SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH

ĐỀ THI OLYMPIC TRUYỀN THỐNG 30-4 MÔN TOÁN 10 LẦN THỨ XX NĂM 2014

Môn : Toán
Thời gian : **180** phút (*không kể thời gian giao đề*)
Ngày thi : **05.04.2014**

<u>**ĐỀ CHÍNH THỨC**</u>

Bài 1 (4,0 *điểm*)
Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} \sqrt{5x^2+2xy+2y^2}+\sqrt{2y^2+2xy+5y^2}=3(x+y) \\ \sqrt{2x+y+1}+2\sqrt[3]{7x+12y+8}=2xy+y+5 \end{cases}$$

Bài 2 (4,0 *điểm*)
Cho đường tròn (O) đường kính AB, C là điểm di động trên (O) không trùng A và B. Các tiếp tuyến tại B, C của (O) cắt nhau tại N. Giao điểm khác A của AN với (O) là D. Tiếp tuyến của (O) tại D cắt CN tại P. Chứng minh rằng P di động trên một đường cố định khi điểm C di động trên (O)

Bài 3 (3,0 *điểm*) Cho các số thực dương a, b, c. Chứng minh :

$$\frac{a}{\sqrt{7a^2+b^2+c^2}}+\frac{b}{\sqrt{a^2+7b^2+c^2}}+\frac{c}{\sqrt{a^2+b^2+7c^2}}\le 1$$

Bài 4 (3,0 *điểm*)
Tìm số nguyên dương k sao cho phương trình

$$x^2+y^2+x+y=kxy$$

có nghiệm nguyên dương (x, y)

Bài 5 (3,0 *điểm*)
Cho trước số nguyên dương $n \ge 2$. Trong một giải đấu cờ vua có $2n$ vận động viên tham gia, một người đấu với một người khác đúng một ván. Tại một thời điểm trong giải, người ta thấy có n^2+1 ván đấu đã diễn ra. Chứng minh rằng khi đó có thể chọn ra ba vận động viên sao cho hai người bất kì trong ba người được chọn đều đã thi đấu với nhau,

Bài 6 (3,0 *điểm*)
Cho hàm số $f : \mathbb{N}^* \to \mathbb{N}* \setminus \{1\}$ và thỏa mãn :

$$f(n)+f(n+1)=f(n+2)f(n+3)-168,\ \forall n\in\mathbb{N}^*$$

Tính $f(2014)$

------------------------------------ HẾT ------------------------------------

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.
- Giám thị không giải thích thì thêm.

©Diễn đàn Toán học