho Parabol (P) có phương trình : y = 4,7x2 – 3,4x – 4,6. Tình tọa độ (xo ; yo) của đỉnh S của Parabol.

Bài 4 : Tính B = $\dfrac{3h47ph55gi + 5h11ph45gi}{6h52ph17gi}$

Bài 5 : Tính A = $\dfrac{3x^5-2x^4+3x^2-x+1}{4x^3-x^2+3x+5}$ Khi x = 1,8156

Bài 6 : Cho sinx = 0,32167 (0o < x < 900 ). Tính A = cos2x – 2sinx- sin3x

Bài 7: Cho tgx = 2,324. Tính A = $\dfrac{8\cos^3 x-2\sin^3 x+\cos x}{2\cos x-\sin^3 x+\sin^2 x}$

Bài 8: Cho sinx = $\dfrac{3}{5}$. Tính A = $\dfrac{2\cos^2 x-5\sin 2x+3tg^2x}{\sqrt{5tg^2 2x+6\,cotgx}}$

Bài 9: Tính a để x4 + 7x3 + 13x + a chia hết cho x6.

Bài 10 : Giải phương trình : 1,23785x2 + 4,35816x – 6,98753 = 0

Bài 13 : Tìm một nghiệm gần đúng của phương trình : x - $\sqrt{x}$ = 1

Bài 14 : Giải hệ phương trình : $\begin{cases} \dfrac{x}{y} = 0,681 \\ x^2 + y^2 = 19,32 \end{cases}$ $x, y > 0$

**Bài 15 : Dân số một nước là 65 triệu. Mức tăng dân số 1 năm là 1,2%. Tính dân số nước ấy sau 15 năm.**

## Đề 23:
## (Sở GD – ĐT Thanh Hóa - 2000)

**Bài 1 :**

**Bài 1.1 : Cho tam giác ABC ( 900 < x < 1800) và sinA = 0,6153 ; AB = 17,2 ; AC = 14,6. Tính BC**

**Bài 1.2 : Tính độ dài trung tuyến AM của tam giác ABC.**

**Bài 1.3 : Tính góc B của tam giác ABC bằng độ và phút.**

**Bài 2 : Cho Parabol (P) có phương trình : y = 4,7x2 – 3,4x – 4,6. Tìm tọa độ (xo; yo) của đỉnh S của Parabol.**

**Bài 3 : Tính A =** $\frac{\sqrt[6]{1,815.2,732^3}}{\sqrt[7]{4,621}}$

**Bài 4: Cho cosx = 0,7651 (00 < x < 900). Tính A =** $\frac{\cos^3 x - \sin^2 x + 2}{\cos x - \sin^2 x}$

**Bài 5: Cho sinx =** $\frac{3}{5}$ **. Tính A =** $\frac{2\cos^2 x - 5\sin 2x + 3tg^2 x}{\sqrt{5tg^2 2x + 6\,cotgx}}$

**Bài 6: Cho** $\sqrt{x}$ **=** $\frac{3}{5}$ **. Tính A =** $\frac{5\log_3 x + 2(\log_3 x)^2 + 3\log_2 2x}{\sqrt{12}(\log_4 2x)^2 + 4\log_3 2x}$

**Bài 7 : Tính A để x4 + 7x3 + 2x2 + 13x + a chia hết cho x + 6**

**Bài 8 : Dân số một nước là 65 triệu. Mức tăng dân số 1 năm là 1,2%. Tính dân số nước ấy sau 15 năm.**

**Bài 9: Giải hệ phương trình :** $\begin{cases} \frac{x}{y} = 0,681 \\ x^2 + y^2 = 19,32 \end{cases}$

**Bài 10 : Tìm nghiệm của phương trình :x -** $\sqrt{x-1} = 13$

**Bài 11 : Tìm nghiệm gần đúng của phương trình : 8x3 + 32x – 17 = 0**

**Bài 12 : Cho 0 < x <** $\frac{\pi}{2}$ **. Tìm một nghiệm gần đúng của phương trình cosx – tgx = 0.**

## Đề 24:
## (Sở GD - ĐT Đồng Nai - 1998)

**Bài 1 : Giải phương trình (ghi kết quả đủ 9 số lẻ thập phân) : 2,354x2 – 1,542x – 3,141 = 0**

**Bài 2 : Giải hệ phương trình (ghi kết quả đủ 9 số lẻ thập phân) :**

$$\begin{cases} 1,372x - 4,915y = 3,123 \\ 8,368x + 5,214y = 7,318 \end{cases}$$

**Bài 3 : Tìm số dư trong phép chia :** $\dfrac{x^3-6,723x^3+1,875x^2-6,458x+4,319}{x+2,318}$

**Bài 4 : Một ngôi sao năm cánh có khoảng cách giữa hai đỉnh không liên tiếp là 9,651. Tìm bán kính đường tròn ngoại tiếp qua 5 đỉnh ).**

**Bài 5 : Cho $\alpha$ là góc nhọn có sin$\alpha$ = 0,813. Tìm cos 5$\alpha$.**

**Bài 6: Tìm thời gian để một động tử di chuyển hết đoạn đường ABC dài 127,3 Km biết AB = 75,5km và được di chuyển với vận tốc 26,3km/giờ và đoạn BC được di chuyển bằng vận tốc 19,8km/giờ.**

**Bài 7 : Cho x, y làhai số dương, giải hệ phương trình** $\begin{cases} \dfrac{x}{y}=2,317 \\ x^2 - y^2 = 1,654 \end{cases}$

**Bài 8 : Cho tam giác ABC vuông tại A với AB = 15, BC = 26(cm). Kẻ đường phân giác trong BI ( I nằm trên AC) . TÍnh IC.**

**Bài 9 : Tính (Kết quả được ghi bằng phân số vàsố thập phân) : A =**
$3\dfrac{123}{52}+2\dfrac{581}{7}-4\dfrac{521}{23}$

**Bài 10 : Cho số liệu :**

| **Số liệu** | **173** | **52** | **81** | **37** |
|---|---|---|---|---|
| **Tần số** | **3** | **7** | **4** | **5** |

**Tìm số trung bình $\overline{X}$, phương sai $\sigma_x^2(\sigma_n^2)$( Kết quả lấy 6 số lẻ)**

**Câu 11 : Tính B =** $\dfrac{\pi^3\sqrt{816,13^7}}{\sqrt[3]{712,35^{17}}}$

**Câu 12 : Tìm một nghiệm gần đúng của phương trình : x3 + 5x – 2 = 0**

**Câu 13: Tính C =** $\dfrac{6^g47^{ph}29^{gi}-2^g58^{ph}38^{gi}}{1^g31^{ph}42^{gi}.3}$

**Câu 14 : Tìm một nghiệm gần đúng của phương trình : x +** $\sqrt[3]{x}-2=0$

**Câu 15 : Cho hình thang cân có hai đường cheo vuông góc với nhau. Đáy nhỏ dài 15,34, cạnh bên dài 20,35cm. Tìm độ dài đáy lớn.**

## Đề 25

## (Vòng chung kết Sở GD – ĐT Đồng Nai - 1998)

**Bài 1 : Giải phương trình (ghi kết quả đủ 9 số lẻ thập phân) : 2,354x2 - 1,542x - 3,141 = 0**

**Bài 2 : Giải hệ phương trình (ghi kết quả đủ 9 số lẻ thập phân) :**
$\begin{cases} 1,372x-4,915y=3,123 \\ 8,368x+5,214y=7,318 \end{cases}$

**Bài 3 : Tìm số dư trong phép chia :** $\dfrac{x^3-6,723x^3+1,875x^2-6,458x+4,319}{x+2,318}$

**Bài 4 : Một ngôi sao năm cánh có khoảng cách giữa hai đỉnh không liên tiếp là 9,651. Tìm bán kính đường tròn ngoại tiếp qua 5 đỉnh ).**

**Bài 5 : Cho $\alpha$ là góc nhọn có sin$\alpha$ = 0,813. Tìm cos 5$\alpha$.**

**Bài 6 : Cho tam giác ABC có ba cạnh a = 8,32 ; b = 7,61; c = 6,95 (cm). Tính góc A bằng độ, phút, giây:**

**Bài 7 : Cho x, y làhai số dương, giải hệ phương trình**
**Bài 8 : Cho tam giác ABC vuông tại A với AB = 15, BC = 26(cm). Kẻ đường phân giác trong BI ( I nằm trên AC) . Tính IC.**
**Bài 9 : Tìm nghiệm gần đúng của phương trình : x9 + x – 7 = 0**
**Bài 10. Cho số liệu :**

| Số liệu | 173 | 52 | 81 | 37 |
|---|---|---|---|---|
| Tần số | 3 | 7 | 4 | 5 |

**Tìm số trung bình $\overline{X}$, phương sai $\sigma_x^2(\sigma_n^2)$( Kết quả lấy 6 số lẻ)**

**Câu 11 : Tính B =** $\dfrac{\pi^3\sqrt{816{,}13^7}}{\sqrt[3]{712{,}35^{17}}}$

**Câu 12 : Tìm một nghiệm gần đúng của phương trình : x3 + 5x – 2 = 0**
**Câu 13 : Cho tam giác ABC có ba cạnh a = 15,637 ; b = 13,154; c = 12,981 (cm). Ba đường phân giác trong cắt ba cạnh tại A1, A2, A3 Tính diện tích của tam giác A1A2A3**
**Câu 14 : Tìm một nghiệm gần đúng của phương trình : x +** $\sqrt[3]{2}-2=0$
**Câu 15 : Cho hình thang cân cóa hai đường cheo vuông góc với nhau. Đáy nhỏ dài 15,34, cạnh bên dài 20,35cm. Tìm độ dài đáy lớn.**

**Đề 26**

**(Sở GD – ĐT TP. Hồ Chí Minh - 1998)**

**Bài 1 : Tìm số dư trong phép chia : (Kết quả lấy 3 số lẻ )**

$\dfrac{x^{11}-x^9-x^5+x^4+x-723}{x-1{,}624}$ **:**

**Bài 2 : Giải Phương trình (ghi kết quả 7 số lẻ): 1,9815x2 + 6,8321x + 1,0518 = 0**
**Bài 3 :**

**Bài 3.1 : Cho tam giác ABC có 3 cạnh a = 12,357; b= 11,698; c = 9,543 (cm). Tính độ dài đường trung tuyến AM.**

**Bài 3.2 : Tính sinC**

**Bài 4 : Cho cosx = 0,8157. Tính sin3x (00 < x < 900)**
**Bài 5 : Cho 00 < x < 900 vàsinx = 0,6132. Tính tgx.**
**Bài 6 : Tìm nghiệm gần đúng của phương trình : 3x -** $2\sqrt{x}-3=0$**.**

**Bài 7 : Một cấp số nhân có số hạng đầu u1 = 1,678, công bội q =** $\frac{8}{9}$**. Tính tổng Sn của 17 số hạng đầu tiên (kết qủa lấy 4 số lẻ).**
**Bài 8 : Qua kỳ thi, 2105 học sinh xếp theo điểm số như sau. Hãy tính tỷ lệ phần trăm (lấy một số lẻ) học sinh theo từng loại điểm. Phải ấn ít nhất mấy lần phím chia để điền xong bảng này với máy tính Casio có hiện K.**

| Điểm | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Số h/s | 27 | 48 | 71 | 293 | 308 | 482 | 326 | 284 | 179 | 52 | 35 |
| Tỉ lệ | | | | | | | | | | | |

**Bài 9 :** Cho hình thang cân có hai đường cheo vuông góc với nhau. Đáy nhỏ dài 13,72. Cạnh bên dài 21,867cm. Tính diên tích S (S lấy 4 số lẻ).

**Bài 10 :** Cho x,y là hai số dương, giải hệ phương trình :

$$\begin{cases} \frac{x}{y} = 2,317 \\ x^2 - y^2 = 1,654 \end{cases}$$

**Bài 11 :** Cho tam giác ABC có bán kính đường tròn ngoại tiếp và nội tiếp lần lượt là 3,9017 và 1,8225 (cm). Tìm khoảng cách giữa hai tâm của hai đường tròn này.

**Bài 12 :** Cho tam giác ABC có các cạnh a = 7,615; b = 5,837; c = 6,329 (cm) Tính đường cao AH.

**Đề 27**

**(Vòng chung kết Sở GD – ĐT TP. Hồ Chí Minh - 1998)**

**Bài 1 :** Giải phương trình (ghi kết quả đủ 9 số lẻ thập phân)

$2,3541x^2 + 7,3249x + 4,2157 = 0$

**Bài 2:** Giải hệ phương trình (ghi kết qủa đủ 9 số lẻ thập phân): $\begin{cases} 3,6518x - 5,8426y = 4,6821 \\ 1,4926x + 6,3571y = -2,9843 \end{cases}$

**Bài 3:** Giải phương trình (tìm nghiệmgần đúng) : x3 + 2x2 – 9x + 3 = 0

**Bài 4 :** Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD , biết trung đoạn d = 3,415(cm). Góc giữa hai cạnh bên và đáy bằng 42017’. Tính thể tích.

**Bài 5 :**

**Bài 5.1 :** Cho tam giác ABC có cạnh a = 12,758; b = 11,932; c = 9,657(cm). Tính độ dài đường phân giác trong AD.

**Bài 5.2 :** Vẽ các đường phân giác trong CE, CF. Tính diện tích S1 của tam giác DEF.

**Bài 6 :** Tìm một nghiệm gần đúng của phương trình : x3 – 2xsin(3x-1) + 2 = 0.

**Bài 7 :** Cho tứ giác ABCD nội tiếp trong một đường tròn bán kính R với cạnh a = 3,657; b= 4,155; c = 5,651; d = 2,765(cm). Tính R.

**Bài 8 :** Tìm nghiệm âm gần đúng của phương trình :x10 – 5x3 + 2x – 3 = 0

**Bài 9 :** Tìm một nghiệm gần đúng của phương trình :

**Bài 10 :** Cho tam giác ABC có bán kính đường tròn ngoại tiếp R = 7,268 (cm) các góc B = 48030’; C = 63042’. Tính diện tích tam gác ABC.

**Bài 11 :** Cho tứ giác lồi ABCD có các cạnh là 18, 34, 56, 27 (cm) và $\widehat{B} + \widehat{D}$ = 2100. Tính diện tích tứ giác.

# Đề 28

**(Thành đoàn thanh niên kết hợp với Sở GD&ĐT TP Hồ Chí Minh 24.11.1996)**

**Bài 1 :** Tính x = $\dfrac{(1,345)^4.(3,143)^{2.3}}{\sqrt[7]{(189,3)^5}}$

**Bài 2 :** Giải phương trình : 1,85432x2 – 3,21458x – 2,45971 = 0

**Bài 3 :** Tính A = $\dfrac{3x^5 - 2x^4 + 3x^2 - x + 1}{4x^3 - x^2 + 3x + 5}$ Khi x = 1,8156

**Bài 4 :** Cho số liệu :

| Biến lượng | 135 | 642 | 498 | 576 | 637 |
|---|---|---|---|---|---|
| Tần số | 7 | 12 | 23 | 14 | 11 |

**Tính tổng số liệu, số trung bình và phương sai $\delta_n^2$ ($\delta_n^2$ lấy 4 số lẻ).**

**Bài 5 : Hai lực F1 = 12,5N và F2 = 8N có hợp lực bằng trung bình cộng của chúng. Tìm góc hợp bởi hai lực ấy (Tính bằng độ phút)**

**Bài 6: Một viên đạn được bắn từ nòng súng theo góc 40017' đối với phương nằm ngang với vận tốc 41,7m/s. Cho g = 9,81m/s2, hãy tính khoảng cách từ nơi bắn đến chỗ đạn rơi.**

**Bài 7 : Tính độ cao của viên đạn đạt được ở câu 6**

**Bài 8 : Cho cosA = 0,8516; tgB = 3,1725; sinC = 0,4351 ( ba góc đều nhọn). Tính sin(A+ B-C).**

**Bài 9 : Tìm n để n! $\leq$ 5,5.1028 $\leq$ (n+1)!**

**Bài 10 : Một số tiền là 580000đ được gửi tiết kiệm theo lãi kép (sau mỗi tháng tiền lãi được cộng thành vốn) sau 25 tháng thì được cả vốn lẫn lãi là 84155đ. Tính lãi suất /tháng (tiền lãi của 100đ trong một tháng).**

**Bài 11 :**

**Bài 11.1 : Cho tam giác ABC có a = 8,751m; b = 6,318m; c = 7,624m. Tính đường cao AH bà bán kính r của đường tròn nội tiếp.**

**Bài 11.2 : Tính đường phân giác trong AD của tam giác ABC.**

**Bài 12 : Tìm một nghiệmgần đúng của phương trình : x2 + sinx – 1 = 0**

**Bài 13 : Tìm một nghiệmgần đúng của phương trình : 2x3 + 2cosx + 1 = 0**

**Bài 14 : Tính khoảng cách giữa hai đỉnh không liên tiếp của một ngôi sao 5 cánh nội tiếp trong đường tròn bán kính R = 5,712.**

**Bài 15 : Cho tam giác ABC có $\widehat{B} = 49^0 72'$; $\widehat{C} = 73^0 52'$. Cạnh BC = 18,53 cm. Tính diện tích.**

**Bài 16 : Một viên đạn được buộc chặt vào một sợi dây dài 0,87m. Một người cầm đầu dây kia của dây phải quay bao nhiêu vòng trong một phút nếu sợi dây vẽ nên hình nón có đường sinh tạo với phương thẳng đứng 1 góc là 52017'. Biết g = 9,81m/s2.**

## Đề 29

**(Thành đoàn thanh niên kết hợp với Sở GD&ĐT TP Hồ Chí Minh 24.11.1996. Vòng chung kết)**

**Bài 1 : Giải phương trình tìm nghiệm gần đúng : x3 – 7x + 4 = 0**

**Bài 2 : Cho tam giác ABC có chu vi là 58cm, $\widehat{B} = 57^0 18'$; $\widehat{C} = 82^0 35'$. Tính độ dài các cạnh AB, BC, AC.**

**Bài 3 : Một hình vuông được chia thành 16 ô (mỗi cạnh 4 ô). Ô thứ nhất được đặt một hạt thóc, ô thứ hai được đặt 2 hạt , ô thứ ba được đặt 4 hạt, . . . .và đặt liên tiếp như vậy đến ô cuối cùng(Ô tiếp theo gấp đôi ô trước). Tính tổng hạt thóc được đặt vào 16 ô hình vuông.**

**Bài 4 : Một vật trượt có ma sát trên mặt phẳng nghiêng góc 43025' so với mặt nằm ngang với gia tốc 3,248m/s2. cho g= 9,81m/s2. Tính hệ số ma sát.**

**Bài 5 :** Có 100 người đắp 60m đê chống lũ, nhóm đàn ông đắp 5m/người, nhóm đàn bà đắp 3m/người, nhóm học sinh đắp 0,2m/người. Tính số người của mỗi nhóm.

**Bài 6 :** Cho cosx = 0,81735(0 < x < 90) Tính : sin3x và cos7x

**Bài 7 :** Tìm một nghiệm gần đúng của phương trình x2 – tgx – 1 = 0 ( lấy 3 số lẻ)( $-\frac{\pi}{2} < x < 0$ )

**Bài 8 :** Tính gia tốc rơi tự do ở độ cao 25km biết bán kính trái đất R = 64000km và gia tốc g = 9,81m/s2.

**Bài 9 :** Cho –1 < x < 0. Tìm một nghiệm gần đúng của phương trình : cosx + tg3x = 0.

**Bài 10 :** Tìm một nghiệm gần đúng của phương trình : 2cos3x – 4x – 1 = 0.

**Bài 11 :** Cho tgx = 2,324. Tính A = $\frac{8\cos^3 x - 2\sin^3 x + \cos x}{2\cos x - \sin^3 x + \sin^2 x}$

**Bài 12 :** Tìm một nghiệm của phương trình : $\sqrt[3]{x+34} - \sqrt[3]{x-3} = 1$

**Bài 13 :** Tìm một nghiệm gần đúng của phương trình x6 - 15x – 25 = 0

**Bài 14 :** Tìm một nghiệm gần đúng của phương trình x2 - x2 +7x + 2 = 0

**Bài 12 :** Tính bằng ( độ và phút) góc hợp bởi hai đường cheo của tứ giác lồi nội tiếp được trong đường tròn và có các cạnh là : a = 5,32 ; b = 3,45 ; c = 3,69 ; d = 4,68.

**Bài 14 :** Tìm một nghiệm gần đúng của phương trình x2 - $\sqrt[5]{x}$ - 1 = 0

## Đề 30

**(Thành đoàn thanh niên kết hợp với Sở GD&ĐT TP Hồ Chí Minh 24.11.1996. Vòng chung kết)**

**Bài 1 :** Tính thể tích V của hình cầu bán kính R = 3,173.

**Bài 2 :**

**Bài 2.1 :** Cho tam giác ABC vuông tại A với AB = 3,74, AC = 4,51. Tính đường cao AH.

**Bài 2.2 :** Tính góc B của tam giác ABC bằng độ và phút.

**Bài 2.3 :** Kẻ đường phân giác của góc A của tam giác ABC cắt BC tại I. Tính AI.

**Bài 3 :** Cho số liệu :

| Số liệu | 7 | 4 | 15 | 17 | 63 |
|---|---|---|---|---|---|
| Tần số | 2 | 1 | 5 | 9 | 14 |

Tìm số trung bình $\overline{X}$, phương sai $\sigma_x^2(\sigma_n^2)$

**Bài 4 :** Cho hàm số y = x4 + 5x3 – 3x2 + x – 1. Tính y khi x = 1,35627

**Bài 5 :** Cho Parabol (P) có phương trình : y = 4,7x2 – 3,4x – 4,6. Tình tọa độ (xo ; yo) của đỉnh S của Parabol.

**Bài 6 :** Tìm giao điểm của Parabol (P) với trục hoành.

**Bài 7 :** Tính bán kính hình cầu có thể tích V= 137,45dm3

**Bài 8 :** Cho sinx = 0,32167 (0o < x < 900 ). Tính A = cos2x – 2sinx- sin3x

**Bài 9 : Tính B =** $\dfrac{3h47ph55gi + 5h11ph45gi}{6h52ph17gi}$

**Câu 10 : Tính diện tích hình tròn nội tiếp trong tam giác đều có cạnh dài a= 12,46.**

**Bài 11 : Tìm một nghiệm gần đúng của phương trình : x -** $\sqrt{x}$ **= 1**